

Escuela de Otoño de Matemáticas y sus aplicaciones  
Facultad de Ciencias, UASLP (zona universitaria)  
29, 30 y 31 de octubre de 2018

## Pláticas

### **Una invitación al análisis en fractales Dr. Ricardo Saenz / U. de Colima**

El análisis en fractales inició su desarrollo a finales de los 80, a partir de la construcción explícita de un laplaciano en fractales autosimilares, análogos al triángulo de Sierpinski. En esta charla veremos la construcción del laplaciano en un fractal, las propiedades de las funciones armónicas, así como sus eigenfunciones, y veremos algunos resultados análogos al análisis armónico clásico que puede uno mostrar en un fractal.

### **Supergrupos y sus derivados Dr. Oscar Francisco Guajardo / UASLP**

Se hablará sobre algunas propiedades de supergrupos de Lie con vistas a entender las ideas detrás de los espacios superhomogéneos y supersimétricos.

### **Un teorema de puntos fijos: de Birkhoff a Arnold Dr. Andrés Pedroza / U. de Colima**

La conjetura de V. Arnold, sobre el mínimo número de puntos fijos de un difeomorfismo Hamiltoniano, fue el detonador de una poderosa herramienta creada por A. Floer en la última década del siglo pasado para responder de manera afirmativa a dicha conjetura. A esta teoría se le conoce hoy en día como homología Lagrangiana de Floer. En esta plática, veremos como un teorema de G. Birkhoff motivó a V. Arnold a formular su conjetura sobre los puntos fijos, y los alcances que tiene la homología Lagrangiana de Floer en topología simpléctica.

### **An efficient model to simulate delayed activator–inhibitor systems with anomalous diffusion**

**Dr. Jorge Eduardo Macías / U. de Aguascalientes**

Departing from a two-dimensional hyperbolic system that describes the interaction between some activator and inhibitor substances in chemical reactions, we investigate a general form of that model using a finite-difference approach. The model under investigation is a nonlinear system consisting of two coupled partial differential equations with generalized reaction terms. The presence of two-dimensional diffusive terms consisting of fractional operators of the Riesz type is considered here, using spatial differentiation orders in the set  $(0, 1) \cup (1, 2]$ . We impose initial conditions on a closed and bounded rectangle, and a four-step fully explicit finite-difference methodology based on the use of fractional-order

centered differences is proposed. Among the most important results of this work, we establish analytically the second-order consistency of our scheme. Moreover, a discrete form of the energy method is employed to prove the stability, the boundedness and the quadratic convergence of the technique. Some numerical simulations obtained through our method show the appearance of Turing patterns and wave instabilities, in agreement with some reports found in the literature on superdiffusive hyperbolic activator-inhibitor systems.

**Campos cuánticos libres no Arquimedianos**  
**M. C. María Luisa Mendoza / CINVESTAV**

El objetivo de la plática es estudiar una ecuación pseudodiferencial de tipo Klein–Gordon sobre el campo de los números  $p$ -ádicos y hablar sobre una pregunta que surge de manera natural: Cuantizar las soluciones de la ecuación pseudodiferencialde Klein–Gordon  $p$ -ádica, lo cual da origen a una teoría cuántica de campos no Arquimediana.

## Cursos cortos

### Ecuaciones Pseudo-diferenciales $p$ -ádicas y modelos de evolución biológica Dr. Wilson Zúñiga / CINVESTAV

**Motivación** En los últimos treinta y cinco años ha habido un fuerte interés en el estudio de las conexiones entre el análisis ultramétrico y la física. Un espacio ultramétrico  $(M, d)$  es un espacio métrico  $M$  con una distancia que satisface  $d(A, B) \leq \max\{d(A, C), d(B, C)\}$  para tres puntos cualesquiera  $A, B, C$  en  $M$ . En los años 80s Fraunfelder descubrió “experimentalmente” que el espacio de estados de ciertas proteínas es ultramétrico. También en los años 80s, Mezard, Parisi, Sourlas y Virasoro descubrieron, en el contexto de los vidrios de espín, que el espacio de estados de tales sistemas tiene una estructura ultramétrica. Alrededor del año 2000, Avetisov y Kozyrev introdujeron nuevos modelos  $p$ -ádicos de sistemas complejos. Desde un punto de vista matemático, estos modelos conducen a ecuaciones pseudo-diferenciales de tipo reacción-difusión sobre espacios ultramétricos. El estudio de este tipo de ecuaciones comenzó en los años 80s en la antigua Unión Soviética con los trabajos de Vladimirov, Volovich y Zelenov en el Instituto Steklov. Este trabajo está siendo continuado por muchos investigadores, entre ellos, Avetisov, Kozyrev en Rusia, Kochubei en Ucrania, Khrennikov (Suecia), y Zúñiga-Galindo en México. Es un área de investigación que está sufriendo una gran expansión. Por ejemplo, en los dos últimos años dos libros nuevos dedicados a este tema han sido publicados, ver [1], [2].

## Objetivos

- Presentar una perspectiva muy básica de las ecuaciones pseudo-diferenciales  $p$ -ádicas;
- Presentar las ideas esenciales del uso de estas ecuaciones en modelos de evolución biológica, siguiendo [3], [4].

## Referencias

1. Zúñiga-Galindo W. A., Pseudodifferential equations over non-Archimedean spaces. Lectures Notes in Mathematics 2174, Springer, 2016.
2. Khrennikov Andrei, Kozyrev Sergei, Zúñiga-Galindo W. A., Ultrametric Equations and its Applications. Encyclopedia of Mathematics and its Applications (168). Cambridge University Press, 2018.
3. Zúñiga-Galindo W. A., Non-Archimedean Reaction-Ultradiffusion Equations and Complex Hierarchic Systems. Nonlinearity 31 (2018), no. 6, 2590–2616. arXiv:1604.06471.
4. Zúñiga-Galindo W. A., Non-Archimedean Replicator Dynamics and Eigen’s Paradox. arXiv:1804.03744.

**Ecuaciones de Yang–Mills e instantones**  
**Dr. Juan Manuel Burgos / CINVESTAV**

Luego de explicar brevemente el cálculo exterior de Cartan, operador de Hodge y escribir la geometría en este formalismo, introduciremos las ecuaciones de Yang–Mills. Calcularemos soluciones que minimizan la acción, es decir instantones y finalmente calcularemos el moduli de instantones sobre la cuatro esfera.

**Introducción a la correspondencia AdS/CFT**  
**Dr. Hugo García Compéan / CINVESTAV**