



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ**



**Facultad de Ciencias**

*“UN ESTUDIO ACERCA DE LAS CONCEPCIONES DE  
LA NOCIÓN FÍSICA DE MARCO DE REFERENCIA EN  
INGENIERÍA”*

**TESIS PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**

*LICENCIADO EN MATEMÁTICA EDUCATIVA*

**P R E S E N T A:**

**LUIS ENRIQUE HERNÁNDEZ ZAVALA**

*Director de tesis:*

*Dr. Nehemías Moreno Martínez*

**Febrero 2019**



FORMATO DE AUTORIZACIÓN PARA LA IMPRESIÓN FINAL DE LA TESIS

SECRETARIA GENERAL

FACULTAD DE CIENCIAS

Nombre: Luis Enrique Hernández Zavala

Clave: 237328

Fecha: 28 de enero de 2014

Carrera: Lic. Matemática Educativa

Especialidad: \_\_\_\_\_

Generación: 2014

Título de la Tesis:

"Un Estudio Acerca de las Concepciones de la Notación de Marco de Referencia en Ingeniería"

Asesor: Dr. Nehemías Moreno Martínez

Adscripción del Asesor: Facultad de Ciencias

SINODALES ASIGNADOS

Presidente: Dr. César Israel Hernández Vélez

Secretario: Dr. Vincenz Font Moll



# Agradecimientos

A mis padres, por su apoyo incondicional, por ser los grandes pilares de mi vida, porque a pesar de la tristeza de distanciarnos incentivaron mi crecimiento personal y profesional. Gracias por disfrutar mis logros, por acompañarme en los momentos de dificultad y por infundirme su fortaleza y perseverancia. Gracias por el cariño, preocupación y apoyo para lograr todas y cada una de mis metas y anhelos.

Al Dr. Nehemías Moreno por su apoyo en la dirección y realización de este proyecto de investigación. Gracias por su dedicación, paciencia y generosidad al momento de compartir y transmitir su experiencia y amplio conocimiento. Gracias por ser una excelente persona, por sus sabios consejos, por creer y confiar en mí.

A mi familia por su apoyo en cada momento a lo largo de mi vida académica. A mi hermana por estar ahí en los momentos de incertidumbre y dificultad.

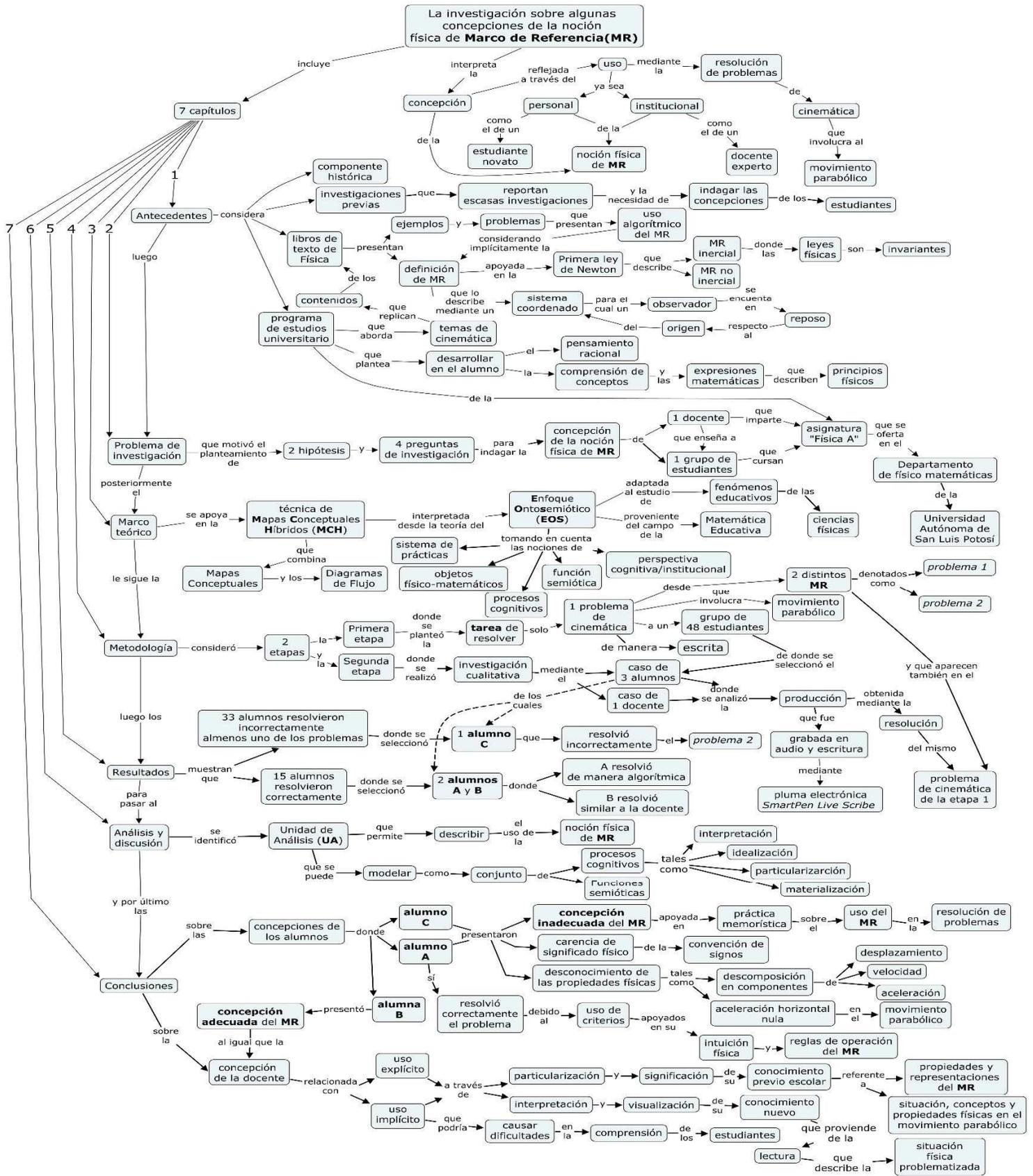
Gracias totales.

# ÍNDICE

<b>RESUMEN.....</b>	<b>1</b>
<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>2</b>
<b>CAPÍTULO 1 ANTECEDENTES .....</b>	<b>4</b>
1.1 Aspectos históricos del MR .....	4
1.2 El MR en libros de texto universitarios .....	6
1.3 El MR en el programa universitario.....	13
1.4 Investigaciones previas acerca del MR.....	15
<b>CAPÍTULO 2 PROBLEMA, HIPÓTESIS Y PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN.....</b>	<b>18</b>
2.1 Problema de investigación .....	18
2.2 Objetivos de investigación.....	20
<b>CAPÍTULO 3 MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>22</b>
3.1 Algunos elementos teóricos del Enfoque Ontosemiótico, EOS .....	22
3.1.1 Objetos primarios.....	24
3.1.2 Dualidades o perspectivas.....	25
3.1.3 Algunos procesos cognitivos .....	26
3.1.4 Significado.....	27
3.2 Mapas conceptuales híbridos y su interpretación desde el Enfoque Ontosemiótico: el caso de la noción de MR.....	29
3.2.1 Procedimiento para elaborar un MCH.....	33
3.2.2 El significado en términos del sistema de prácticas.....	39
3.2.3 Procesos cognitivos que se pueden advertir a través de las características que exhibe el MCH. ....	40
3.3 MCH epistémico .....	42
3.3.1 Resolución del problema en el MR I.....	42
3.3.2 Resolución del problema en el MR II.....	47
3.3.3 Concepción de la docente acerca del MR.....	51
<b>CAPÍTULO 4 METODOLOGÍA .....</b>	<b>55</b>
4.1 Tipo de estudio .....	55
4.2 Estrategias de indagación .....	56
4.3 Técnicas de recolección .....	58
4.4 Diseño de la investigación.....	59
4.4.1 Sujetos de estudio.....	59

4.4.2 Duración.....	59
4.4.3 Etapas de la investigación.....	59
<b>CAPÍTULO 5 RESULTADOS .....</b>	<b>64</b>
5.1 Resolución correcta alumno A .....	65
5.1.1 Alumno A: solución correcta del problema I .....	65
5.1.2 Alumno A: solución correcta problema II.....	68
5.2 Resolución correcta alumna B .....	71
5.2.1 Alumna B: resolución correcta del problema I .....	71
5.2.2 Alumna B: resolución correcta del problema II.....	74
5.3 Resolución incorrecta alumno C .....	76
5.3.1 Alumno C: resolución incorrecta del problema I.....	76
5.3.2 Alumno C: resolución incorrecta del problema II. ....	79
<b>CAPÍTULO 6 ANÁLISIS Y DISCUSIÓN.....</b>	<b>83</b>
6.1 Análisis y discusión de la producción alumno A .....	83
6.1.1 Interpretación ontosemiótica MR I .....	83
6.1.2 Interpretación ontosemiótica MR II .....	86
6.2 Análisis y discusión de la producción alumna B .....	89
6.2.1 Interpretación ontosemiótica MR I .....	89
6.2.2 Interpretación ontosemiótica MR II .....	90
6.3 Análisis y discusión de la producción alumno C.....	93
6.3.1 Interpretación ontosemiótica MR I .....	93
6.3.2 Interpretación ontosemiótica MR II .....	94
<b>CAPÍTULO 7 CONCLUSIONES .....</b>	<b>97</b>
7.1 Conclusiones.....	97
7.2 Sobre la interpretación ontosemiótica del MCH y la unidad de análisis.....	103
<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>104</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>107</b>

# RESUMEN



## INTRODUCCIÓN

La literatura muestra que en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Física se presentan grandes dificultades, tales como el aprendizaje memorístico de las fórmulas, pobre desarrollo del razonamiento, aplicación memorística y algorítmica de los principios lógicos en problemas similares a los hechos por el profesor, quienes dan poca importancia a las ideas previas de los alumnos, por mencionar algunos. Los cursos de Física han estado centrados en el conocimiento de hechos, teorías científicas y aplicaciones tecnológicas. De tal manera, que la tarea que se le asigna al docente es la de transmitir una concepción particular o estructurada de su conocimiento científico a los estudiantes, de forma que se convierta en componente permanente de su propia estructura cognitiva.

A raíz de las problemáticas presentadas con anterioridad, se decidió llevar a cabo esta investigación, en la cual se realiza un estudio cualitativo que permita indagar en las concepciones de un grupo de alumnos y su profesora acerca de una noción física, en este caso es la noción de Marco de Referencia (MR). Para lograr este objetivo (indagar en sus concepciones) es necesario el uso de una herramienta que nos permita indagar en dichas concepciones. Se usó una novedosa herramienta que combina, por un lado, elementos teóricos de los mapas conceptuales y, por otro lado, elementos de los diagramas de flujo. La cual es denominada Mapa Conceptual Híbrido (MCH), que es interpretada desde el Enfoque Ontosemiótico, esto permitirá indagar en las concepciones de la noción física de MR.

Se aborda el caso de la noción física de MR debido a la gran relevancia de esta noción física en los cursos de Mecánica y Electromagnetismo, cursos que están dentro del plan de estudios de la mayoría de las carreras de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí (UASLP). Sin embargo, esta noción física no es tomada como un tema relevante en el plan de estudios de la mayoría de las asignaturas que se imparten en la Facultad de Ingeniería y que, de igual manera, los docentes pasan por alto y le restan importancia a la enseñanza y aprendizaje de esta noción física. Por último, cabe destacar que el significado que se le da al MR depende de su uso, es decir no tiene el mismo significado en Mecánica Clásica que en Electromagnetismo.

---

---

# CAPÍTULO I



## *ANTECEDENTES*

---

---

# Capítulo 1

## Antecedentes

En este capítulo se describen los elementos considerados como referentes de la investigación. Para estudiar las concepciones de los sujetos sobre una noción física, que en esta investigación es el caso de la noción de Marco de Referencia (MR). Por esta razón nos concierne investigar como se ha dado el tratamiento de este concepto en los libros de texto universitarios, en investigaciones relacionadas al proceso de enseñanza y aprendizaje de la noción física de MR y el estudio de esta desde una perspectiva histórica.

### 1.1 Aspectos históricos del MR

Para comprender que es un MR debemos conocer qué es un sistema de referencia y cuál es su uso. Según Podestá (2005) un sistema de referencia se define como una estructura geométrica para referir las coordenadas de puntos del espacio; queda definido por un origen, direcciones de los ejes, escalas, algoritmos de transformaciones espaciales y temporales y sus constantes. En cambio, un MR es la materialización de un sistema de referencia, es decir, el conjunto de elementos que determinan en forma práctica el sistema de referencia y está constituido por las coordenadas de los puntos de definición, las técnicas aplicadas y los métodos de cálculo.

Tiberius (2017) explica que la idea de MR surge de la problemática de la Mecánica Clásica en cuanto al principio de relatividad de Galileo Galilei, en el siglo XVII, dice que cualquier experimento mecánico tendrá las mismas características en un sistema en reposo que en uno con velocidad constante respecto al primero.

En definitiva, se trata de los conceptos clásicos de fuerza, masa, espacio y tiempo con todas las transformaciones correspondientes al cambiar el sistema o MR. El sistema clásico funcionaba perfectamente hasta la aparición del Electromagnetismo y la naturaleza de la luz con su velocidad no aditiva respecto a su fuente. El sistema de referencia espacial no tiene ningún secreto, un punto se puede determinar fácilmente dentro de su MR o cambiar de

sistema de referencia mediante un ajuste del origen del nuevo sistema respecto del primero en cada instante o momento.

Los MR son indispensables para determinar la posición de un cuerpo y para describir si éste se mueve o está en reposo. Estos pueden ser clasificados siempre y cuando hablemos de su relación respecto a otro MR que arbitrariamente supongamos inmóvil. Es decir, debe tenerse en cuenta que cualquier MR está moviéndose respecto a otro, por lo que no es posible hablar de un MR absoluto. La clasificación de los MR se hace debido a las leyes de Newton.

Los MR inerciales en mecánica clásica son aquellos MR donde es válida la primera ley de Newton “Un cuerpo persiste en su estado de reposo o en movimiento rectilíneo uniforme a menos que alguna fuerza solicitante cambie su estado”. En estos sistemas el movimiento a través del espacio se realiza con velocidad de traslación constante, pero sin rotación. Cuando un MR se mueve a velocidad constante en relación con otro, encontramos otro MR inercial. Por esta razón es por lo que no existe un marco inercial único. En el caso contrario se denominan MR no-inerciales a aquellos que no siguen las leyes de Newton.

La noción de MR también es utilizada en la Teoría de la Relatividad de Einstein, teniendo gran impacto en ésta. Para esto, debemos comprender un poco su Teoría de la Relatividad. Antes que nada, recordemos que en la Mecánica Clásica, las magnitudes de fuerza, masa, espacio y tiempo no cambian al pasar de un MR inercial a otro. Teniendo en cuenta esto, Podestá (2005) explica que la Teoría Especial de la Relatividad es un refinamiento de la Mecánica Clásica para el caso que tratemos con velocidades muy altas. La Teoría General de la Relatividad provee un refinamiento de la teoría Newtoniana de la gravitación, relevante para campos gravimétricos muy grandes, tales como objetos masivos, y la Cosmología. Para el campo gravitacional terrestre y para movimientos de satélites y sistemas terrestres, es suficiente la Mecánica Clásica, siendo los efectos relativistas despreciables o influyendo sólo en pequeñas correcciones del orden de  $10^{-8}$  o  $10^{-9}$ .

Para un espacio-tiempo curvado, tal como en las proximidades de un agujero negro, pueden realizarse aproximaciones geométricas de la superficie curvada por un plano tangente, pero no será posible aproximar la totalidad de la superficie. Entonces, en un espacio-tiempo curvado será posible introducir coordenadas que corresponden a un MR inercial en un entorno infinitesimal del punto; pero no es posible introducir un MR inercial

válido para la totalidad del espacio-tiempo. En este sentido, no hay MR inerciales en relatividad general. Todos los posibles MR de coordenadas son equivalentes, no hay privilegiados.

Sin embargo, en el tratamiento relativístico de los MR pueden introducirse aproximaciones prácticas satisfactorias, que actúan como marcos de referencia inerciales privilegiados a nivel local (Sistema Solar) e inclusive a nivel global (nuestra galaxia). En un sistema inercial local las superficies curvadas pueden aproximarse localmente por un plano tangente, el espacio-tiempo curvado puede aproximarse, en el entorno de un punto, por un plano espacio-tiempo en el cual se puede introducir un sistema inercial. Entonces, para una cierta pequeña región son posibles sistemas inerciales aún en relatividad general.

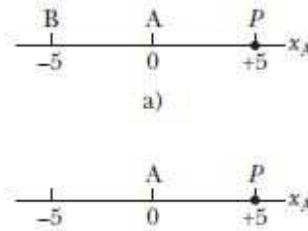
Debemos tener en cuenta que cualquier método o mecanismo de medida necesita un sistema de referencia, un punto origen sobre el que basar las diferentes mediciones, incluso por la lógica humana todos los conceptos son relativos, todos necesitan su contrario, su complementario respecto al todo (Tiberius, 2017).

## **1.2 El MR en libros de texto universitarios**

A continuación, se describe cómo se presenta el concepto de MR en los libros de texto universitarios.

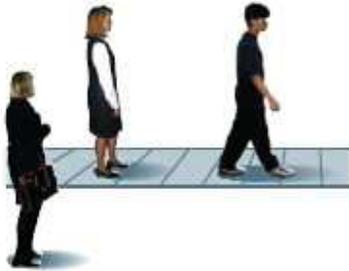
En el libro Física para ciencias e ingeniería de Serway & Jewett (2008) el concepto de MR, como es llamado por el autor, se aborda en el capítulo 4 sección 4.6 (págs. 87-91) velocidad y aceleración relativas. El autor comienza dando una breve definición de este concepto “Un marco de referencia se describe mediante un sistema de coordenado cartesiano para el cual un observador está en reposo en relación con el origen”.

Para explicar el uso del MR, en este libro de texto se plantea una situación en la que dos observadores (A y B) miden la posición de un mismo punto  $p$  en un movimiento unidimensional como se muestra en la Figura 1.1. Se describe que ambos observadores miden distancias distintas, a partir de la conclusión de que ambas mediciones difieren debido a que el MR de cada observador es distinto.



**Figura 1.1** Mediciones de los observadores A y B a un punto  $p$ .

Después se plantea otra situación en la que dos observadoras miran a un sujeto en una banda transportadora. En la Figura 1.2 se observa como una está detrás del sujeto y otra fuera de la banda transportadora. Al analizar la rapidez con la que se mueve el sujeto por la banda, la primera observadora mide una rapidez normal a la de ella mientras que la que se encuentra fija mide una rapidez mayor a la otra, dado que la rapidez de la banda se combina con la del sujeto. Ambas observaciones son correctas, ya que esta discrepancia se debe a la velocidad relativa de ambos MR.



**Figura 1.2** Dos observadoras miden la rapidez de un hombre que camina sobre una banda transportadora.

Esta idea se generaliza al tomar en cuenta una partícula ubicada en un punto  $p$ , que es descrita por dos observadores: un observador A desde un MR fijo  $S_A$  en relación con la tierra y un observador B en un MR  $S_B$  que se mueve a la derecha con respecto al marco  $S_A$  con una velocidad constante  $V_{BA}$  como se muestra en la Figura 1.3. Luego se analiza la partícula en el tiempo  $t = 0$  que es cuando ambos orígenes de los MR coinciden en el espacio. Por lo tanto, en el tiempo  $t$ , los orígenes de los MR estarán separados una distancia  $v_{BA}t$ . La posición  $p$  de la partícula en relación con el observador A se marca con el vector de posición

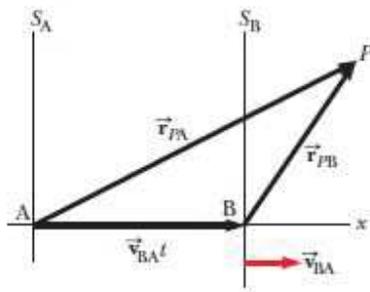
$\mathbf{r}_{PA}$  y en relación con el observador B con el vector de posición  $\mathbf{r}_{PB}$ , ambos en el tiempo  $t$ . Ambos vectores están relacionados por la siguiente ecuación:

$$\mathbf{r}_{PA} = \mathbf{r}_{PB} + V_{BA}t$$

Al derivar esta ecuación respecto al tiempo se obtiene que

$$\mathbf{u}_{PA} = \mathbf{u}_{PB} + V_{BA}$$

donde  $\mathbf{u}_{PA}$  es la velocidad de la partícula en P medida por el observador A y  $\mathbf{u}_{PB}$  es su velocidad medida por B. De esto se concluye que, aunque los observadores en dos marcos miden diferentes velocidades para la partícula, miden la misma aceleración cuando  $V_{BA}$  es constante. Por lo tanto, la aceleración de una partícula medida por un observador A en un MR  $S_A$  es la misma que la medida por cualquier otro observador B que se mueva con velocidad constante en relación con el primer marco.



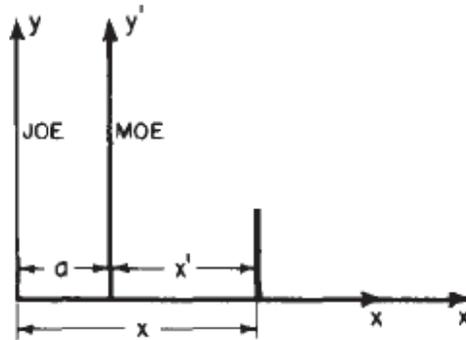
**Figura 1.3** Una partícula ubicada en el punto p es descrita por dos observadores, uno en el MR fijo  $S_A$  y el otro en el marco  $S_B$ , que se mueve hacia la derecha con una velocidad constante  $V_{BA}$ .

En este libro el MR aparece nuevamente en el capítulo 5 sección 5.2 Primera ley de Newton y marcos inerciales (págs. 102-105). En este capítulo se establece una relación entre la primera ley de movimiento de Newton, llamada ley de la inercia, y la noción de MR. Mediante esta relación se define un conjunto especial de MR llamados marcos inerciales. Esta ley dice que, “si un objeto no interactúa con otros objetos, es posible identificar un MR en el que el objeto tiene aceleración cero”. Por lo tanto, aquí se define al MR inercial como un marco en el que un objeto que no interactúa con otros objetos experimenta aceleración

cero. Cualquier marco que se mueva con velocidad constante en relación con un marco inercial también es un marco inercial.

En este capítulo el MR es visto como consecuencia de las leyes de Newton, en particular de la primera ley de Newton la cual establece que es posible encontrar un marco inercial en el que un objeto que no interactúa con otros objetos experimenta aceleración cero o, de manera equivalente, en ausencia de una fuerza externa, cuando se observa desde un marco inercial, un objeto en reposo permanece en reposo y un objeto en movimiento uniforme en línea recta mantiene dicho movimiento y es interpretado como un diagrama de cuerpo libre para resolver problemas.

En *The Feynman Lectures* (1971) el concepto de MR se describe en el capítulo 11 *Vectors Volumen 1*, donde éste se maneja de manera implícita en 4 subsecciones de este capítulo: *Symmetry in physics, Translations, Rotations* y el subtema *Vectors*. En la primera subsección nos habla sobre simetría en sistemas físicos, en donde la idea principal es que si tenemos un sistema físico, llamémosle S, lo movemos a otro lugar y lo redefinimos como R, pero tomando en cuenta exactamente las mismas condiciones que el primero, todo lo relevante al fenómeno asociado al sistema será el mismo, las leyes físicas no cambian. Tomando en cuenta que lo que se hace es mover el sistema y las influencias esenciales, pero no todo el mundo, los planetas, estrellas, etc. En el subtema *Translations* se habla sobre las leyes de la Mecánica, en específico sobre el movimiento en la dirección  $x$ ,  $y$  y  $z$  (3 ejes perpendiculares), el cual debe medirse desde un origen. Para eso propone imaginarnos dos sujetos, el sujeto Joe y el sujeto Moe, que observan un mismo punto desde distintos orígenes como es representado en la Figura 1.4, donde el sujeto Moe está en un sistema paralelo al de Joe. Cuando Joe mide la ubicación del punto en el espacio lo encuentra en  $x$ ,  $y$  y  $z$ . Por otro lado, cuando Moe mide el mismo punto en el espacio, lo ubica en  $x'$ ,  $y'$  y  $z'$ .



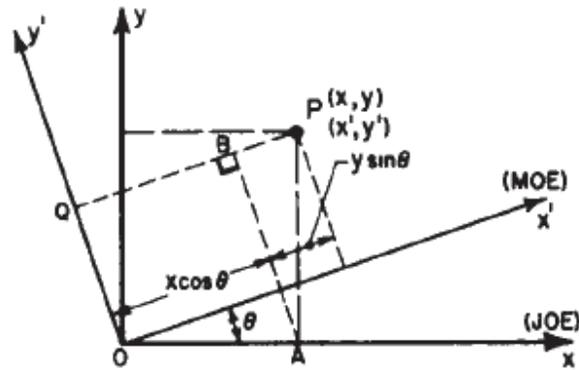
**Figura 1.4** *Sistemas coordenados paralelos.*

De lo anterior se obtiene que:

$$x' = x - a, \quad y' = y, \quad z' = z$$

Al observar ambos sistemas, se deduce que Moe utilizará las mismas ecuaciones que Joe pero con distintas coordenadas y seguirán siendo correctas. Esto significa que no hay una manera única de definir el origen de un sistema, pero las leyes serán las mismas desde cualquier posición que se observen. Por lo tanto, se dice que las leyes de la física son simétricas para desplazamientos traslacionales, en el sentido que las ecuaciones no cambian cuando se hace una traducción de coordenadas. Lo anterior dice que no importa si se cambia la dirección de los ejes de un sistema, las ecuaciones asociadas a estos sistemas coordenados serán las mismas para ambos

En la subsección *Rotations* el concepto de MR se presenta de manera implícita. En esta sección se habla sobre qué sucede si cambiamos la orientación angular de un sistema. Para esto se utiliza el ejemplo anterior con los sujetos Moe y Joe pero ahora se supone que los ejes de Moe se han girado con respecto a los de Joe en un ángulo  $\theta$  y ambos sistemas tienen el mismo origen como es representado en la Figura 1.5. Se considera un punto  $p$  con coordenadas  $(x, y)$  en el sistema de Joe y un punto  $p$  con coordenadas  $(x', y')$  en el sistema de Moe.



**Figura 1.5** *Sistemas coordenados con distinta orientación angular.*

Al analizar ambos sistemas se observa que se pueden escribir las longitudes  $x'$  y  $y'$  en términos de  $x$ ,  $y$  y  $\theta$  en ecuaciones.

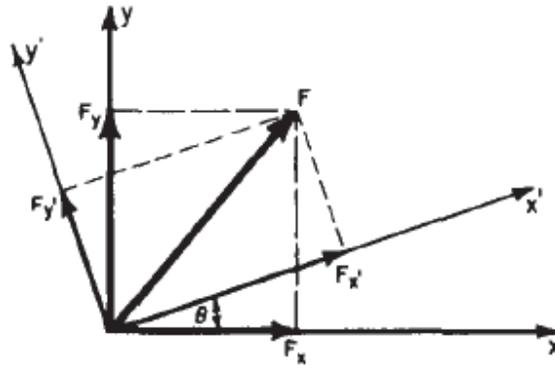
$$x' = x \cos \theta + y \sin \theta$$

$$y' = y \cos \theta - x \sin \theta$$

Después se analiza la relación de las fuerzas que actúan en el sistema, vista por dos observadores (Joe y Moe) como se muestra en la Figura 1.6. En este caso se analiza la fuerza  $F$  con componentes  $F_x$  y  $F_y$  observada por Joe, que actúa sobre una partícula con masa  $m$  ubicada en el punto  $p$ , y las fuerzas observadas por Moe desde el mismo punto pero con componentes  $F_{x'}$  y  $F_{y'}$ , y se expresa  $F_{x'}$  en términos de  $F_x$  y  $F_y$ , y  $F_{y'}$  en términos de  $F_x$  y  $F_y$  respectivamente. De esto resulta que

$$F_{x'} = F_x \cos \theta + F_y \sin \theta$$

$$F_{y'} = F_y \cos \theta - F_x \sin \theta$$



**Figura 1.6** Componentes de la fuerza en dos sistemas.

Entonces se observa que las fórmulas para las longitudes y para las fuerzas son de la misma forma. Por lo tanto, se supone que las leyes de Newton son verdaderas en ambos sistemas. De lo anterior se concluye que, si las leyes de Newton son correctas en un sistema coordinado de ejes, serán válidas para cualquier otro conjunto de ejes. Entonces se llega a la conclusión de que, tanto para la traslación como para la rotación de los ejes de un sistema, las leyes físicas son las mismas en un sistema y en el otro. Es decir, los ejes particulares en un sistema no son únicos.

En la subsección *Vectors* el concepto de MR aparece como un sistema coordinado de ejes. En primer lugar, se explica que un vector se puede caracterizar con el símbolo  $r$ , y este representa un conjunto de 3 números  $(x, y, z)$ , estos números representan la dirección, el sentido y la magnitud. En esta sección se explica que no importa si cambiamos los ejes de un sistema coordinado,  $r$  representará el mismo conjunto de números en el espacio, es decir es independiente de las componentes que se está midiendo sin importar si se mueven los ejes.

También el concepto de MR se aborda en el capítulo 14 y 16 de manera implícita, haciendo referencia a lo estudiado en el capítulo 11 acerca del movimiento y de la simetría, traslación y rotación de un sistema de ejes, y la implicación de esto en teoría de la relatividad de Einstein. Por lo tanto, en este libro el concepto de MR es visto como un sistema de ejes coordinados y sus implicaciones al rotar, trasladar y/o cambiar el ángulo del sistema de ejes. Por lo tanto, podemos concluir que el MR se considera como una consecuencia de las leyes de Newton, pero no se explica de manera explícita en ningún capítulo de todo el libro.

### 1.3 El MR en el programa universitario

Dado que la investigación se desarrolló con estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí (UASLP), es relevante conocer cómo se presenta el tema/concepto de MR en sus programas de estudio, en particular en las carreras de Ingeniería Mecánica, Ingeniería Mecánica Administrativa, Ingeniería Mecánica Eléctrica e Ingeniería Mecatrónica.

Los sujetos de estudio cursaban la materia de Física A, este curso está ubicado en el primer nivel del mapa curricular correspondiente al tronco común impartido en el Departamento de Físico-Matemáticas de la UASLP para estas carreras.

El objetivo general que se espera el alumno alcance al finalizar esta materia es: “Al finalizar el curso el alumno obtendrá una forma de pensamiento racional, que lo conduzca a comprender los conceptos y expresiones matemáticas de los principios, leyes básicas de la Mecánica y su aplicación teórica que le sirvan de base para cursos superiores.” (Facultad de Ingeniería, 2010, pág.1).

En cuanto al programa de estudio de la materia, se divide en 4 unidades: Unidad 1. - Herramientas de la física, Unidad 2.- La cinemática en una y dos dimensiones, y la dinámica, Unidad 3.- Energía y conservación de la energía, y por último la Unidad 4.- Ímpetu y momemtum.

En cuanto al tema de MR, este aparece de manera explícita en la Unidad 1 sección 4- Partícula, posición y sistema de referencia. De manera implícita está implicado en la Unidad 2 sección 4- Movimiento en una dimensión y en la sección 5- Dinámica.

El contenido de la Unidad 1 es el siguiente:

- Introducción a la física
- Medidas y sistemas de medidas
- Vectores
- La cinemática

Y los objetivos específicos de esta unidad son:

- Que el alumno sea capaz de:
  - a) Conocer los diferentes sistemas y formas de medida que lo lleven a establecer las equivalencias entre los sistemas de medida.
  - b) Ser capaz de realizar las operaciones vectoriales de suma, resta y producto en forma gráfica y analítica, para que pueda manejar matemáticamente las cantidades vectoriales de la física.
  - c) Analizar los conceptos que la cinemática define, su vinculación entre los problemas a resolver en el aula y el taller de física para determinar su aplicación en la vida profesional.

El contenido de la Unidad 2 es el siguiente:

- Movimiento en una dimensión
- Dinámica

Los objetivos específicos de la unidad son:

- Que el alumno sea capaz de:
  - a) Aplicar los conceptos que la cinemática define en una y dos dimensiones, su vinculación entre los problemas a resolver en el salón de clase, el laboratorio con los problemas que se le presentan en su práctica profesional.
  - b) Describir la forma en que el medio ambiente influye en el movimiento, los parámetros que se utilizan para su determinación cuantitativa, los principios y las relaciones funcionales que los rigen.
  - c) Emplear los principios y relaciones funcionales de la dinámica a medios ambientes específicos más comunes que lo conduzcan a la solución de problemas en su práctica profesional.

En el programa de estudio de Física A, se presenta la bibliografía correspondiente al curso, los libros de texto que son sugeridos son: Resnick, Halliday, & Krane, (1993), Serway & Jewett (2005).

Del análisis del plan de estudios de la materia de Física A en la Facultad de Ingeniería de la UASLP podemos notar que el MR aparece explícitamente en sólo una sección de todo el plan de estudios del curso e implícitamente en otras secciones de algunas unidades. Damos cuenta que para el curso este tema no tiene gran relevancia.

#### **1.4 Investigaciones previas acerca del MR**

A continuación se presentan algunas investigaciones previas acerca de la enseñanza y aprendizaje del concepto de MR. Se debe tomar en cuenta que en la literatura existen escasas investigaciones las cuales no tienen como objetivo central el estudiar esta problemática, no obstante, tocan tangencialmente el tema de MR. A continuación, se describen dichas investigaciones.

En la investigación de Moreno, Font & Angulo (2018) se describe la comprensión del concepto de Centro de Masa (CM) en estudiantes universitarios, esto se observa desde 3 problemas: el equilibrio de una balanza, el equilibrio de cuerpos planos y el vuelo de un planeador. En este trabajo se evidencia el uso del MR para comprender el concepto de CM. Esto es visto en el problema de la balanza, donde se espera que los alumnos determinen la expresión del CM y la relacionen con el equilibrio de la balanza. En esta situación se les pide a los sujetos describir el fenómeno respecto a dos MR distintos. Sí bien el concepto de MR aparece en esta investigación, como se ha dicho con anterioridad, no es el punto focal de la investigación, simplemente se aborda de manera superficial.

En la investigación de Paricio (2014) se estudian las dificultades que presentan alumnos de bachillerato para la comprensión de la cinemática. La autora postula que esto es debido a problemas de comprensión de conceptos abstractos y de difícil visualización. El objetivo de su investigación es el de evaluar las ventajas que podría aportar la implementación de un recurso tecnológico en la enseñanza de la cinemática en alumnos de bachillerato. En dicho trabajo se estudian las dificultades más comunes en el aprendizaje de esta rama, se estudia superficialmente la noción de MR, donde plantea que los alumnos tienen dificultad para situar sistemas de referencia inerciales y no inerciales. Es importante destacar que la autora menciona que existe poca literatura que trate directamente los problemas de aprendizaje en la cinemática.

Por otra parte Guisasola, Almudí & Zubimendi (2003) en su investigación tratan las dificultades de aprendizaje de los estudiantes universitarios en la teoría del campo magnético. Donde el objetivo principal de este trabajo es analizar las ideas y concepciones que tienen los estudiantes sobre cuál es la naturaleza del campo magnético, ya que esta noción es un prerrequisito básico para que los estudiantes razonen sobre los fenómenos electromagnéticos.

Así mismo, en esta investigación dan a conocer algunas problemáticas que presentan los alumnos al utilizar el MR, algunas de estas problemáticas tienen que ver con la velocidad y la distancia recorrida en un movimiento y la trayectoria de un objeto en movimiento son vistas como independientes del MR.

Como se ha descrito anteriormente, el estudio del MR en libros de texto, investigaciones, programas y planes de estudio se trabaja de manera implícita y no es objeto de estudio de ninguno de ellos. A pesar de que el MR es una noción sumamente importante para comprender otras nociones físicas, este se trabaja sólo de una manera operativa y memorística para la resolución de problemas.

---

---

# CAPÍTULO II

*PROBLEMA, HIPÓTESIS Y  
PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN*

---

---



## Capítulo 2

### Problema, hipótesis y preguntas de investigación

Como se señaló en el capítulo anterior, el objeto de estudio de esta investigación es el de indagar sobre las concepciones de una profesora y sus estudiantes acerca de la noción física de MR. En este capítulo se plantea el problema, preguntas e hipótesis referentes a la investigación.

#### 2.1 Problema de investigación

Desde una perspectiva histórica, se estableció una definición de MR, dicha definición permitió sustentar el desarrollo teórico de la Mecánica de Galileo y posteriormente la de Newton. El MR aparece entonces como una pieza clave en la estructura de dichas teorías.

En el contexto escolar los libros de texto apoyan su discurso en dichas definiciones, sin embargo, al momento de presentar la resolución de problemas el MR se maneja de manera implícita, en el sentido de que si bien se nombra al MR no se menciona la importancia de este en el planteamiento de las ecuaciones ni en la interpretación del fenómeno estudiado, más bien, los libros presentan un tratamiento donde se hace un manejo algorítmico del MR en la resolución de problemas, soslayando los aspectos teóricos. Por ejemplo, esto se ve reflejado con el uso del signo negativo para la aceleración de la gravedad “g”, cuando se dice que el movimiento del objeto es contrario al sentido positivo del eje “y” sin justificar dicha razón desde un punto de vista físico.

El profesor apoya su clase en libros de texto y con base en los programas de estudio, sin embargo, estos incitan el uso de manera algorítmica y memorística del MR en la resolución de problemas. Por lo tanto el profesor reproduce este contenido de igual manera en clase con sus alumnos. Sin embargo, se desconocen cuáles son las concepciones generadas en este contexto educativo, por lo cual se plantean las siguientes hipótesis y preguntas de investigación:

### **Hipótesis 1:**

*Con base en los argumentos anteriores, los alumnos no comprenden de manera adecuada la noción física de MR, de manera que la concepción que han desarrollado los estudiantes se apoya en la práctica de memorización del uso del MR “a manera de receta” cuando se enfrentan a la resolución de un problema de Mecánica. Por lo que los estudiantes son incapaces de plantear las ecuaciones e interpretar físicamente sus soluciones.*

1.1 *¿Cuáles son las concepciones de los estudiantes?*

1.2 *¿Cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes en el uso de MR cuando resuelven un problema de Cinemática?*

### **Hipótesis 2:**

*El profesor posee una concepción adecuada de la noción física como resultado de su formación académica y de su práctica docente. Dicha concepción relaciona de manera coherente los aspectos conceptuales con los aspectos procedimentales durante la resolución de un problema físico.*

2.1 *¿Cuál es la concepción de un docente acerca del MR?*

2.2 *¿Cuáles son las diferencias y semejanzas entre las concepciones de un docente y las de sus estudiantes?*

## 2.2 Objetivos de investigación

### *Objetivo General*

Indagar cuáles son las concepciones que tiene un docente y sus estudiantes a cerca de la noción física de MR cuando se enfrentan a la tarea de resolver un problema de cinemática.

### *Objetivos Específicos*

- Diseñar una situación física problematizada que permita a un docente y a sus alumnos poner en juego sus conocimientos referentes al MR.
- Implementar la situación
- Analizar la producción del docente y las de sus estudiantes para caracterizar las concepciones encontradas respecto acerca del MR.
- Comparar las concepciones del docente con las de sus alumnos.

Teniendo en cuenta la problemática descrita, las hipótesis planteadas, el diseño del objetivo principal y los objetivos específicos, se comenzó con el diseño e implementación de la presente investigación, la cual es descrita a grandes rasgos en los siguientes capítulos.

---

# CAPÍTULO III

## *MARCO TEÓRICO*

---



## Capítulo 3

### Marco teórico

En este capítulo se describe el marco teórico empleado en la investigación. Se trata del uso y la adaptación de la teoría del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS) proveniente de la Matemática Educativa. Recientemente, el EOS ha sido empleado y adaptado por algunos investigadores para el estudio de fenómenos educativos relacionados con la enseñanza y aprendizaje de la Física escolar (Moreno, Font & Ramírez, 2016; Moreno, Zúñiga & Tovar, 2018)

Los elementos teóricos que son considerados en este trabajo y que fueron de gran utilidad para describir las concepciones de los alumnos fueron la noción de práctica, sistema de prácticas, objetos físico-matemáticos primarios, configuración de objetos físico-matemáticos, perspectivas duales de los objetos, algunos procesos cognitivos y significado. En las secciones 3.1 a 3.1.4, se describen los elementos teóricos señalados en las líneas anteriores. En la sección 3.2 se presenta el diseño de los MCH y su interpretación desde una perspectiva ontosemiótica. Y por último en la sección 3.3 se describe el diseño e interpretación de un MCH de tipo epistémico.

#### 3.1 Algunos elementos teóricos del Enfoque Ontosemiótico, EOS

El EOS (Godino, 1994; Font, 1994; Batanero, 1994) es un marco teórico que surgió en el seno de la Didáctica de las Matemáticas, con el propósito de organizar, unificar y clarificar nociones de otras teorías, con el fin de describir e investigar, de forma holística, los procesos de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. El EOS se apoya y nutre de aportaciones de las diversas disciplinas y tecnologías interesadas en la cognición humana como: la epistemología, psicología, sociología, semiótica y las ciencias de la educación. La tesis principal del EOS es la formulación de una ontología de objetos matemáticos que permita entender, comunicar e investigar los significados y las representaciones del conocimiento matemático. Este se convierte, así, en un instrumento para definir problemas y metodologías de investigación en Educación Matemática.

El EOS se desarrolló en Matemática Educativa, sin embargo, en la investigación de Moreno, Font, & Ramírez (2016) se hizo una adaptación del EOS a la Física escolar, por lo tanto es pertinente usar este marco teórico ya adaptado a Física. Por consiguiente, a partir de ahora hablaremos en términos de objetos físico-matemáticos y configuración de objetos físico-matemáticos en lugar de solo objetos y configuraciones de objetos matemáticos.

En el EOS se le da gran importancia al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas basado en problemas y a los elementos que están involucrados en la resolución de un problema matemático. En este marco teórico el diseño de procesos de enseñanza-aprendizaje de los contenidos parte de la selección de situaciones – problema (aplicaciones, tareas, que inducen actividades matemáticas) cuya resolución permita dar significado o razón de ser a dichos contenidos y promover el aprendizaje de estos. La resolución de un problema físico-matemático implica la realización de un sistema de prácticas. En el sistema de prácticas participan un conjunto de objetos físico-matemáticos primarios que pertenecen a la física, a las matemáticas o a ambos: conceptos, lenguaje, propiedades, procedimientos y argumentos.

Los objetos físico-matemáticos están relacionados entre sí, a través de la llamada configuración de objetos primarios. Tanto los objetos primarios como las configuraciones pueden ser interpretados desde cinco dualidades: ostensivo/no-ostensivo, personal/institucional, expresión/contenido, unitario/sistémico e intensivo/extensivo. Según el EOS, diversos procesos cognitivos son llevados a cabo a lo largo de la práctica de resolución de un problema, los cuales se encuentran asociados a las cinco dualidades.

Por último el significado en el EOS es entendido como función semiótica o sistema de prácticas, en ambos el significado de un objeto físico-matemático está dado en términos de su uso. En los siguientes apartados se hablará de estos aspectos teóricos a grandes rasgos.

### ***3.1.1 Objetos primarios***

En el EOS los objetos no son sólo los conceptos matemáticos, sino cualquier entidad a la que nos referimos (real o imaginaria) que intervienen, y los que emergen, de algún modo en la actividad matemática (Vázquez, 2011). Entonces se define como objeto matemático a todo aquello que puede ser indicado, todo lo que puede señalarse o a lo cual puede hacerse referencia, cuando hacemos, comunicamos o aprendemos matemáticas o física. En la actividad física-matemática comúnmente nos referimos a numerosos y diversos “objetos”, los cuales es posible agrupar según distintos criterios, formando así categorías o diversos tipos de objetos, las cuales a su vez, pueden estar basadas en las diferentes funciones o papeles desempeñados por los objetos en dicha actividad.

Desde la perspectiva del EOS, la resolución de un problema físico-matemático implica un conjunto de objetos primarios que pertenecen a la física, a la matemática o a ambos. Estos objetos primarios se pueden clasificar en: conceptos, lenguaje, propiedades, procedimientos y argumentos. Los objetos primarios se describen a continuación:

- **Conceptos:** son introducidos mediante definiciones o descripciones como recta, punto, media, función, etc.
- **Lenguaje:** se refiere a los términos, expresiones, notaciones y gráficos en sus diversos registros (escrito, oral, gestual, etc.).
- **Propiedades:** permiten relacionar conceptos (como 2da ley de Newton, leyes físicas).
- **Procedimientos:** es el tratamiento físico-matemático (algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo, etc.).
- **Argumentos:** son enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivos o de otro tipo, es decir justifican la resolución de un problema.

Estas cinco entidades primarias no son objetos aislados entre sí, sino que se vinculan entre ellas de la siguiente manera: las situaciones-problemas son el origen y motivación de la actividad física-matemática, el lenguaje actúa como soporte para representar a las restantes entidades y sirve de instrumento para la acción, los argumentos justifican los procedimientos y propiedades que, conjuntamente con los conceptos, resuelven las situaciones-problemas.

La relación existente entre los objetos primarios es particular de cada situación-problema y de cada sujeto, es decir cada situación-problema tiene una configuración de objetos primarios distinta. Los sistemas de prácticas y las configuraciones se proponen como herramientas teóricas para describir los conocimientos físico-matemáticos, en su doble versión, personal e institucional. Por consiguiente, las configuraciones pueden ser epistémicas (redes de objetos institucionales) o cognitivas (redes de objetos personales).

### ***3.1.2 Dualidades o perspectivas***

Los objetos primarios y los sistemas de prácticas se pueden interpretar desde cinco dualidades: ostensivo/no-ostensivo, personal/institucional, expresión/contenido, unitario/sistémico e intensivo/extensivo. Estas se describen a continuación:

- Ostensivo/no-ostensivo: se entiende por ostensivo cualquier objeto que es público y que, por tanto, se puede mostrar a otro. Los objetos institucionales y personales tienen una naturaleza no-ostensiva (no perceptibles por sí mismos). En las prácticas físico-matemáticas intervienen objetos ostensivos (símbolos, gráficos, etc.) y no-ostensivos (conceptos, proposiciones, etc., que evocamos al hacer física o matemáticas) y que son representados en forma textual, oral, gráfica o pictórica.

- Personal/institucional: si los sistemas de prácticas son compartidos dentro de una institución, los objetos se consideran objetos institucionales, mientras que si estos sistemas son específicos de una persona se consideran como objetos personales (Godino & Batanero, 1994).

- Expresión/contenido: los distintos objetos no se deben concebir como entidades aisladas, sino puestas en relación unos con otros. La relación se establece por medio de funciones semióticas, entendidas como una relación entre un antecedente (expresión, significante) y un consecuente (contenido, significado) establecida por un sujeto (persona o institución) de acuerdo con un cierto criterio o código de correspondencia.

- Unitario/sistémico: en esta dualidad los objetos físico-matemáticos participan como entidades unitarias (que se suponen son conocidas previamente), mientras que otras intervienen como sistemas que se deben descomponer para su estudio.
- Intensivo/extensivo: esta dualidad permite estudiar lo particular y lo general, que sin duda es una cuestión clave en la construcción y aplicación del conocimiento matemático. Existe una relación en esta dualidad en donde se puede ir de un caso general (intensivo) a uno particular (extensivo) y al contrario, de un caso general a uno particular.

Estas dualidades están asociadas a diversos procesos de tipo cognitivo que llevan de una perspectiva a otra. Algunos procesos se describen en la siguiente sección.

### ***3.1.3 Algunos procesos cognitivos***

En el EOS no se intenta dar de entrada una definición de proceso, ya que hay muchas clases diferentes de procesos. Se puede hablar de un proceso como una secuencia de prácticas, de procesos cognitivos, procesos metacognitivos, procesos de instrucción, procesos de cambio, procesos sociales, etc. Sin embargo, en este marco teórico se considera que un proceso matemático es lo que podemos inferir que ha causado una cierta respuesta a una demanda dada. Es una secuencia de acciones que es activada o desarrollada, durante un cierto tiempo, para conseguir un objetivo, generalmente una respuesta (salida) ante la propuesta de una tarea matemática (entrada) (Font & Rubio, 2017).

Algunos de estos procesos son los de materialización e idealización que están asociados a la dualidad ostensivo/no-ostensivo, puesto que en general los objetos matemáticos no son perceptibles (no-ostensivos) y al mismo tiempo pueden ser observados a través de diversos objetos ostensivos asociados (materializados), tales como notaciones, símbolos, gráficas, entre otros. A través del proceso de idealización un objeto ostensivo del mundo material de las experiencias humanas es convertido o pensado como un objeto no-ostensivo (el objeto es idealizado). Análogamente, a través del proceso de materialización, un objeto matemático pensado por un sujeto puede ser representado de manera ostensiva sobre el papel y ser observado públicamente (el objeto es materializado de manera perceptible). El vínculo entre

ambos objetos (entre el objeto ostensivo y el no-ostensivo) es establecido mediante una función semiótica.

Los procesos de materialización e idealización son sumamente importantes en la actividad matemática. Es decir, sin la materialización de los objetos en símbolos y artefactos no es posible realizar la actividad físico-matemática y, por otra parte, en el discurso que se hace sobre estos símbolos se sugiere explícita o implícitamente que estos símbolos materiales están en representación de objetos ideales.

### ***3.1.4 Significado***

Como se mencionó anteriormente el significado en el EOS se puede entender de dos formas, como sistema de prácticas o como función semiótica. A continuación se describen ambas perspectivas.

En términos de la primera forma, se trata de una perspectiva “sistémica” ya que se considera que el significado de un objeto es el sistema de prácticas en las que dicho objeto es determinante para su realización (o no). En otras palabras, desde la perspectiva unitario - sistémico el significado de un objeto, según el contexto, puede ser una definición (perspectiva unitaria) o bien puede ser el sistema de prácticas en las que dicho objeto es determinante para su realización (perspectiva sistémica). Un concepto primordial para el EOS es el de práctica matemática. Esta se define como cualquier acción, expresión o manifestación (lingüística o de otro tipo) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar la solución obtenida a otras personas, validar y generalizar esa solución a otros contextos. A partir del concepto de práctica matemática, surge la noción de significado de un objeto matemático. Este se define como “el sistema de prácticas operativas y discursivas para resolver un cierto tipo de problemas” (Godino, Bencomo, Font & Wilhelmi, 2006).

Es decir, dado un objeto matemático, se considera que su significado es un sistema complejo de prácticas en las que cada una de las diferentes configuraciones de objetos y procesos en las que se presenta el objeto en cuestión posibilita un subconjunto de prácticas de dicho sistema. En pocas palabras el objeto considerado como emergente de un sistema de prácticas, se puede considerar como único y con un significado global. Pero en cada subconjunto de prácticas, el sistema se puede parcelar en diferentes prácticas más específicas

que son utilizadas en un determinado contexto y con un determinado tipo de notación produciendo un determinado sentido del objeto.

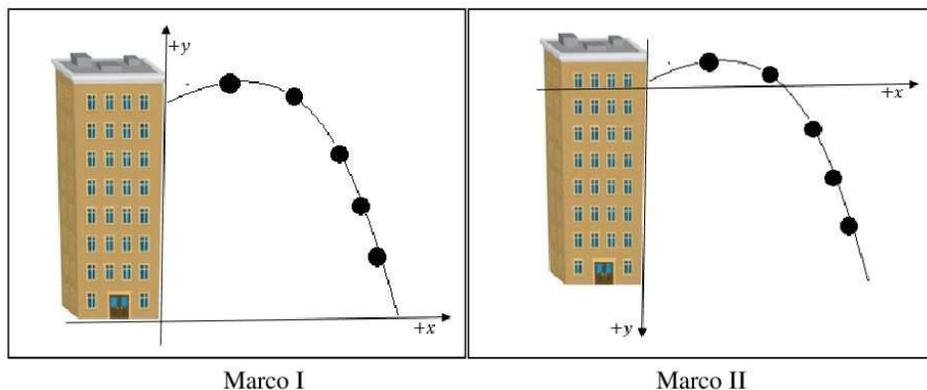
Por otro lado, una función semiótica es establecida por un sujeto (persona o institución) de acuerdo con un cierto criterio o regla de correspondencia. Para que una función semiótica sea establecida, se considera la perspectiva expresión/contenido, es decir el significado está dado a través de la correspondencia (relaciones de dependencia) entre un antecedente (expresión) y consecuente (significado o contenido) establecidos por un sujeto (persona o institución) de acuerdo con ciertos criterios (convenios, reglas matemáticas).

La noción de función semiótica permite proponer una interpretación del conocimiento y la comprensión de un objeto  $o$  (sea ostensivo o no ostensivo, elemental o sistémico, etc.) por parte de un sujeto  $x$  (persona o institución) en términos de las funciones semióticas que  $x$  puede establecer, en unas circunstancias fijadas, en las cuales se pone en juego  $o$  como funtivo. (Godino, 2003).

### 3.2 Mapas conceptuales híbridos y su interpretación desde el Enfoque Ontosemiótico: el caso de la noción de MR

Una forma de explicar la interpretación del MCH desde el EOS es a través de un ejemplo que ilustre el proceso de construcción del MCH a partir de la producción de un sujeto. Para este apartado se muestra la producción de una docente a la que se le plantea la tarea de resolver una situación física problematizada. El problema planteado fue:

*Se lanza una pelota desde la ventana del piso más alto de un edificio. Se da a la pelota una velocidad inicial de  $8.00\text{ m/s}$  a un ángulo de  $20.0^\circ$  sobre la horizontal. La pelota golpea el suelo  $3.00\text{ s}$  después. Determine (a) ¿a qué distancia horizontal, a partir de la base del edificio, la pelota golpea el suelo? y (b) encuentre la altura desde la cual se lanzó la pelota. (Serway, 2008, pág. 89).*



*Figura 3.1. Representación pictórica que acompañaba el problema de tiro parabólico planteado al docente. MR I situado en el piso, MR II situado por debajo de la ventana de un edificio.*

En el planteamiento del problema se agregó una representación pictórica del fenómeno como se muestra en la Figura 3.1. El cual presentaba, además, un plano cartesiano para señalar desde que MR tenía que describir el movimiento de la pelota. Para esto se plantearon dos problemas distintos, en el problema I se sitúa el MR en el piso (Marco I) y en el problema II se sitúa el MR por debajo de la ventana de un edificio (Marco II). En cada problema se presentaron los mismos elementos, sin embargo, diferían en el MR.

La solución que propone la docente se presenta en la Figura 3.2. La Figura 3.2 presenta en recuadros el discurso oral del sujeto. Para comprender el proceso de resolución de la docente se enumeraron los argumentos que utiliza de manera oral y escrita para dar solución al problema, de esta manera se inicia con el argumento (1) seguido del argumento (2) y así sucesivamente hasta el argumento (11). La Figura 3.2 también presenta la producción escrita, la cual se encuentra conformada por la organización de símbolos y expresiones algebraicas que el sujeto requirió para resolver el problema.

The image shows a handwritten solution on lined paper for a projectile motion problem. The solution is annotated with 11 numbered boxes containing oral arguments. The handwritten work includes:

- Initial conditions:**  $v_0 = 8 \text{ m/s}$ ,  $\theta = 20^\circ$ ,  $t = 3 \text{ s}$ .
- Part (a):** Finds horizontal distance  $x = 22.55 \text{ m}$  using  $x = v_x t = (8 \text{ m/s} \cos 20^\circ) t$ .
- Part (b):** Finds vertical displacement  $\Delta y = -35.937 \text{ m}$  using  $\Delta y = v_y t + \frac{g t^2}{2}$  with  $v_y = 8 \text{ m/s} \sin 20^\circ$  and  $g = -9.81 \text{ m/s}^2$ .
- Final height:**  $h = 35.937 \text{ m}$ .

**Annotations (Arguments):**

- "Primero te dice la velocidad inicial, que son  $v_0 = 8 \text{ m/s}$ , te da el ángulo que es de  $\theta = 20^\circ$  respecto a la horizontal  $\phi$  (y hace un dibujo como referencia) y te da el tiempo  $t = 3 \text{ s}$ ."
- "En el inciso a) pide, ¿a qué distancia horizontal? este es el alcance horizontal ¿ $x = ?$ ?"
- "El alcance horizontal se obtiene como  $x = (8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cos 20^\circ) t$ . Y el tiempo ya lo sé, que es  $3 \text{ s}$ ."
- "De lo anterior obtengo que  $x = 22.55 \text{ m}$ "
- "La altura desde la cual se lanzó tiene que ver con el desplazamiento en la dirección vertical, por lo tanto  $\Delta y$  me va a decir esa "h"  $\Delta y \Rightarrow h$ ."
- "En realidad la magnitud o módulo del vector de desplazamiento es "h", por lo tanto utilizo una ecuación de cinemática, que relacione la velocidad inicial en y, el tiempo y el valor de la aceleración de la gravedad  $\Delta y = v_y t + g \frac{t^2}{2}$ "
- "Lo cual lo voy a hacer en el movimiento en y, a sabiendas que  $g = -9.81 \text{ m/s}^2$ , que es negativo porque así el marco de referencia lo indica."
- "Entonces  $\Delta y = (8 \text{ m/s} \sin 20^\circ)(3 \text{ s}) + \frac{(-9.81 \text{ m/s}^2)}{2} (3 \text{ s})^2$ "
- "Ese delta y va a dar negativo porque ese es el marco de referencia que está elegido  $\Delta y = 8.208 \text{ m} - 44.145 \text{ m}$ "
- "Y el desplazamiento sería  $\Delta y = -35.937 \text{ m}$  y es negativo por la dirección, que como vector va hacia abajo ↓"
- "La altura sería entonces  $h = 35.937 \text{ m}$ "

Figura 3.2. Producción de una docente en la resolución de un problema de tiro parabólico.

En la resolución del problema, la docente inició con la interpretación del problema, señalando los datos que este proporciona, tales como la velocidad  $v_0 = 8 \text{ m/s}$ , un ángulo  $\theta = 20^\circ$  con respecto a la horizontal y un tiempo  $t = 3 \text{ s}$ , (1) Figura 3.2. Posterior a la interpretación comienza con la resolución del inciso (a), el cual pide encontrar la distancia horizontal, lo cual el docente considera como el alcance horizontal  $x$ , que obtiene a partir de la expresión  $x = \left(8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cos 20^\circ\right) t$ , y el tiempo que ya conoce que es  $t = 3 \text{ s}$ , (3) Figura 3.2. De lo anterior obtiene que  $x = 22.55 \text{ m}$ , (4) Figura 3.2. Luego indica que la altura desde la cual se lanzó la pelota tiene que ver con el desplazamiento en la dirección vertical, por lo

tanto  $\Delta y$  (vector desplazamiento en la dirección  $y$ ) le va a indicar la magnitud de la altura, (5) Figura 3.2. Después explica que la magnitud o módulo del vector desplazamiento es la altura que denota como " $h$ ", con base en esto utiliza una ecuación de cinemática que relaciona la velocidad inicial en  $y$ , el tiempo y el valor de la aceleración de la gravedad, dicha ecuación es  $\Delta y = v_i t + g \frac{t^2}{2}$ , (6) Figura 3.2. Esto lo hace en la componente para el movimiento en la dirección  $y$ , a sabiendas de que  $g = -9.81 \text{ m/s}^2$ , que es negativa por que el MR así lo indica, (7) Figura 3.2. Después sustituye los datos que proporciona el problema en la ecuación de cinemática, es decir  $\Delta y = \left(8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cos 20^\circ\right) t + \frac{\left(-\frac{9.81 \text{m}}{\text{s}^2}\right)}{2} (3)^2$ , (8) Figura 3.2. De lo anterior obtiene que  $\Delta y = 8.208 \text{ m} - 44.145 \text{ m}$ , de lo cual asevera que ese delta va a ser negativo, por el MR dado, (9) Figura 3.2. Por lo tanto, el desplazamiento sería  $\Delta y = -35.937 \text{ m}$ , explica que este desplazamiento es negativo por la dirección, que como vector va hacia abajo, (10) Figura 3.2. Finalmente, esto le permitió llegar a la conclusión de que la altura  $h$  sería  $h = 35.937 \text{ m}$ , (11) Figura 3.2.

A partir de dicha producción es posible identificar los siguientes objetos primarios que señala el EOS:

- **Lenguaje:** es donde intervienen símbolos ( $x, y, \Delta y, g, v_0$ , entre otros), expresiones algebraicas ( $\Delta y = v_i t + g \frac{t^2}{2}$ ,  $\Delta y = 8.208 \text{ m} - 44.145 \text{ m}$ ,  $x = \left(8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cos 20^\circ\right) t$ ), índices (palabras como: velocidad, posición, velocidad horizontal, etc.); representación esquemática (representación de abertura de ángulo, (1) Figura 3.2).
- **Conceptos:** algunos de estos fueron mencionados en el discurso oral, por ejemplo: base, edificio, pelota, suelo, marco, movimiento, entre otros. Algunos de estos también fueron representados simultáneamente de manera escrita, por ejemplo: movimiento, marco, etc. Estos pueden ser de tipo físico (posición, velocidad, aceleración de la gravedad, tiempo, velocidad inicial, alcance, entre otros) o conceptos de tipo matemático (multiplicar, sustitución, sumar, ecuación, entre otros).
- **Propiedades:** permiten relacionar un conjunto de conceptos bajo determinada regla, se trata de propiedades físicas y matemáticas. Por ejemplo, se emplea la propiedad de  $\Delta y = v_i t + g \frac{t^2}{2}$ , (6) Figura 3.2, la cual sólo es válida para describir movimientos con

aceleración constante, otra propiedad es que no hay aceleración en la dirección  $x$  puesto que no hay una fuerza horizontal que provoque una aceleración de la pelota en dicha dirección. El uso de las propiedades no es sólo de manera explícita, sino que se da también de manera implícita, por ejemplo, al descomponer el movimiento de una partícula en sus dos componentes, una para el movimiento en la dirección en  $x$  y otra para el movimiento en la dirección en  $y$ .

- **Procedimiento:** se refiere al tratamiento físico-matemático realizado, se trata de las operaciones matemáticas y cálculos implicados como por ejemplo, la sustitución de  $x = \left(8 \frac{m}{s} \cos 20^\circ\right) t$ ,  $t = 3s$  y  $g = -9.81 m/s^2$  en la fórmula  $\Delta y = v_i t + g \frac{t^2}{2}$ , para luego, después de multiplicar y sumar, obtener  $\Delta y = -35.937 m$ .
- **Argumentos:** se trata de proposiciones empleadas por el docente que le permiten justificar el proceso de resolución, por ejemplo, para ir de (5) a (8) el argumento justificativo considera la altura a la cual fue lanzada la pelota está directamente relacionada con el desplazamiento en la dirección vertical, por lo tanto el cálculo lo hace en el eje  $y$  y toma el valor de la aceleración de la gravedad como negativo, (5)-(8) Figura 3.2. Otro argumento que se logró percibir fue cuando el sujeto obtiene un valor negativo como respuesta al inciso b y hace un cambio de signo argumentando que el signo resulta negativo debido a la dirección que visto como vector va hacia abajo, (10) y (11) Figura 3.2.

### ***3.2.1 Procedimiento para elaborar un MCH***

Con base en los objetos físico-matemáticos primarios anteriores, para la elaboración del MCH pueden seguirse algunos pasos heurísticos, por ejemplo, en el artículo de Moreno, Zúñiga & Tovar, (2018) se describen los siguientes:

#### **Paso I**

Primero se debe identificar las prácticas y la manera en que estas fueron organizadas por el sujeto que conforman el sistema de prácticas, por ejemplo, en la producción del docente Figura 3.2 se pueden observar 3 prácticas. En los recuadros (1) y (2) Figura 3.2 el docente interpreta el problema, aquí notamos la primera práctica. La segunda práctica se puede observar en los recuadros (3) y (4) Figura 3.2 en donde el profesor toma las consideraciones necesarias para resolver el inciso (a). La última práctica que se puede observar en la producción del docente, del recuadro (5) al recuadro (11) Figura 3.2, que al igual que en la práctica anterior, el docente toma las consideraciones necesarias para resolver, en este caso, el inciso (b).

Cabe señalar que algunas prácticas pueden considerarse mayormente interpretativas y otras mayormente operativas. Por ejemplo, en la primera práctica, A Figura 3.3, se muestra una práctica mayormente interpretativa, la cual consiste en la lectura, comprensión e idealización de la situación problematizada que fue planteada. En dicha práctica interpretativa si se percibe el objeto procedimiento, el cual es manejado por el sujeto de manera implícita al ir de conceptos concretos a conceptos cada vez más abstractos, donde se comienza utilizando conceptos materiales como: base, edificio, pelota, etc. a conceptos más abstractos como: impacta, desplazamiento, etc. estos últimos formaran la base para la resolución del problema.

Por otro lado, algunas prácticas son consideradas mayormente operativas, por ejemplo, en la segunda y tercera práctica, B y C Figura 3.3 respectivamente, en estas se percibe el objeto procedimiento de manera implícita a partir de la serie de pasos matemáticos que sigue el algoritmo de solución.

## **Paso II**

Posteriormente, nos situamos en la primera práctica y se identifican los objetos físico-matemáticos primarios que refieren a conceptos, argumentos, propiedades o procedimiento, todos estos representados a través del objeto lenguaje. Los conceptos pueden repetirse o utilizarse en las distintas prácticas, las cuales aparecen conectadas en el mapa a través del empleo de líneas y conjunciones que las conectan, conjunciones tales como “es decir” “se considera en”, “entonces”, “luego”, etc. Para identificar conexiones de conceptos entre una misma práctica en el MCH se hace uso de una línea continua para denotar dicha conexión (ruta A2-A4-A16 Figura 3.3). Para identificar conexiones de conceptos entre distintas prácticas en el MCH se hace uso de una línea punteada para denotar dicha conexión (ruta A2-A4-A6-C23 Figura 3.3).

En ocasiones cuando el sujeto lleva a cabo una práctica interpretativa en medio de una práctica operativa, no se escribe en la práctica que se ha nombrado interpretativa, sino que se deja en la práctica en la cual se está “trabajando”, por esta razón existen argumentos e interpretaciones en cualquier práctica.

## **Paso III**

En cada práctica que integra el sistema de prácticas se establece una red de funciones semióticas, la cual tomó como expresión al lenguaje que se presenta en el MCH y como contenido a objetos no-ostensivos tales como conceptos, propiedades, procedimiento y argumentos.

## **Paso IV**

En el MCH se generan argumentos, estos argumentos son generados por práctica y se forman a partir de la conexión de los diversos conceptos, los cuales son leídos a partir de las diferentes rutas de lectura del MCH. Por ejemplo, el argumento generado en la ruta C6-C7-C8-C9-C25-C26-C27-C28-C29-C30 en el MCH de la Figura 3.3.

## **Paso V**

La conexión entre conceptos también permite representar, además de argumentos, las propiedades físico-matemáticas. Por ejemplo, la propiedad que relaciona la inicial en “y” el tiempo y el valor de la aceleración de la gravedad, que se presenta en la ruta C10-C11-C18-C19-C20 en el MCH Figura 3.3.

En el MCH se maneja el uso de propiedades de manera implícita, pero que se dejan ver a golpe de vista a través del sistema de prácticas del MCH. En este sentido, es posible que una misma propiedad pueda ser representada a través de dos rutas de lectura ubicadas en distintas prácticas como es el caso de la ruta A12-A13-A14-A15-A16 en la práctica A y la ruta C1-C2-C3-C4-C5 en la práctica C, que alude a la propiedad de la descomposición del movimiento en dos componentes, ver la Figura 3.3.

En la Figura 3.3 se muestra el MCH elaborado a partir de la producción del docente, a este mapa se le han agregado algunas anotaciones (A,1,2; B,1,2; y C son algunas) con el propósito de facilitar su descripción.

Estos pasos fueron empleados para elaborar el MCH epistémico (puesto que corresponde a la producción de una docente experta) que se presenta en la Figura 3.2. Cabe destacar que en la literatura podemos encontrar una serie de pasos heurísticos para la elaboración de Mapas Conceptuales, pero sólo dos trabajos referentes a la elaboración del MCH, nos referimos a los trabajos de Moreno, Zúñiga & Tovar (2018) y el trabajo de Moreno (2017). Esto último debido a que se trata de un tema novedoso y reciente en Matemática Educativa.

Para construir el MCH se auxilia en el objeto procedimiento, en el que es posible advertir de la realización de tres prácticas diferenciadas (Moreno, Zúñiga & Tovar, 2018):

Mediante el paso **I**, en la producción de la profesora es posible advertir 3 prácticas, las cuales se describen a continuación:

### *Práctica A, Práctica interpretativa*

Mediante el paso **II**, el cual consiste en la lectura, comprensión e idealización de la situación problematizada, se identifican los elementos implicados en la interpretación del problema, entre estos elementos se pueden identificar los siguientes conceptos: velocidad inicial, ángulo, tiempo, base, edificio, pelota, impacta, suelo, velocidad horizontal, multiplicada, ver (ruta A1-A15 Figura 3.3). Por otro lado, el procedimiento va de conceptos menos abstractos (conceptos A7, A8, A9, A10 y A11 Figura 3.3) a conceptos más abstractos (A12, A13, A14, A15 y A16 Figura 3.3). Como se mencionó anteriormente estos conceptos sirven de base para dar solución al problema. Con base en el paso **V**, se identifica de manera implícita la propiedad físico-matemática, de la descomposición del movimiento en componentes, la cual se identifica en la ruta A12-A13-A14-A15-A16 Figura 3.3.

### *Práctica B, Práctica Operativa*

A partir del paso **III**, los conceptos identificados fueron (de manera implícita): velocidad horizontal y tiempo, ver (B1-B3 Figura 3.3). Con base en el paso **IV**, los argumentos fueron obtenidos a partir de la conexión de ciertos conceptos, por ejemplo, el argumento para determinar la distancia horizontal (señalado en la producción del profesor en (2), (3) y (4) Figura 3.2 ) se representa en el MCH a través de la ruta de lectura B1-B2-A16-B3 Figura 3.3. A partir del paso **V**, se identifica una propiedad físico-matemática ( $x = v_x t$ ) representada por B1 Figura 3.3. El objeto procedimiento es visto en el MCH a través de la sustitución de los datos obtenidos en la práctica A (en específico A16 Figura 3.3) en la expresión  $x = v_x t$  (B1 y B2 Figura 3.3) para obtener el resultado del inciso (a) (B3 Figura 3.3).

### *Práctica C, Práctica Operativa*

En esta práctica, a partir del paso **II**, los conceptos identificados fueron: altura, lanzó, pelota, desplazamiento, dirección vertical, magnitud, módulo, vector desplazamiento, negativo, dirección, vector, hacia abajo, ecuación de cinemática, relaciona, velocidad inicial en y, componente, tiempo, valor, aceleración, gravedad, movimiento en y, MR e indica. Con base en el paso **IV** los argumentos fueron obtenidos a partir de la conexión de ciertos conceptos, por ejemplo, el argumento descrito a través de la ruta C10-C22 Figura 3.3. A partir del paso **V**, se identifican propiedades físico-matemáticas, que son representadas en el

MCH en C6 y C22 Figura 3.3. De la misma manera se identifican de manera implícita otras propiedades como es el caso de la ruta C12-C17 Figura 3.3 y la ruta C13-C16 Figura 3.3, en donde descompone el vector movimiento en componentes. El objeto procedimiento es visto en el MCH a través de la sustitución de los datos obtenidos en la práctica A (en específico A16 Figura 3.3) y en esta misma práctica (C14 Figura 3.3) en la expresión  $\Delta y = v_i t + g \frac{t^2}{2}$  (C22 Figura 3.3) para obtener el resultado del inciso (b) representado en la ruta C23-C24-C25 Figura 3.3.

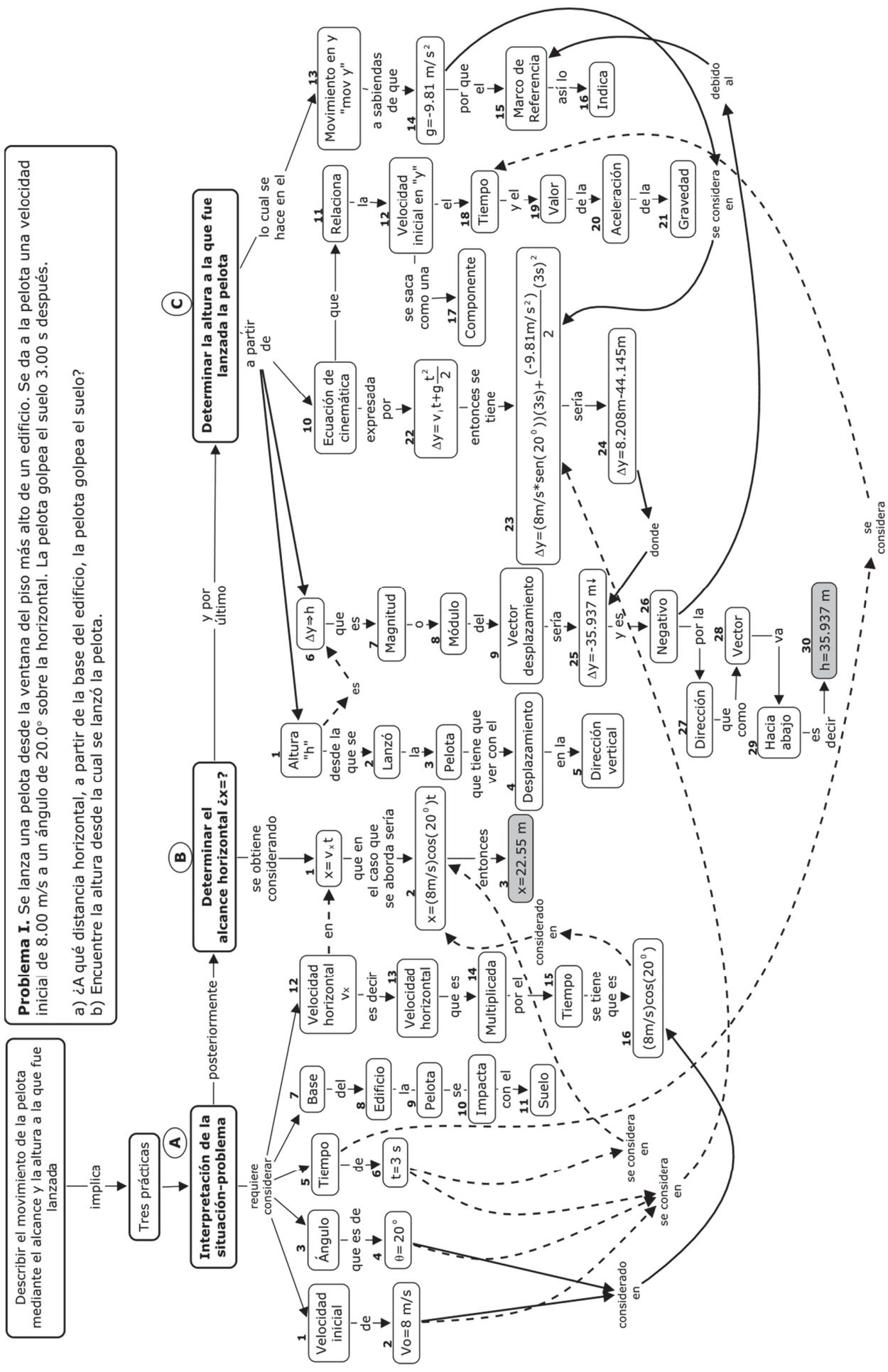


Figura 3.3. Se muestra el MCH correspondiente a la producción de la docente, problema I, correspondiente a la resolución de un problema de tiro parabólico

### ***3.2.2 El significado en términos del sistema de prácticas.***

Las prácticas anteriores tienen fines específicos, tienen cierto sentido y conducen a resultados concretos. Sin embargo, cada una de estas prácticas son organizadas por el sujeto en un sistema de prácticas único. Es importante mencionar que el sistema de prácticas no es lo mismo que el objeto primario procedimiento, al contrario, se apoya en el objeto procedimiento para identificar el sistema de prácticas y el significado está dado en términos del sistema de prácticas como conocimiento en uso. El docente asocia un significado a la noción de MR a través del sistema de prácticas conformado por la interrelación de las prácticas A, B y C (Figura 3.3). En este sentido, el MCH representa de manera gráfica la configuración de los objetos físico-matemáticos primarios que son activados durante la resolución de la situación problema. En este caso el MR es usado como herramienta operativa, es decir, es empleado para establecer ciertas normas o condiciones bajo las cuales las expresiones generales de cinemática tienen que reducirse a través de la consideración de las condiciones específicas que plantea el problema. Te permite particularizar, es decir, te permite ir de expresiones generales de cinemática a expresiones específicas que dependen de las condiciones del problema.

El significado también se da en términos de funciones semióticas, por ejemplo, el signo de la “g” (gravedad) te dice que el objeto se mueve en un sentido contrario al eje positivo del MR. En este caso la docente emplea símbolos y expresiones algebraicas para dar solución al problema. Algunos ejemplos del empleo de funciones semióticas por parte de la docente se observan en la producción (Figura 3.2) y en el MCH (Figura 3.3) son: teta ( $\theta$ ), interpretado como el ángulo entre el vector velocidad y el eje positivo  $x$ ; el símbolo  $v_0$ , interpretado como la componente de la velocidad inicial en la dirección  $x$ ; la ecuación  $\Delta y = v_i t + g \frac{t^2}{2}$ , fue interpretada como una relación entre la componente de la velocidad en la dirección  $y$ , el tiempo y el valor de la aceleración de la gravedad. Todos los símbolos son representaciones ostensivas de objetos físico-matemáticos no-ostensivos. Es decir, los conceptos que viven en el mundo de las ideas y que se materializan de forma ostensiva (escrita, oral, pictórica, icónica, etc.).

### **3.2.3 Procesos cognitivos que se pueden advertir a través de las características que exhibe el MCH.**

En el MCH correspondiente a la producción del docente (Figura 3.3) se pueden observar distintos procesos cognitivos que el sujeto lleva a cabo para dar solución al problema, estos procesos son:

- **Idealización:** para ir de los conceptos concretos (aquellos que el sujeto lee del problema y toma en cuenta al resolverlo).
- **Materialización:** cuando el sujeto representa de manera ostensiva (mediante un pictograma, símbolo, expresión algebraica o palabra) un objeto pensado, por ejemplo, la materialización y representación de la propiedad de movimiento a velocidad constante en  $x$  a través de  $x = vt$  y de aceleración constante en  $y$ , las cuales no se proporcionan en la situación problematizada, sino que más bien se trata de un conocimiento previo con el que cuenta la profesora y que materializa de manera ostensiva para resolver el problema. Cabe destacar que la materialización, en este caso, se está apoyando en el conocimiento previo y no en lo que pudiese visualizar (más que observar) del fenómeno.
- **Particularización:** se observa al reducir o simplificar una ecuación general de cinemática, al considerar las condiciones iniciales y finales del caso concreto que se está abordando.
- **Tratamiento matemático:** empleado al sustituir, multiplicar y sumar para obtener el resultado.
- **Reificación:** tiene que ver con la manera en que organiza y conecta los conceptos para presentar de manera coherente las prácticas que conforman el sistema de prácticas que le permiten resolver la situación problematizada. Este proceso permite interpretar al MCH como una representación ostensiva de la configuración de objetos físico-matemáticos que participan en la realización de un sistema de prácticas operativas y discursivas.
- **Significación:** asignar significado al lenguaje, este proceso tiene que ver con la función semiótica donde el sujeto le asigna un significado al símbolo o expresión algebraica

- **Representación:** mostrar de manera pública u observable (de manera ostensiva) un objeto pensado (no-ostensivo), este último como el significado asociado a dicho objeto representado.

Estos procesos cognitivos están interrelacionados con las diferentes perspectivas duales que señala el EOS, el proceso de *idealización* y el de *materialización* están ligadas a la perspectiva ostensiva/no-ostensiva, el proceso de *particularización* está relacionado con la perspectiva extensivo/intensivo, el *tratamiento matemático* y la *reificación* se relacionan con la perspectiva dual unitario/sistémico y por último los procesos de *significación* y *representación* están asociados a la perspectiva expresión/contenido.

Cabe señalar que el EOS también considera la perspectiva personal (cognitivo)/institucional (epistémico), en el caso del MCH asociado a la producción de la docente experta, se considera que el MCH es de tipo institucional o epistémico, sin embargo, para el caso del MCH asociado a la producción de un estudiante, se tiene un MCH de tipo cognitivo. Esta última perspectiva es considerada como el eje central de la investigación, pues es a partir de la comparación entre el MCH epistémico del docente y el MCH cognitivo de los estudiantes que podemos tener un acercamiento al estudio de las concepciones de los alumnos relacionada con la noción de MR.

### 3.3 MCH epistémico

A continuación se describen los MCH's correspondientes a la producción de la docente al resolver un problema de movimiento parabólico desde dos MR distintos (Marco I y II). Es importante recordar que cada MCH se elaboró con base en la producción obtenida en la resolución de cada problema por parte de la docente.

#### 3.3.1 Resolución del problema en el MR I

En la Figura 3.3 se muestra el MCH correspondiente a la producción del problema I (MR I). Mediante el paso I presentado en la sección 3.2.1, es posible advertir 3 prácticas, las cuales se describen a continuación:

##### *Práctica A, Práctica interpretativa*

La docente inicia resolviendo el problema con una interpretación de la situación-problema, tomando en cuenta las consideraciones que cree son relevantes para dar respuesta al problema: considera la velocidad inicial  $v_0 = 8 \text{ m/s}$ , un ángulo  $\theta = 20^\circ$ , un tiempo  $t = 3\text{s}$  (ruta A1-A6 Figura 3.3), evoca el argumento “la base del edificio que es donde la pelota impacta con el suelo” (ruta A7-A11 Figura 3.3), también considera la velocidad horizontal ( $v_x$ ) que se entiende como la velocidad horizontal que es multiplicada por el tiempo, la cual tiene que es  $\left(8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \cos(20^\circ)$  (ruta A12-A16 Figura 3.3). Posteriormente para determinar el alcance horizontal  $x$ , el docente realizó la práctica B.

##### *Práctica B, Práctica operativa*

Para determinar el alcance horizontal el docente considera que es pertinente utilizar la fórmula del alcance  $x = v_x t$ , que en este problema se obtiene como  $x = \left(8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \cos(20^\circ) t$ , entonces es  $x = 22.55\text{m}$  (ruta B1-B2-B3 Figura 3.3). Por último, para determinar la altura a la que fue lanzada la pelota el sujeto realizó la tercera y última práctica.

### *Práctica C, Práctica operativa*

La altura a la que fue lanzada la pelota se obtiene a partir de la altura ( $h$ ) desde la que se lanzó la pelota, que tiene que ver con el desplazamiento en la dirección vertical (ruta C1-C5 Figura 3.3). A partir de  $\Delta y \Rightarrow h$  que se entiende como la magnitud o módulo del vector desplazamiento, se plantea la ecuación de cinemática  $\Delta y = v_i t + g \frac{t^2}{2}$  que relaciona la velocidad inicial en  $y$  (ruta C6-C12 Figura 3.3), la cual se hace en el movimiento en  $y$  a sabiendas de que  $g = -9.81 \frac{m}{s^2}$ , porque el MR así lo indica (ruta C13-C16 Figura 3.3), relaciona el tiempo y el valor de la aceleración de la gravedad (ruta C17-C22 Figura 3.3). En este caso se tiene que  $\Delta y = (8 \frac{m}{s} * \text{sen}(20^\circ)(3s) + \frac{(-9.81 \frac{m}{s^2})}{2}(3s)^2)$ , entonces tenemos  $\Delta y = 8.208m - 44.145m$  donde  $\Delta y = -35.937m$  y es negativo por la dirección, que como vector va hacia abajo, es decir  $h = 35.937m$  (ruta C23-C30 Figura 3.3).

#### *3.3.1.1 Interpretación ontosemiótica del MCH epistémico en el MR I*

A continuación se interpreta el MCH correspondiente a la resolución del problema I, desde una perspectiva ontosemiótica. Esto mismo será realizado con el MCH correspondiente al problema II. Este mismo proceso será replicado en el capítulo 6 Análisis y discusión, con los MCH's de los alumnos.

La resolución de problema por parte de la docente implicó la realización de un sistema de tres prácticas compuesto, una práctica nombrada “interpretación de la situación problema”, una práctica operativa nombrada “determinar el alcance horizontal ¿ $x=?$ ” y otra práctica operativa llamada “determinar la altura la que fue lanzada la pelota”, ver objeto A, B y C, respectivamente, en la Fig.3.3. Cada práctica tiene un sentido específico para la docente, que al ser coordinadas le conducen a la resolución del problema. El MR en el sistema de prácticas no aparece como una definición, sino que aparece empleado a lo largo del sistema de prácticas, de manera que el MCH epistémico refleja de manera gráfica su uso (esto ocurre también en el MCH correspondiente al problema II, al igual que en los MCH's correspondientes a los alumnos).

En la práctica A se observan conceptos, conceptos A1, A3, A7, A8, A9, A10 y A11 Figura 3.3, que provienen de la lectura del texto que describe la situación física problematizada, los cuales, de entre otros conceptos, fueron considerados por la docente como conceptos relevantes para la resolución del problema. También en la práctica A la docente empleó conceptos que fueron inferidos a partir de la lectura, por ejemplo, el argumento “la pelota golpea el suelo 3.00 s después” le permite inferir el concepto de tiempo, A5 Figura 3.3, lo cual da evidencia del establecimiento de una función semiótica entre el dato “3.00 s después” con el concepto de tiempo.

En esta misma práctica se establecen otras funciones semióticas entre los datos que proporciona el texto del problema y lo que la docente conoce acerca del tema, por ejemplo, la función semiótica representada de manera ostensiva en el MCH mediante la ruta A1-A2 Figura 3.3, la que se establece entre el concepto de velocidad inicial, A1, con el símbolo  $v_0 = 8$  m/s, es decir en A2 el símbolo “ $v_0$ ” proviene del conocimiento previo de la docente y no de lo expresado en el texto. Esto mismo ocurre con la función semiótica establecida en la ruta A3-A4 Figura 3.3, con el símbolo “ $\theta = 20$ ” y la función semiótica de la ruta A5-A6 Figura 3.3, con el símbolo “ $t$ ”.

También se establece un pequeño conjunto de tres funciones semióticas relacionadas con la componente de la velocidad considerada por la docente. La primera función le permite relacionar el concepto de MR con la propiedad del concepto de velocidad, evocado en el texto que describe la situación problematizada, la cual describe a través del argumento representado mediante la ruta A12-A16 Figura 3.3. Y las últimas dos funciones semióticas le permiten relacionar los datos de velocidad inicial y ángulo, con la expresión de la componente horizontal de la velocidad conocida previamente por la docente, A2-A16 y A4-A16 en la Figura 3.3 respectivamente.

Por otro lado, en la práctica B, el uso del MR se ve reflejado a través del argumento representado por la ruta B1-B2-B3 Figura 3.3, que da cuenta de tres funciones semióticas. La primera entre el concepto de MR, que es manejado implícitamente, y la propiedad de la descomposición en sus componentes horizontal y vertical de la velocidad, ya que a partir de la expresión  $x = x_0 + v_x t$  que representa el desplazamiento horizontal (que forma parte del conocimiento previo de la docente),

la docente únicamente escribió en su solución B1 Figura 3.3, ya que consideró  $x_0 = 0$ , es decir, considera implícitamente al MR situado en la base del edificio. Las otras dos funciones semióticas le permiten coordinar la práctica A con la práctica B, descrita por un lado a través de las rutas A16-B2 y A12-B1 Figura 3.3, y, por otro lado, A6-B2 Figura 3.3.

Por último, en la práctica C es posible identificar otro conjunto de funciones semióticas, por ejemplo, dos funciones semióticas que tienen que ver con el uso del concepto de MR a través de dos rutas de lectura. La primera ruta representa la función semiótica establecida por la docente cuando relaciona el argumento “altura desde que se lanzó la pelota” (ruta C1-C2-C3 Figura 3.3) obtenido a partir de la lectura del texto, con el argumento de “desplazamiento en la dirección vertical” que proviene de su conocimiento previo y que es representado mediante la ruta C4-C5 Figura 3.3.

Se establece una función semiótica entre el concepto de altura y el concepto desplazamiento, este último forma parte del conocimiento físico-matemático previo de la docente, el cual es descrito a través del argumento representado mediante la ruta C1-C5 Figura 3.3. La segunda función relaciona el concepto “altura  $h$ ”, C1 Figura 3.3, obtenido a partir de la lectura del texto con la propiedad de “magnitud o módulo del vector desplazamiento”, ruta C7-C8-C9 Figura 3.3, propiedad que es parte del conocimiento previo acerca de los vectores, dando lugar a la ruta C6-C7-C8-C9 Figura 3.3. Nótese que en la segunda función semiótica se reflejada en términos del lenguaje mediante, C6 Figura 3.3, “ $\Delta y \Rightarrow h$ ” que relaciona la altura “ $h$ ” con el desplazamiento “ $\Delta y$ ”.

La noción de MR aparece a través del argumento representado mediante la ruta C10-C22 Figura 3.3, se apoya en la práctica A, a través del uso implícito de la propiedad de la descomposición de la velocidad y la posición de la pelota. Posteriormente, describe los conceptos involucrados en la relación matemática representada en C22 Figura 3.3, a saber, los conceptos de “velocidad inicial en  $y$ ” mediante la ruta C12-C17 Figura 3.3, “tiempo” mediante C18 Figura 3.3 y “aceleración de la gravedad” mediante la ruta C19-C20-C21 Figura 3.3.

El uso explícito del concepto de MR aparece en la práctica C (y solamente en la práctica C) cuando se le atribuye signo negativo a la aceleración de la gravedad, ruta C13-C16 Figura 3.3. La docente transforma la ecuación cinemática C22 Figura 3.3 mediante una convención de signo expresada mediante el argumento “ $g = -9.81 \text{ m/s}^2$  porque el MR así lo indica” representada por la ruta C14-C15-C16 Figura 3.3.

El docente establece funciones semióticas entre los datos que proporciona el problema y los elementos de la ecuación cinemática C22 Figura 3.3. Por un lado, se establece la función semiótica entre “ $v_0 = 8 \text{ m/s}$ ” en A2, “ $\theta = 20^\circ$ ” en A4 y “ $v_i$ ” en C22 y la ruta C12-C17, “ $t = 3 \text{ s}$ ” en A6 y C22 y “ $g = -9.81 \text{ m/s}^2$ ” en C14 y C22, y a través de un proceso de particularización (puesto que la ecuación de cinemática general es particularizada según los datos del problema) y otro de tratamiento matemático (operaciones matemáticas que le conducen a un resultado numérico) la docente fue capaz de obtener el desplazamiento de la pelota, ruta C23-C24-C25 Figura 3.3.

Por último, la docente se apoya en nuevamente en el concepto de MR de manera explícita para cambiarle el signo al valor numérico al desplazamiento en C25 Figura 3.3, esto a través del argumento representado en la ruta C25-C26-C15 Figura 3.3 y el argumento de la ruta C26-C27-C28-C29-C30 Figura 3.3. Este último argumento refleja el conocimiento previo de la docente al considerar el desplazamiento C9 Figura 3.3, como un “vector que va hacia abajo” ruta C28-C29 Figura 3.3.

### 3.3.2 Resolución del problema en el MR II

En la Figura 3.4 se muestra el MCH correspondiente a la producción del Problema II (MR II). Mediante el paso I presentado en la sección 3.2.1, en el MCH elaborado a partir de la producción de la resolución del docente del problema II, es posible advertir 3 prácticas, las cuales se describen a continuación:

#### *Práctica A, Práctica interpretativa*

Para dar solución al problema en general el docente toma en consideración los elementos que proporciona la situación-problema tales como: la altura  $h$ , la velocidad inicial  $v_0 = 8 \text{ m/s}$ , el ángulo  $\theta = 20^\circ$  respecto con la horizontal y el tiempo  $t = 3 \text{ s}$  (ruta A1-A8 Figura 3.4). Estos elementos fueron considerados en las siguientes prácticas para dar solución a la situación problema. Posteriormente, para determinar el alcance horizontal  $x$  el sujeto realizó la práctica B.

#### *Práctica B, Práctica operativa*

Este inciso se hace en el movimiento en  $x$ , para determinar el alcance horizontal ( $x = v_x t$ ) se multiplica la componente de la velocidad en  $x$  ( $v_x$ ) por el tiempo ( $t$ ) (ruta B1-B7 Figura 3.4), esta componente es  $x = \left(8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \cos(20^\circ)(3\text{s})$ , entonces la distancia o alcance horizontal es  $x = 22.55\text{m}$  (ruta B8-B12 Figura 3.4). Por último, la docente realizó la práctica C para determinar la altura a la que fue lanzada la pelota.

#### *Práctica C, Práctica operativa*

En esta parte el sujeto para obtener la altura considera que en el MR II cambia la dirección del eje  $y$  positivo para “abajo” (ruta C1-C5 Figura 3.4), esto implica que  $g = 9.819.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  y la velocidad  $y$  inicial ( $v_{yi}$ ) tiene que ser de signo contrario a la anterior por que va en dirección contraria, es decir  $v_{yi} = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{sen}20^\circ$  (ruta C6-C11 Figura 3.4). Luego, como el tiempo es el mismo, entonces la ecuación  $\Delta y = v_i t + g \frac{t^2}{2}$  será exactamente la misma, sólo la sustitución se va a modificar (ruta C12-C18 Figura 3.4). Luego al sustituir se tiene que  $\Delta y = \left(8 \frac{\text{m}}{\text{s}} * \text{sen}(20^\circ)(3\text{s}) + \frac{\left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)}{2} (3\text{s})^2\right)$ , sería  $\Delta y = -8.2\text{m} + 44.145\text{m}$ , entonces

$\Delta y = 35.937m$  y como  $\Delta y$  es el vector de desplazamiento y es positivo porque va en dirección que es “hacia abajo”, y esto sería la altura que es el valor absoluto  $|\Delta y|$  del desplazamiento, por lo tanto  $h = |\Delta y| = 35.937m$  (ruta C19-C31 Figura 3.4).

### 3.3.2.1 Interpretación ontosemiótica del MCH epistémico en el MR II

Al igual que en el problema I, la docente en la resolución del problema implicó la realización de un sistema de tres prácticas compuesto, una práctica nombrada “interpretación de la situación problema”, una práctica operativa nombrada “determinar el alcance horizontal ¿x=?” y otra práctica operativa llamada “determinar la altura la que fue lanzada la pelota”, ver objeto A, B y C Fig.3.4 respectivamente.

En la primera práctica es posible observar el uso de conceptos provenientes de la lectura del texto que describe la situación problematizada, estos conceptos son, A1, A2 y A4 Figura 3.4, que son pertinentes para la resolución del problema. Al igual que en el problema anterior, la docente nuevamente hizo uso de conceptos que fueron inferidos a partir de la lectura, igual que en el caso anterior, a partir del argumento “la pelota golpea el suelo 3.00 s después” es capaz de inferir el concepto de tiempo, concepto A7 Figura 3.4. De igual manera se establece una función semiótica entre el concepto de tiempo y el argumento descrito anteriormente.

Esta práctica da cuenta de otras 3 funciones semióticas, que son establecidas entre los elementos proporcionados por el texto y el conocimiento previo de la docente. La primera función se establece entre el concepto de velocidad inicial, A2 Figura 3.4, y el símbolo  $v_0 = 8$  m/s a través de la ruta A2-A3 Figura 3.4. La segunda función es establecida entre el concepto de ángulo, A4 Figura 3.4, y el símbolo “ $\theta = 20$ ”, ruta A4-A5 Figura 3.4. La última función semiótica se establece en la ruta A7-A8 Figura 3.4, entre el concepto de tiempo, A6 Figura 3.4, y el símbolo “ $t = 3$  s”.

En la práctica B, entra en juego el uso de la noción física de MR, esto a través del argumento que se genera en la ruta B3-B9 Figura 3.4, que al igual que en el problema anterior, da parte a 4 funciones semióticas, la primera entre el concepto de MR, que es manejado implícitamente para definir su posición espacial, y la propiedad de la descomposición en sus componentes horizontal y vertical de la velocidad (que es parte del conocimiento previo de la docente). Las tres funciones semióticas restantes son las que

permiten coordinar la práctica A con la práctica B, que son descritas a través de la ruta A3-B9, A5-B9 y A8-B9 Figura 3.4.

En esta práctica el concepto de MR aparece de manera explícita a través de dos funciones semióticas establecidas en el argumento descrito en la ruta C1-C11 Figura 3.4. La primera función se establece entre el concepto de MR, en A2 Figura 3.4, y en el uso de la convención del signo del valor de la aceleración de la gravedad en A6 Figura 3.4. La segunda función semiótica se establece entre el concepto de MR y la propiedad de descomposición de la velocidad en la componente vertical que, al igual que en la función anterior, está relacionada con el uso de la convención de signos, expresión C11 Figura 3.4. Las otras dos funciones semióticas le permiten relacionar los datos de velocidad inicial y ángulo, con la expresión de la componente vertical de la velocidad conocida previamente por la docente, rutas A3-C11 y C5-C11 Figura 3.4 respectivamente.

El MR aparece nuevamente en esta práctica de manera explícita a través del argumento “tiempo es el mismo entonces  $\Delta y$  o la ecuación  $\Delta y = v_i t + g \frac{t^2}{2}$  será exactamente la misma, sólo la sustitución se va a modificar” descrito por la ruta C12-C18 Figura 3.4.

Por último, la docente se apoya nuevamente en el concepto de MR de manera implícita para cambiarle el signo al valor numérico al desplazamiento en C22 Figura 3.4, esto a través del argumento representado por la ruta C23-C28 Figura 3.4 y el argumento C28-C31 Figura 3.4. Estos argumentos reflejan el conocimiento previo de la docente al considerar el desplazamiento C23 Figura 3.4, como el “vector de desplazamiento y es positivo porque va en dirección hacia abajo” ruta C24-C27 Figura 3.4. El segundo argumento refleja el uso del MR en la convención de signos al calcular el valor absoluto del desplazamiento, ruta C29-C30-C31 Figura 3.4.

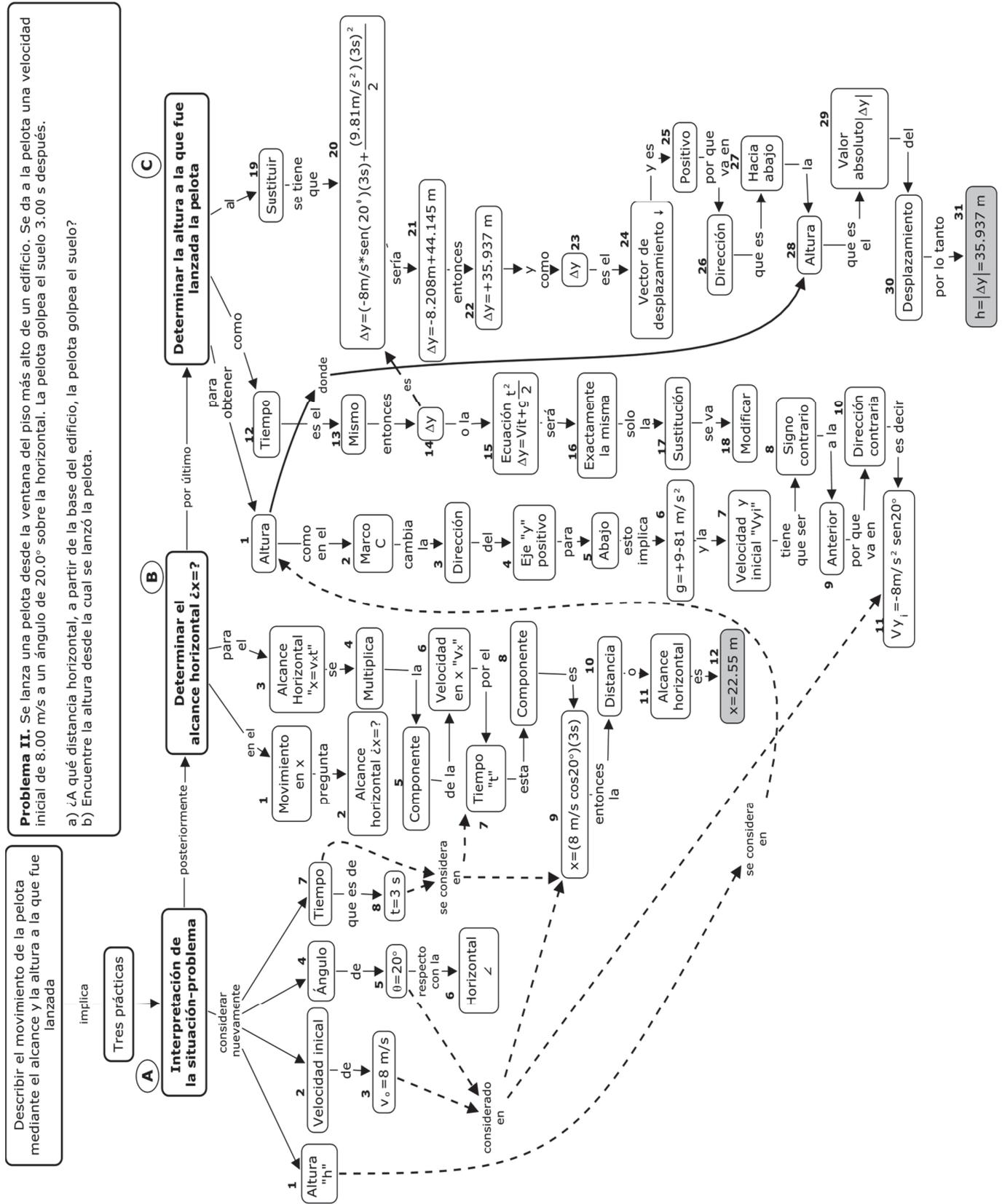


Figura 3.4. Se muestra el MCH correspondiente a la producción de la docente, problema II, correspondiente a la resolución de un problema de tiro parabólico.

### 3.3.3 Concepción de la docente acerca del MR

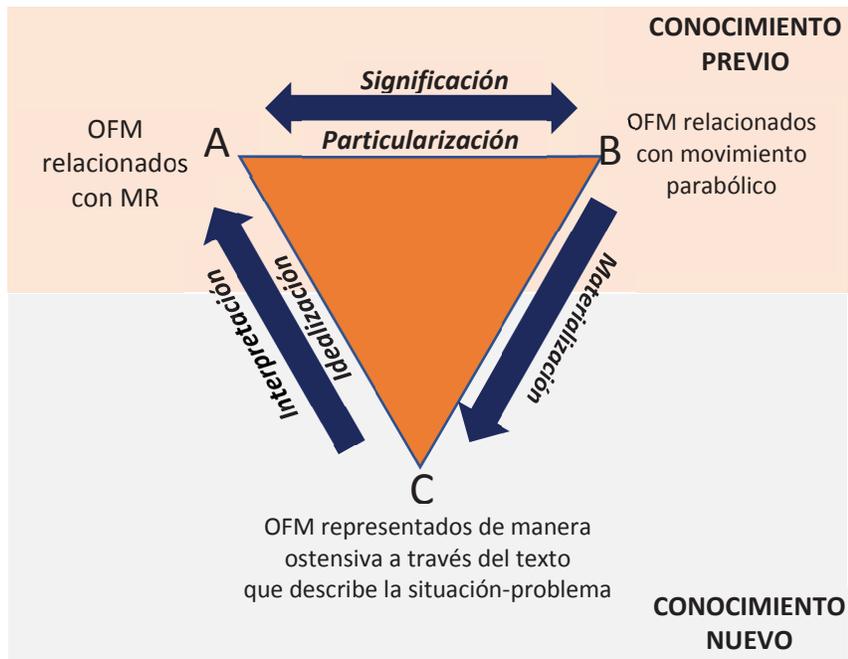
La concepción del MR que tiene un sujeto (docente-experto o alumno-inexperto) es descrita en la presente investigación a través del uso que se le da a dicha noción, vista a través de la práctica de resolución de una situación física problematizada que involucra al MR.

El uso del MR por parte de la docente tuvo que ver directamente con el establecimiento de funciones semióticas y la realización de un conjunto de procesos cognitivos (al menos de, idealización, interpretación, particularización, significación y materialización como procesos principales), al que hemos nombrado en el presente estudio como *Unidad de Análisis* (UA a partir de ahora), el cual se lleva a cabo entre el dominio de conocimiento previo y el conocimiento nuevo, Figura 3.5.

La docente posee un conocimiento previo que incluye la concepción de MR y una concepción física a cerca del movimiento parabólico que pueden ser descritas en términos de Objetos Físico-Matemáticos (OFM). Cuando la docente lee el texto que describe la situación-problema (conocimiento nuevo), la profesora idealiza la situación e interpreta los OFM que el texto le evoca, ver flecha que va de A a C en la Figura 3.5.

Posteriormente, la docente realiza los procesos *de significación y particularización* de su conocimiento previo, ver flecha doble entre A y B Figura 3.5. Esto quiere decir que, tomando en cuenta las condiciones particulares del problema a ser resuelto, la docente realiza una *particularización* de lo que conoce del MR y la situación-problema del movimiento parabólico. Por último, los OFM particularizados son materializados y representados de manera ostensiva a lo largo del sistema de prácticas.

En términos de la UA, la concepción del MR de la docente puede ser caracterizada de dos maneras a través de un uso explícito e implícito del MR. Mediante la primera, la docente establece una función semiótica entre el MR (A Figura 3.5), empleado de manera oculta, y la propiedad de descomposición de la velocidad y el desplazamiento en sus componentes horizontal y vertical que son representados a través del planteamiento de ecuaciones cinemáticas particularizadas según el problema abordado, ver A6, B2 y C23 Figura 3.3



**Figura 3.5.** Esquema de la Unidad de Análisis (UA).

Por otra parte, el uso explícito del MR tiene que ver con el señalamiento explícito del MR como argumento que apoya el uso de cierta convención de signos, al “agregar” un signo negativo (ruta C14-C15-...-C23 de la Figura 3.3) o cambiar un signo negativo por un signo positivo (C25 y C30 Figura 3.3). Dada la ubicación espacial del MR sugerida por el texto que describe el problema, la docente establece una función semiótica entre el sentido del eje positivo del MR y el sentido de la aceleración de la pelota, lo cual le permite dotar de significado al signo negativo en C14 Figura 3.3.

La UA aparece relacionada al uso explícito de MR en la práctica A cuando a través de la lectura del texto la docente relaciona los conceptos A1 “velocidad inicial” y A3 “ángulo” Figura 3.3, con su conocimiento previo que tiene que ver con la descomposición de la velocidad en una componente horizontal (A12 Figura 3.3). También aparece en la práctica B cuando relaciona el concepto de tiempo A6 Figura 3.3, obtenido de la lectura del texto, y el objeto emergente A16 “ $\left(8 \frac{m}{s}\right) \cos(20^\circ)$ ” de la práctica A Figura 3.3, que también obtuvo del tratamiento matemático, con su conocimiento previo referente a la descomposición del desplazamiento en la componente horizontal ( B1 Figura 3.3) y vertical (C22 Figura 3.3).

Dicho conocimiento previo de la ecuación cinemática es relacionado con el conocimiento nuevo (A2, A4, C12-C17, A5 o C18 Figura 3.3). Y de manera implícita, cuando relaciona los objetos emergentes de los tratamientos matemáticos y cuando relaciona objetos de su conocimiento previo, por ejemplo, la magnitud de la aceleración de la gravedad (C14 Figura 3.3 y la convención de signo (rutas C15-C16 o C26-C15 Figura 3.3), con su conocimiento nuevo, el cual sería la ubicación y orientación del MR en la situación física problematizada abordada.

Como se ha mencionado anteriormente, la UA permite describir el proceso de interpretación y resolución de la situación-problema a través del establecimiento de funciones semióticas. Por un lado, entre el conocimiento nuevo, en este caso, OFM que proporciona el texto que describe la situación física problematizada, con el conocimiento previo de la docente, que tiene que ver con los OFM relacionados, tanto con el MR, como con la situación de movimiento parabólico. Por otro lado, mediante el establecimiento de funciones semióticas que permiten particularizar el conocimiento que ha sido idealizado e interpretado. El establecimiento de éstas últimas relaciones conduce a la emergencia de argumentos que dotan de sentido a las acciones que lleva a cabo el sujeto durante el proceso de resolución del problema. Estos argumentos son materializados por la docente de manera ostensiva a través de argumentos verbales.

Un ejemplo de la emergencia de un argumento se observa en la ruta B25-B30 Figura 3.3. Una vez que la docente ha obtenido  $\Delta y = -35.937 \text{ m}$ , la docente idealiza este valor como la altura a la cual se lanzó la pelota e interpreta el signo negativo en términos de una particularización de su conocimiento previo al apoyarse implícitamente en el sentido positivo del eje vertical del MR y en la propiedad vectorial del desplazamiento, argumentando “  $\Delta y = -35.937 \text{ m}$  y es negativo por la dirección que como vector va hacia abajo, es decir  $h = 35.937 \text{ m}$ ”.

La UA servirá como constructo teórico en el análisis y discusión del capítulo 6, para dar cuenta de las nociones de MR de los alumnos.

---

---

# CAPÍTULO IV



## *METODOLOGÍA*

---

---

## Capítulo 4

### Metodología

En este capítulo se presentan los aspectos metodológicos de la investigación que es de tipo cualitativa y se llevó a cabo mediante un estudio de casos, el cual nos permitió indagar en las concepciones que tienen los sujetos acerca de la noción física de MR. La intención de utilizar esta metodología y estrategia de indagación (estudio de caso) es para exhibir y describir las concepciones físicas del MR de los alumnos y la docente.

#### 4.1 Tipo de estudio

La metodología utilizada en esta investigación es de tipo cualitativa, según Garrido (2009) este tipo de investigaciones se caracterizan por su objeto de estudio, que es la acción humana, además esta aborda problemas sociales o humanos a partir de diferentes estrategias metodológicas y técnicas de recolección de datos. Se eligió esta metodología ya que nos permitirá analizar e interpretar la producción del docente y los estudiantes investigados cuando resuelven un problema, en pocas palabras, se hace referencia a la acción humana, es decir, las concepciones que tienen de la noción de MR.

Además, este tipo de metodología aborda temas como el comprender la realidad educativa. En esta investigación se entiende esta realidad desde dos perspectivas distintas, por un lado, desde el punto de vista de la investigación, en donde se requiere del desarrollo de herramientas que permitan indagar las nociones físicas, y, por otro lado, desde una perspectiva escolar, en donde se pretende conocer las concepciones de nociones físicas de los alumnos (con concepciones físicas hacemos alusión a la noción del concepto MR). En este tipo de metodología los sujetos de investigación tienen un papel sustancial debido a que para comprender un fenómeno social se tiene que considerar el contexto, las relaciones y las influencias que existen entre los individuos, que son los protagonistas. Otra de las características es que la experiencia vivida, y por lo tanto la subjetividad, se consideran relevantes para entender la realidad del fenómeno estudiado (Garrido, 2009). En dicha investigación se trata de conocer, comprender e interpretar las concepciones de nociones físicas de los estudiantes universitarios en términos de uso, considerando las relaciones e

influencias del docente sobre el discente. Es decir, se considera la concepción del docente y el discente, y se hace una comparación entre dichas concepciones.

Este tipo de metodología utiliza técnicas como la observación, la entrevista en profundidad, que generan datos descriptivos. En general, es denominada como Investigación cualitativa (etnográfica, investigación de campo, investigación interpretativa, observación participativa, etc.) (Quecedo & Castaño, 2002).

## **4.2 Estrategias de indagación**

Como estudio cualitativo se considera la estrategia de indagación llamada Estudio de casos; como lo dice Stake (1999), se estudia un caso cuando se tiene un interés muy especial en sí mismo. El estudio de casos es definido como el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes. Este es uno de los métodos más apropiados para aprender la realidad de una situación, en los que se requiere explicar relaciones causales complejas, realizar descripciones de perfil detallado, generar teorías o aceptar posturas teóricas exploratorias o explicativas, analizar procesos de cambio longitudinales y estudiar un fenómeno que sea, esencialmente, ambiguo, complejo e incierto (Jiménez, 2012). Se decidió el uso de esta estrategia, dado que el profesor impartió el tema de MR a los alumnos, a raíz de esto la relación de causalidad es establecida, pues se supone que los alumnos adoptan la noción de MR aprendida del profesor, es decir adoptan la noción que el profesor posee. Para esto se hace uso del MCH como herramienta de indagación para estudiar las concepciones del docente y sus alumnos. Esto a través de una interpretación ontosemiótica del MCH.

El estudio de casos puede ser único o múltiple (dependiendo del número de casos que se estudian), para ilustrar, representar o generalizar una teoría, es decir, los resultados que se obtienen de un estudio de casos se pueden generalizar a otros que se lleven a cabo en condiciones teóricas similares (Carazo, 2006). En la presente investigación se trabajará con un estudio de caso múltiple, dado que en esta investigación no se desea estudiar al sujeto, sino al objeto, para esto se pretende estudiar y analizar las concepciones físicas del profesor y los alumnos, a través del MCH de cada sujeto.

Las funciones del estudio de caso pueden ser varias de acuerdo con lo que el investigador quiere desarrollar. Yin (1989) propone tres funciones que pueden ser empleadas en un estudio de caso.

*Los estudios descriptivos de casos* pretenden describir un fenómeno puramente. Por ejemplo, un proceso o evento, para responder a ¿qué?, ¿quién?, ¿dónde? y ¿cómo?

*Los estudios de caso explicativos* tienen la intención de investigar y explicar las características del fenómeno con mayor profundidad, por ejemplo, sus interrelaciones, al preguntar ¿cómo? y ¿por qué?

*Los estudios exploratorios de casos* se aplican a explorar campos totalmente nuevos de la investigación cuando el investigador sólo tiene pocos antecedentes o no (por ejemplo, los marcos, la teoría), para explicar el fenómeno focalizado. Es el caso de la investigación actual.

Otra forma de especificar el uso de estudios de caso es con respecto a la lógica del razonamiento científico, de esta manera se distinguen dos tipos:

*Los estudios de casos inductivos* se llevan a cabo para ampliar, desarrollar y construir la teoría, porque la teoría existente es incompleta. La teoría generada se deriva directamente de los datos del investigador para llenar un vacío en la literatura. *Los estudios de caso deductivos*, que en pocas palabras es en los que se emplea una teoría.

El estudio de caso que se lleva a cabo en esta investigación es descriptivo ya que se pretende estudiar al objeto y no al sujeto, nos interesa estudiar el fenómeno en sí, para responder a la pregunta, “¿Cuáles son las concepciones de los alumnos acerca de la noción física de MR?”, y describir las relaciones existentes entre la concepción del profesor y la de sus alumnos, esto a través de la herramienta del MCH.

### 4.3 Técnicas de recolección

Las técnicas de recolección de información que se utilizan preferencialmente en la investigación cualitativa y en los estudios de casos son dos: la observación y la entrevista a profundidad. La observación y la entrevista permiten en grados comparativamente más altos evitar la descontextualización de situaciones y alteraciones en la espontaneidad de la acción y en el intercambio lingüístico. En pocas palabras las técnicas de recolección de datos son herramientas que nos permiten recabar, interpretar y verificar la información que nos lleve a alcanzar los objetivos de la investigación. Estas técnicas son utilizadas para acercarse a las prácticas y extraer información oportuna.

En esta investigación se utilizó como técnica de recolección de datos a la entrevista, que, en un sentido general, se entiende como una interacción entre dos personas, planificada y que obedece a un objetivo, en la que el entrevistado da su opinión sobre un asunto y, el entrevistador, recoge e interpreta esa visión particular. En este caso se entrevistó a una profesora y a 3 alumnos, que fueron seleccionados por medio de una categorización a partir de los resultados obtenidos en la prueba que se les aplicó.

Otra técnica que se utilizó para recabar datos fue el cuestionario, el cuál es un formulario con un listado de preguntas estandarizadas y estructuradas que se han de formular de idéntica manera a todos los encuestados. Los cuestionarios son un conjunto de preguntas estructuradas que permiten la recolección de la información de manera que las experiencias y opiniones expuestas son de manera general.

Las técnicas de recolección de datos como se ha mencionado anteriormente fueron la entrevista y el cuestionario. Sin embargo, hizo uso de otros instrumentos, como la grabación de audio y registro de archivos, a través de la pluma electrónica SmartPen Live Scribe, la cual graba en tiempo real, audio y escritura (lo que refiere a notas en papel digital).

## **4.4 Diseño de la investigación**

### ***4.4.1 Sujetos de estudio***

Para realizar esta investigación se tomó como población a un total de 48 alumnos de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí (UASLP) los cuales pertenecían a distintas carreras, Ingeniería Mecánica, Ingeniería Mecánica Administrativa, Ingeniería Mecánica y Eléctrica e Ingeniería Mecatrónica, cursaban el ciclo escolar 2018-2019, y cursaban la materia de Física A. Es importante mencionar que pese a que pertenecían a carreras distintas, todos tomaron clase con la misma docente cuando se realizó la investigación.

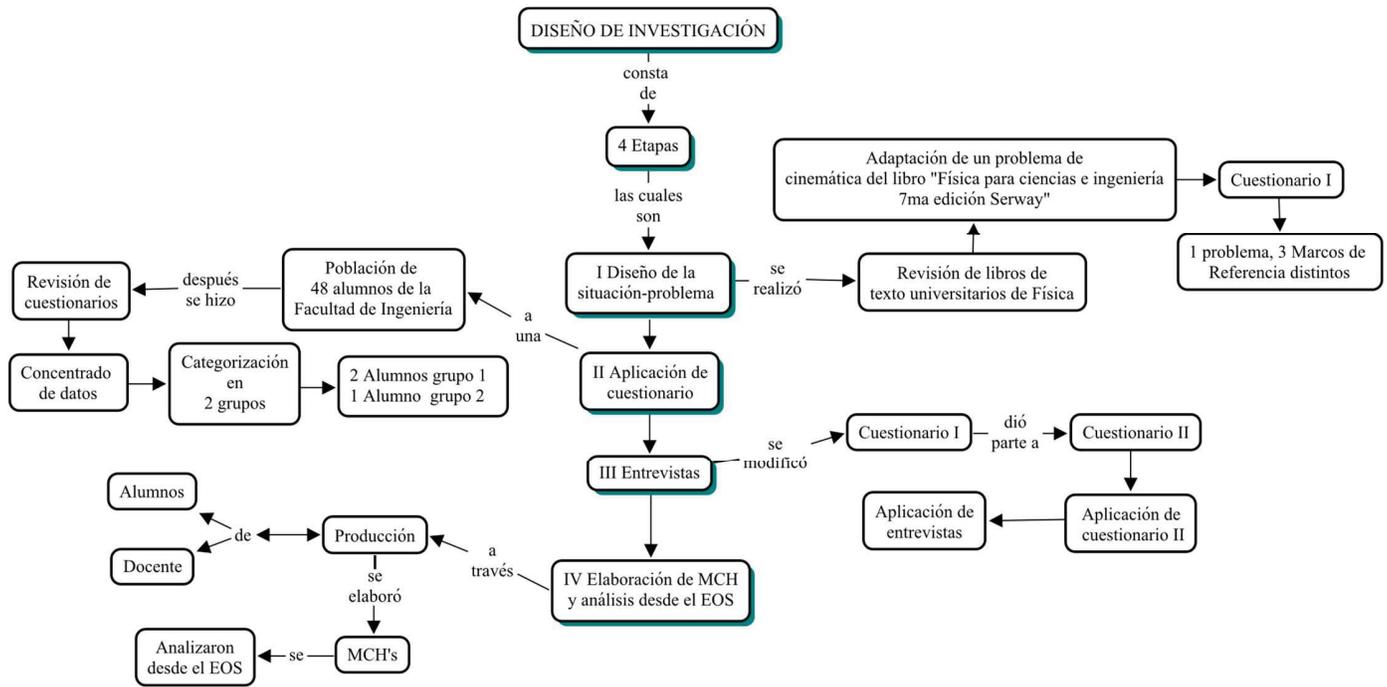
La muestra estuvo constituida por la docente, 2 alumnos y una alumna. Los alumnos fueron seleccionados a partir de una categorización, dicha categorización se hizo a raíz de los resultados obtenidos en el Cuestionario I, *Anexo B*.

### ***4.4.2 Duración***

A los 48 alumnos se les aplicó el cuestionario I, se dividió en dos grupos de 24 alumnos cada uno. El Cuestionario I se aplicó el día 7 de septiembre de 2018, con una duración de 1 hora, con horarios de 2:00 pm a 3:00 pm el primer grupo y de 3:00 pm a 4:00 pm el segundo.

### ***4.4.3 Etapas de la investigación***

El diseño de la investigación se dividió en 4 etapas. En la Figura 4.1 se describe de manera esquemática las etapas que se llevaron a cabo en la investigación.



**Figura 4.1** Esquema Diseño de Investigación.

*Etapa 1. Diseño de la situación-problema, Figura 4.1, número I.*

En la primera etapa se realizó el diseño la situación-problema, esto a través de la revisión de libros de texto universitarios de Física. Se revisaron dos libros de texto universitarios, el libro con título “Física para la ciencia y la tecnología, 5ta edición” (Tipler y Mosca,2003), y el libro “Física para ciencias en ingeniería, 7ma edición” (Serway & Jewett, 2008) que son dos de los libros más comunes que se utilizan para la enseñanza de la Física, tanto en Ciencias como en Ingeniería.

Del libro de texto de Serway & Jewett (2008) se tomó el problema 16, del capítulo 4 “Movimiento en dos dimensiones”, *Anexo A*. Se eligió este problema porque en él se encuentra inmersa la noción de MR. El problema se modificó para generar el cuestionario I. En el Cuestionario I, se pide que los alumnos resuelvan un problema con 3 incisos (a, b y c), desde dos marcos de referencia distintos, aunque sólo se calificaron los dos primeros incisos de cada marco. El inciso que más relevancia tuvo fue el b, ya que este nos permitió indagar en la forma en cómo comprenden e interpretan la noción de MR desde 2 perspectivas distintas. El sólo calificar el inciso a y b de cada marco, nos permitió realizar una categorización en la siguiente etapa.

*Etapa 2. Aplicación de cuestionario, Figura 4.1, número II.*

La segunda etapa se dividió en 4 fases:

1. Aplicación de Cuestionario I
2. Revisión de cuestionarios
3. Concentrado de datos
4. Categorización

La primera fase consistió en la aplicación del cuestionario I a la población. En la fase 2 se revisaron los cuestionarios. En la fase 3 se hizo la concentración de los datos obtenidos en los cuestionarios, para esto se dividió el cuestionario en 2 partes, resultados obtenidos en el inciso (a) y (b) del MR I y resultados obtenidos en el inciso (a) y (b) del MR II. Esto se hizo para poder realizar una categorización de los datos obtenidos.

En la fase 4 se hizo la categorización de los datos, se definieron 2 categorías con base en los resultados obtenidos en el cuestionario I. En la categoría 1 se encuentran 15 alumnos que resolvieron correctamente en su totalidad los problemas I y II, en la categoría 2 se encuentran 33 alumnos que resolvieron incorrectamente en su totalidad o parcialmente los problemas I y II. En esta fase se eligieron 2 alumnos al azar de la categoría 1, denotados como alumno A y alumna B respectivamente, y un alumno de la categoría 2, descrito como alumno C. Se les realizó una entrevista acerca de su resolución del Cuestionario I, esto para elaborar un MCH que muestra gráficamente la resolución de la situación física problematizada planteada y de esta manera conocer su concepción de MR.

*Etapa 3. Entrevistas, Figura 4.1, número III.*

En la tercera etapa se hizo una modificación al Cuestionario I, en el cual se agregaron preguntas de tipo conceptual, preguntas generales del tipo ¿Qué es el MR?, y preguntas específicas de cada MR (I y II). Se diseñó el Cuestionario II, *Anexo C*.

Después se llevaron a cabo las entrevistas, se entrevistó a la docente y a los alumnos elegidos de cada categoría. Para la entrevista se utilizó pluma electrónica SmartPen Live Scrib, la cuál es una pluma electrónica que graba audio y notas en tiempo real. La pluma se

sincroniza con un dispositivo electrónico (smartphone, iPad, PC, etc.) vía Bluetooth y genera un archivo hipermedia que se guarda en el dispositivo electrónico, este archivo se guarda en formato PDF. Cuando se usa con papel digital, digitaliza lo que escribe para después subirlo a una computadora y sincronizar esas notas con cualquier audio que haya grabado. Esto permite al usuario repetir partes de la grabación dando clic a las notas que tomaron en el momento en el que fue hecha la grabación.

La entrevista se dio en dos partes, primero se le pidió al entrevistado que resolviera el Cuestionario II, y después se le hicieron las preguntas de carácter conceptual. Esto nos permite, a partir del archivo generado por la entrevista de cada sujeto, elaborar un MCH de la resolución de la situación-problema y a través de este mapa conocer las concepciones de la noción de MR.

*Etapa 4. Elaboración de MCH, Figura 4.1, número IV.*

En la cuarta etapa se elaboraron los MCH's correspondientes a la resolución del problema I y II. Cabe mencionar que se desarrolló un MCH por cada MR descrito en el cuestionario, es decir, por cada sujeto se elaboraron 2 MCH's, aunque son 2 MR, estos se suman para dar cuenta de la concepción que tiene el sujeto del MR. El MCH, como se ha mencionado con anterioridad, nos permite conocer las concepciones de los sujetos a cerca de la noción de MR a través de la resolución de problemas, esto nos sirvió de apoyo para el análisis y discusión de los resultados, que se presentan en el capítulo 6. En el siguiente capítulo se presentan los resultados obtenidos de la aplicación de los instrumentos propuestos.

---

---

# CAPÍTULO V

## *RESULTADOS*

---

---



## Capítulo 5

### Resultados

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos en la aplicación de la situación-problema del movimiento parabólico a un grupo de tres estudiantes, denotados éstos como los estudiantes A, B y C. Puesto que, en el capítulo 3 Marco Teórico, sección 3.2.1 se ha descrito cómo se lleva a cabo el proceso de construcción del MCH a partir de la producción de un docente, en este capítulo se presentan únicamente los MCH's correspondientes a las producciones de cada uno de los estudiantes. La descripción que se realiza de cada MCH atiende únicamente al proceso de resolución del problema, mientras que la descripción de cada MCH respecto al Enfoque Ontosemiótico (EOS) se presentan en el capítulo 6 Análisis y discusión.

En la descripción que se realiza acerca del proceso de resolución de cada uno de los problemas apoyados en el MCH, se tomarán en cuenta las diversas rutas de lectura. De este modo, cuando se haga referencia a un concepto en una práctica determinada en el MCH se hará el señalamiento a la letra de la práctica y al número del concepto en dicha práctica, por ejemplo, el concepto "A1" señala el concepto 1 ubicado en la práctica A, el concepto "B12" se refiere al concepto etiquetado con el número 12 ubicado en la práctica B, lo mismo para otros conceptos en otras prácticas.

Por otro lado, cuando se haga referencia a la conexión de una cadena de conceptos, llamada también ruta de lectura, se va a emplear una notación que muestra la concatenación de los conceptos referidos, por ejemplo, la ruta de lectura A1-A2-A3-A4-A5-A6 de denota como A1-A6 y hace referencia al argumento "problema de tiro parabólico de tres incisos: la distancia horizontal, la altura y el tiempo". También se puede tener rutas de lectura que conectan prácticas por ejemplo la ruta A1-A2-A3-B6-C7 hace referencia a conceptos que se encuentran en la práctica A pero que se relacionan con conceptos de la práctica B y C.

## 5.1 Resolución correcta alumno A

Mediante el paso I presentado en el capítulo 3, sección 3.2,1, en el MCH del Alumno A, B y C respectivamente, en los problemas I y II, es posible advertir un sistema de 3 prácticas en la resolución de la situación-problema..

### 5.1.1 Alumno A: solución correcta del problema I

En esta sección se describe la producción del alumno A. Este alumno obtuvo una solución correcta en el problema I Figura 5.1. El estudiante resolvió el problema a través de la realización de un sistema de tres prácticas, práctica A, B y C que se describen a continuación.:

#### *Práctica A, Práctica interpretativa*

Cuando el alumno A realiza la práctica interpretativa, inicia considerando su conocimiento previo de cinemática al describir las fórmulas necesarias en un problema de tiro parabólico, en este caso hace uso de fórmulas en la componente en la dirección en  $y$ , utiliza la fórmula de velocidad final en  $y$  ( $v_{fy}$ ), descrita por  $v_{fy} = v_{iy} + gt$ , donde el signo es ambiguo, describe el alumno. Para calcular la distancia en  $y$  ( $\Delta y$ ) utiliza la fórmula  $\Delta y = v_{iy}t + \frac{gt^2}{2}$  (ruta A7-A14). Enseguida el alumno describe la fórmula de distancia máxima en  $x$  que es  $x = v_0^2 \frac{\text{sen}2\theta}{g}$ , pero desecha esta idea, dado que no le sirve porque existe un despeje más fácil, que es la de la velocidad inicial en  $x$  ( $v_x$ ), porque al ver la componente de la velocidad en  $x$  en un problema de tiro parabólico como algo bidimensional, se tendrían muchas fórmulas, entonces interpreta el problema como dos movimientos unidimensionales, uno en la dirección  $x$  y otro en la dirección  $y$ , entonces para la componente en la dirección  $x$  utiliza la fórmula  $v_x = \frac{dx}{dt}$ , donde el tiempo es la única relación existente entre el movimiento en  $x$  y en  $y$ . También describe la fórmula  $v_0^2 = v_{iy}^2 + 2g\Delta y$  (ruta A15-A34).

El alumno en esta práctica extrae los datos que proporciona el marco, que en este caso se tiene, la velocidad inicial ( $v_0$ ) que es  $v_0 = 8 \text{ m/s}$ , un ángulo de inclinación ( $\angle$ ) de  $\angle = 20^\circ$  y un tiempo ( $t$ ) de  $t = 3 \text{ s}$  (ruta A35-A42). Por último, el alumno explica lo que se tiene que calcular, que es la distancia en  $x$  ( $\text{¿}x = ?$ ), la altura ( $\text{¿} \Delta y = ?$ ) y el tiempo ( $\text{¿}t = ?$ ) cuando  $y = 10$  (ruta A43-A47).

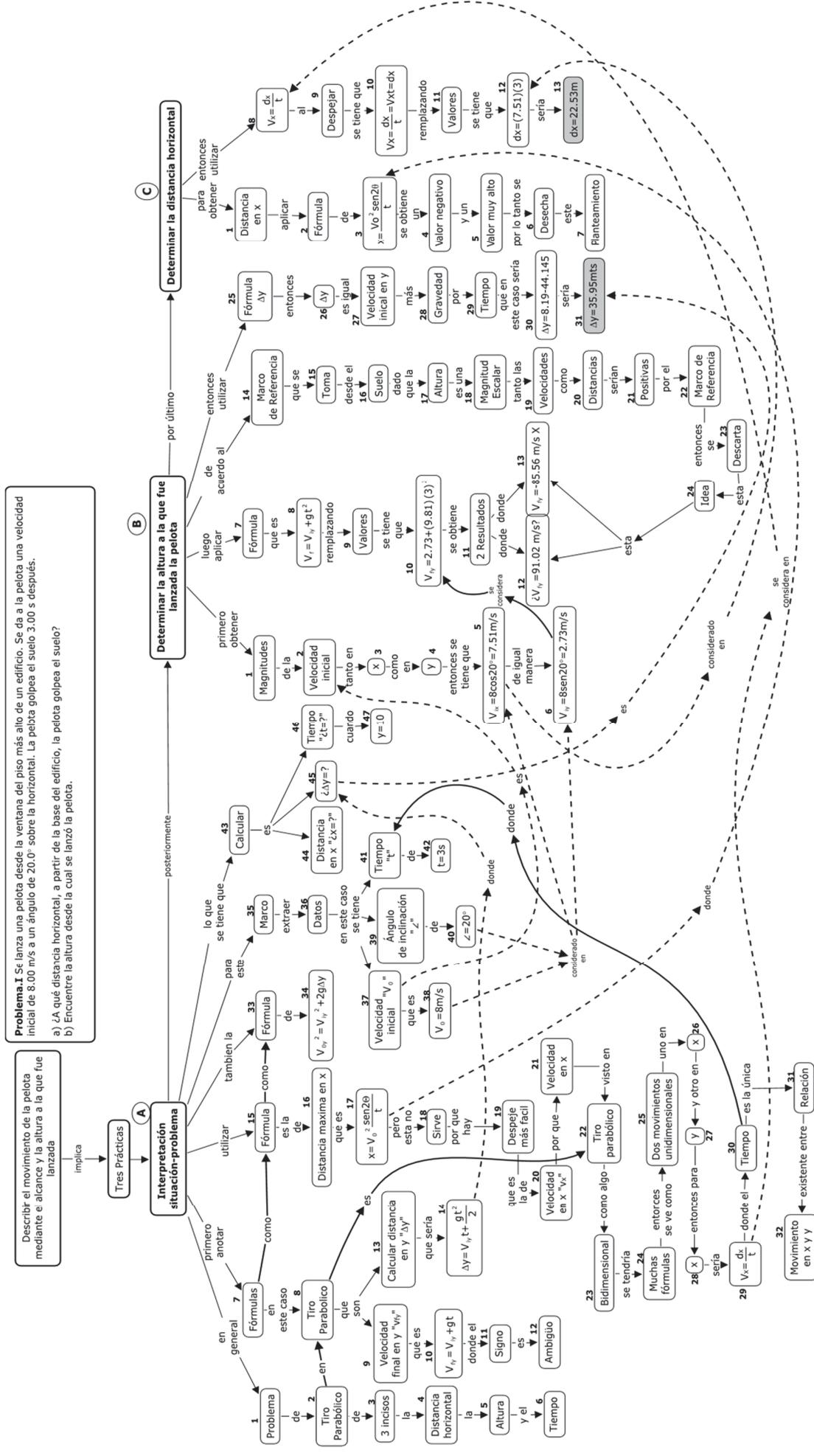
#### *Práctica B, Práctica Operativa*

El alumno A en esta práctica primero obtiene las magnitudes de la velocidad inicial, tanto en la componente en  $x$  como en  $y$ , que, en este caso se tiene que son,  $v_{ix} = 8\cos 20^\circ = 7.51 \text{ m/s}$  y  $v_{iy} = 8\sin 20^\circ = 2.73 \text{ m/s}$  (ruta B1-B6). Luego para resolver el inciso (b) aplica la fórmula de  $v_f = v_{iy} + gt^2$ , que al remplazar los valores anteriores se tiene que  $v_{fy} = 2.73 + (9.81)(3)^2$ , de donde se obtienen 2 resultados, uno positivo donde  $v_{fy} = 91.02 \text{ m/s}$  y otro negativo donde  $v_{fy} = -85.56 \text{ m/s}$  (ruta B7-B13). De acuerdo con el MR que se toma desde el suelo, dado que la altura es una magnitud escalar, tanto las velocidades como las distancias serían positivas en este MR, entonces descarta esta idea (ruta B14-B24). Debido a esto utiliza la fórmula que denota como “ $\Delta y$ ”, donde  $\Delta y$  describe es igual a la velocidad inicial en  $y$  más la gravedad por el tiempo, que en el caso concreto sería  $\Delta y = 8.19 - 44.145$ , donde  $\Delta y = 35.95 \text{ m}$  indica el alumno (ruta B25-B31).

#### *Práctica C, Práctica Operativa*

En esa práctica, para obtener la distancia en  $x$ , el alumno inicia utilizando la fórmula de  $x = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$ , de donde obtiene un valor negativo y un valor muy alto, por lo tanto, decide desechar ese planteamiento (ruta C1-C7). A raíz de esto, opta por utilizar otra fórmula, que es la de  $v_x = \frac{d_x}{t}$ , que al despejar la distancia se obtiene “ $v_x = \frac{d_x}{t} = v_x t = d_x$ ”, remplazando los valores obtenidos anteriormente (ruta A41-B5) se tiene que  $d_x = (7.51)(3)$  por lo tanto  $d_x = 22.53 \text{ m}$ .

El alumno a través de la coordinación del sistema de prácticas fue capaz de resolver correctamente el inciso (a) ver C23. De igual manera resolvió el inciso (b) ver B25. Sin embargo, esto no da cuenta de un uso adecuado del MR.



### 5.1.2 Alumno A: solución correcta problema II

A continuación, se describe el MCH correspondiente a la producción de la resolución del problema II del alumno A, Figura 5.2. El procedimiento de resolución de este problema puede considerarse como una réplica de la resolución del problema I.

#### *Práctica A, Práctica Interpretativa*

Para este problema el alumno utiliza los mismos valores obtenidos en los problemas anteriores, no obstante, aclara que lo que cambia son los signos, a pesar de ello, los resultados serán iguales que en los problemas anteriores (ruta A1-A4). Según el alumno, en el Marco II varía el eje positivo que va en dirección hacia abajo, y el eje  $x$  sigue de manera positiva, lo único que cambia es la componente del movimiento en la dirección  $y$  (ruta A5-A11).

El sujeto considera los mismos valores de los marcos anteriores, utiliza las componentes de la velocidad inicial  $x$  ( $v_{ix}$ ) que es  $v_{ix} = 7.51 \text{ m/s}$  y de la velocidad inicial  $y$  ( $v_{iy}$ ) y describe que en este caso el MR está de manera positiva en dirección hacia abajo, por lo tanto la componente de la velocidad inicial debe cambiar de signo, dado que es un tiro parabólico la distancia estará en la línea positiva de las  $y$ 's, por lo tanto la velocidad inicial será negativa, entonces  $v_{iy} = -2.73 \text{ m/s}$  (ruta A12-A25).

#### *Práctica B, Práctica Operativa*

Para resolver el inciso (b) el alumno A utilizó las fórmulas de los marcos anteriores, en específico utilizó la fórmula  $\Delta y = v_{iy}t + \frac{gt^2}{2}$ , que en este caso sólo cambió el signo a negativo para la componente del movimiento en la dirección  $y$ , reemplazando los valores obtuvo que  $\Delta y = -(2.73)(3) + \frac{(9.81)(3)^2}{2}$ , explicando que la aceleración de la gravedad la toma de manera positiva, por lo tanto obtiene  $\Delta y = -8.19 + 44.145$  que sería  $\Delta y = 35.95 \text{ m}$  al igual que en los marcos de referencia anteriores (ruta B1-B10). El alumno A explica que considera la velocidad inicial como una componente negativa y la gravedad como una componente positiva y de esta manera encuentra el valor positivo que está buscando (ruta B11-B15).

*Práctica C, Práctica Operativa*

Por último para determinar la distancia horizontal de la partícula (pelota) el sujeto considera que la distancia no cambia debido al MR planteado, entonces aplica una fórmula que relaciona la velocidad en  $x$ , la distancia en  $x$  y el tiempo, la cual expresa como “ $v_x = \frac{d_x}{t}$ ”, de donde obtiene que “ $v_x t = d_x$ ”, por lo tanto  $d_x = 22.53 \text{ m}$  (ruta C1-C5).

Nuevamente el alumno A, a través de la coordinación del sistema de prácticas fue capaz de llegar a la solución correcta del inciso (a) C5. De igual manera resolvió el inciso (b) B9. Sin embargo, esto no da cuenta de un uso adecuado del MR.

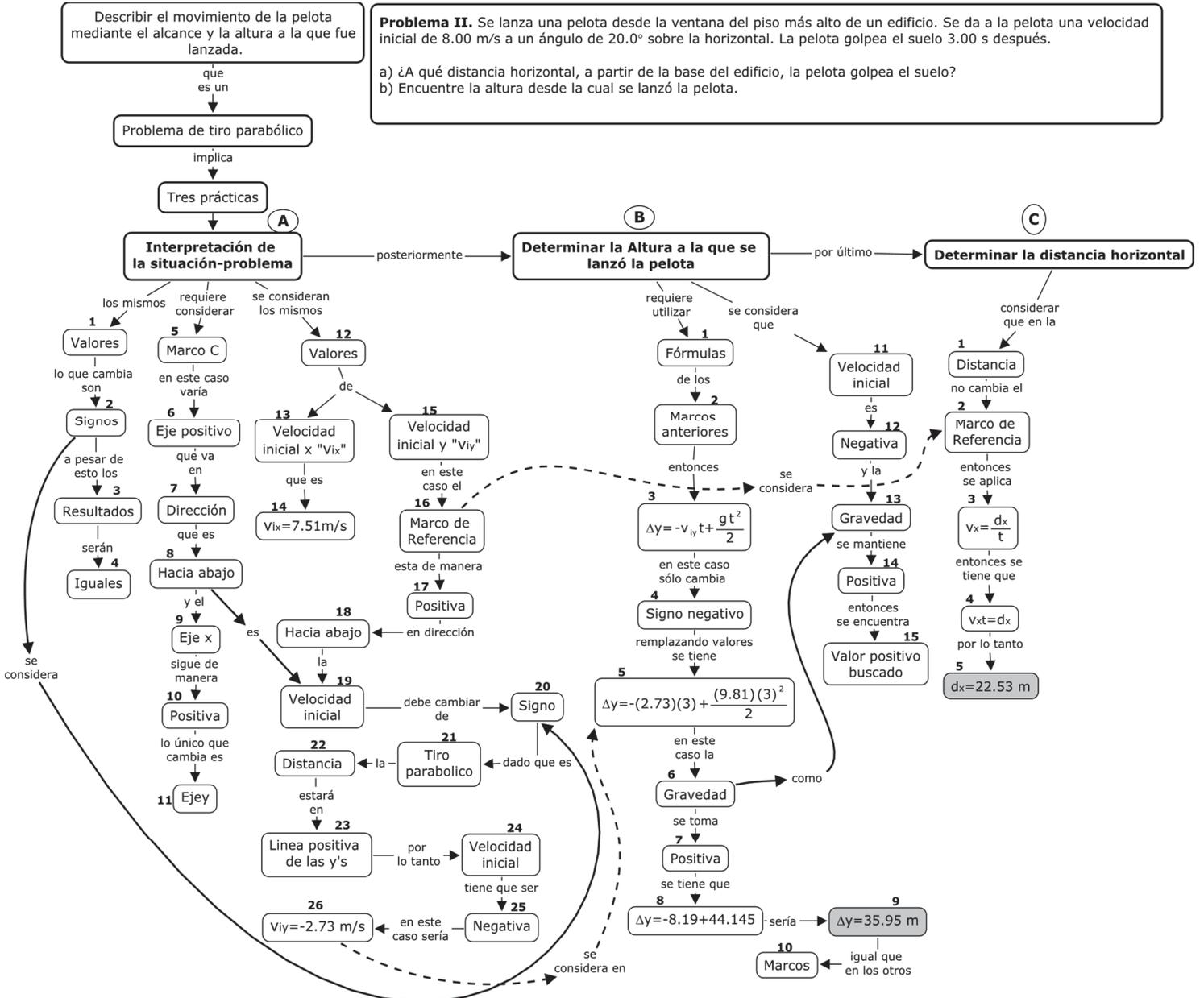


Figura 5.2. Se muestra el MCH del alumno A, problema II, correspondiente a la resolución de un problema de tiro parabólico

## 5.2 Resolución correcta alumna B

En esta sección se describen los MCH's correspondientes a la producción de la resolución de la situación física problematizada en el problema I y II de la alumna B. La resolución de los problemas I y II de esta alumna fue correcta, cabe destacar que la resolución de esta alumna fue similar a la de la docente.

### 5.2.1 Alumna B: resolución correcta del problema I.

En esta sección se describe la resolución de un problema de tiro parabólico desde el MR I. Para esto se describe el MCH correspondiente a la producción de la alumna B, Figura 5.3. Al igual que el alumno A y la docente. La alumna B resolvió el problema a través de la realización de un sistema de tres prácticas. A continuación se describe la resolución de la alumna B.

#### *Práctica A, Práctica interpretativa*

La alumna B para describir el movimiento de una partícula (pelota) mediante el alcance y la altura a la que fue lanzada, realiza tres prácticas. En la práctica A, inicia considerando una altura ( $h$ ) como positiva, ya que el origen está en el suelo (ruta A1-A4). En seguida considera los datos que provee la situación-problema, la velocidad inicial que es  $v_0 = 8 \text{ m/s}$ , el ángulo de lanzamiento que es de  $\alpha = 20^\circ$  y el tiempo de caída  $t = 3 \text{ s}$  (ruta A5-A6). También considera los valores en  $x$ , cómo es un problema de tiro parabólico, la componente de la velocidad en  $x$  ( $v_x$ ) es  $v_x = 8\cos 20^\circ$  que es igual a  $v_x = 7.51 \text{ m/s}$  (ruta A12-A17). De igual manera considera los valores en  $y$ , la velocidad en  $y$  ( $v_y$ ) que es  $v_y = 8\sin 20^\circ$  esto es igual a  $v_y = 2.73 \text{ m/s}$  (ruta A18-A22).

#### *Práctica B, Práctica Operativa*

En esta práctica, la alumna B describe que, para determinar la distancia horizontal de la partícula se requiere usar una fórmula para calcular el movimiento rectilíneo, además, a sabiendas de que la aceleración en  $x$  es nula, entonces  $d = v_x t$  de donde se obtiene que  $d = 7.51(3) = 22.53 \text{ m}$  (ruta B1-B6).

### *Práctica C, Práctica Operativa*

Por último, para determinar la altura a la que fue lanzada la pelota, el alumno explica que se requiere usar la fórmula de movimiento de un proyectil, que esta descrita por  $\Delta y = v_{iy}t - g \frac{t^2}{2}$ , de aquí se tiene que  $\Delta y = -35.95$  por lo tanto el punto inicial  $y_0$  sería  $y_0 = 35.95m$  (ruta C1-C5). Donde  $g = -9.81 m/s^2$  dado que la componente de la aceleración de la gravedad es negativa, porque el MR está debajo (ruta C6-C10).

La alumna B mediante la coordinación del sistema de prácticas fue capaz de resolver correctamente el inciso (a) B6. De igual manera resolvió el inciso (b) C5. A partir de los resultados se puede advertir un uso adecuado de la noción de MR.

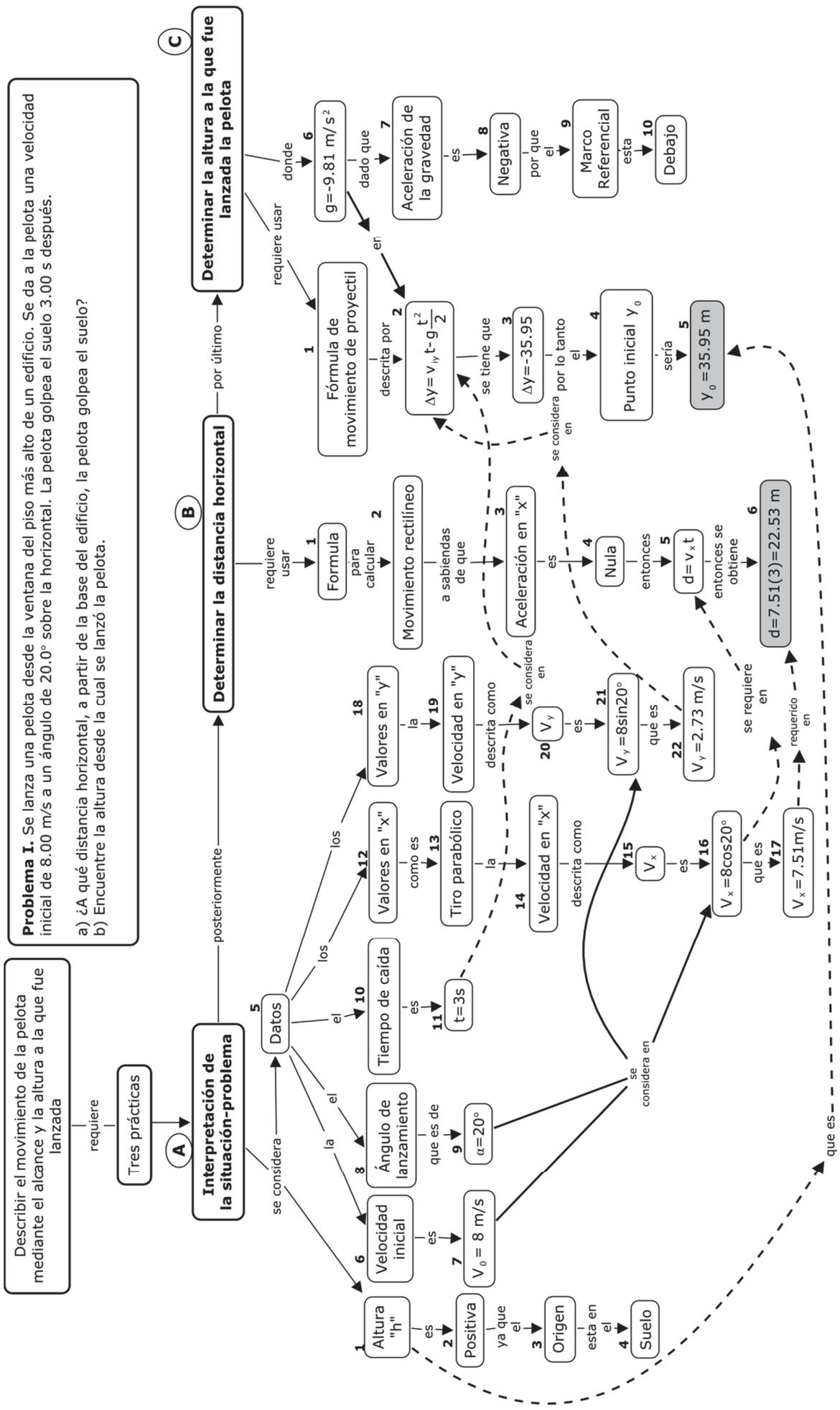


Figura 5.3. Se muestra el MCH de la alumna B, problema I, correspondiente a la resolución de un problema de tiro parabólico.

### 5.2.2 Alumna B: resolución correcta del problema II

En esta sección se describe la resolución de un problema de tiro parabólico desde el MR II de la alumna B. Para esto se describe el MCH correspondiente a la producción de esta en la Figura 5.4. La alumna resolvió el problema II a través de la realización de un sistema de tres prácticas, que se describen a continuación. El procedimiento de resolución de este problema puede considerarse una réplica del problema I.

#### *Práctica A, Práctica interpretativa*

Al resolver este problema la alumna B indica que, a partir del MR II se requiere ubicar el origen desde donde es lanzada la pelota, que, en el caso de este problema, y es positiva hacia abajo, haciendo referencia a la componente en y (ruta A1-A6). También se requiere obtener las velocidades, que son expresadas por  $v_x = 8\cos 20^\circ$  donde  $v_x = 7.51 \text{ m/s}$  y  $v_y = 8\sin 20^\circ$  donde  $v_y = 2.73 \text{ m/s}$  (ruta A7-A11).

#### *Práctica B, Práctica Operativa*

Para determinar el desplazamiento en x, la alumna señala que se requiere utilizar la velocidad en x ( $v_x$ ) y  $d = v_x t$  donde  $d = 7.51(3)$  que sería 22.53 (ruta B1-B4)

#### *Práctica C, Práctica Operativa*

Por último, para determinar la altura a la que fue lanzada la pelota, la alumna esclarece que, como y es positivo hacia abajo, entonces el desplazamiento será positivo y por lo tanto  $y_0 = 0$  (ruta C1-C5). Haciendo referencia a  $y_0$  como el vector de posición inicial. Luego el alumno describe que, a partir del desplazamiento en y ( $\Delta y$ ) se obtendrá “y” final, que a partir de  $\Delta y = -v_{iy}t + g \frac{t^2}{2}$  donde  $\Delta y = 35.95 \text{ m}$  se despeja la posición final ( $y_f$ ) y se obtiene  $y_f = 35.95$  (ruta C6-C12). La estudiante explica que en este caso se toma la gravedad como positiva, pero la velocidad se toma negativa (ruta C13-C16).

De igual manera que en el problema anterior, la alumna B mediante la coordinación del sistema de prácticas fue capaz de resolver correctamente el inciso (a) B4. De la misma forma resolvió el inciso (b) C12. A partir de los resultados se puede advertir un uso adecuado de la noción de MR. Conjeturas que se corroborarán en el capítulo 6.

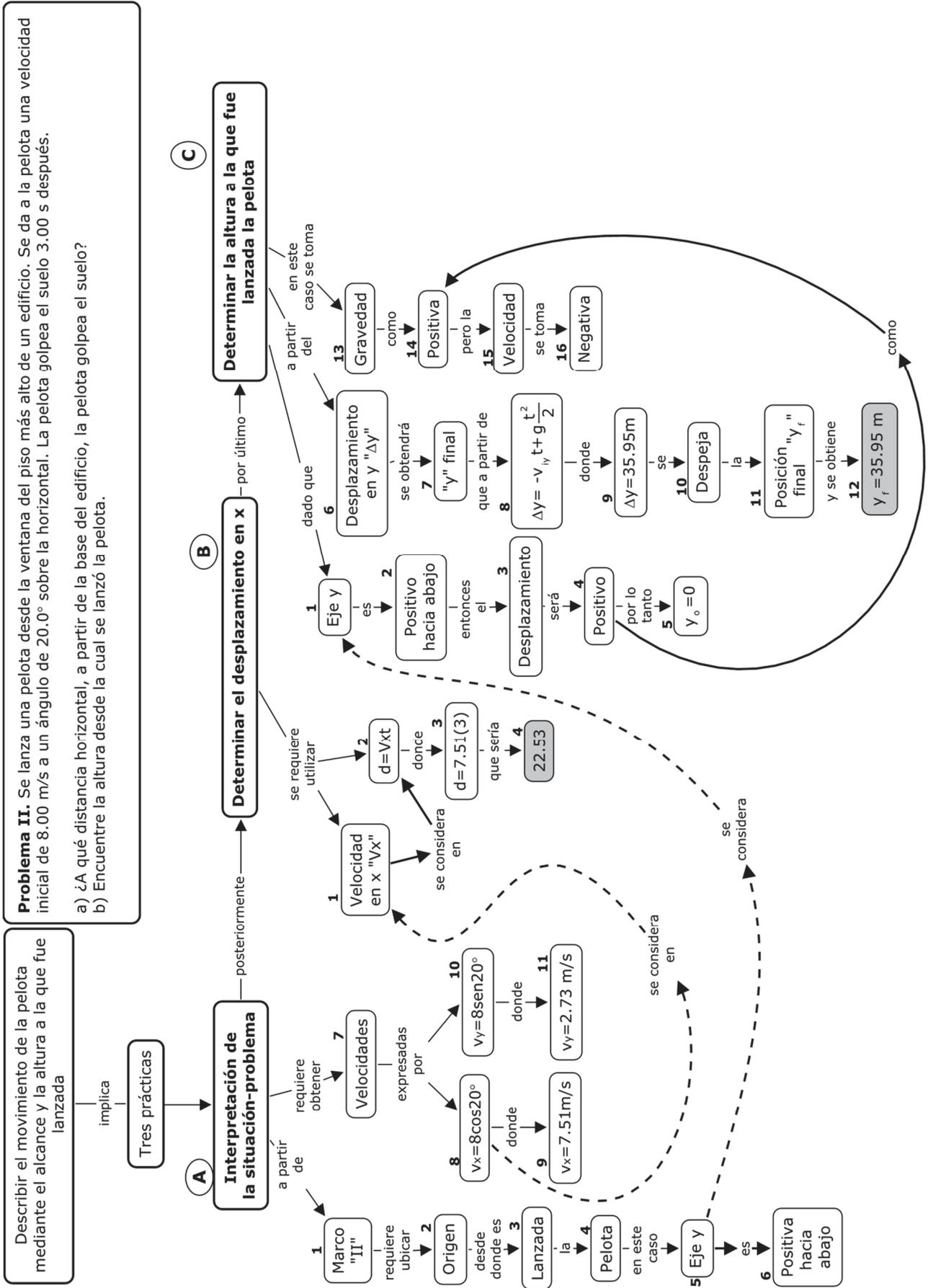


Figura 5.4 Se muestra el MCH de la Alumna B, problema II, correspondiente a la resolución de un problema de tiro parabólico.

### 5.3 Resolución incorrecta alumno C

En esta sección se describe la producción del alumno C. Cabe destacar que la resolución del problema I y II fue incorrecta. A continuación se presenta la descripción del MCH correspondiente a la resolución del problema I, de igual manera se presenta el MCH correspondiente al problema II.

#### 5.3.1 Alumno C: resolución incorrecta del problema I.

En esta sección se describe el MCH correspondiente a la resolución que realizó el alumno C del problema I, Figura 5.5. El alumno C al igual que el alumno A y la alumna B, resolvió el problema a través de la realización de un sistema de tres prácticas, que se describen a continuación.

##### *Práctica A, Práctica interpretativa*

En esta práctica el alumno C describe que, para resolver este problema se requiere trazar el Marco de Referencia, es decir los ejes donde la pelota cae desde el piso más alto (ruta A1-A2-...-A5). También requiere trazar una horizontal donde el ángulo es de veinte grados respecto al eje imaginario (ruta A1-A2-...-A9). De igual manera se requiere obtener la velocidad final en  $x$  ( $v_{fx}$ ), que sería la velocidad inicial(8) por el coseno del ángulo ( $\cos 20^\circ$ ) más la aceleración (9.81) por el tiempo de caída(3 s), que se expresa como  $v_{fx} = 8\cos 20 + (9.81)3 \text{ s}$  por lo tanto  $v_{fx} = 36.94 \text{ m/s}$  (ruta A10-A11-...-A17).

##### *Práctica B, Práctica Operativa*

En esta práctica para determinar la distancia horizontal, el estudiante describe que se requiere considerar un movimiento horizontal desde el origen, es decir el suelo y hasta donde la pelota llegue (ruta B1-B4). Por otro lado, explica que a sabiendas de que en el movimiento en  $x$  en un movimiento parabólico se utiliza la velocidad final ( $v_f$ ) que es la velocidad por la distancia ( $d_f$ ) entre el tiempo ( $t_f$ ) que se expresa como  $v_f = \frac{d_f}{t_f}$  (ruta B5-B11). Luego utiliza la velocidad final por que se cuenta con la velocidad inicial, entonces se sustituye para obtener la distancia final ( $d_f$ ) utilizando la velocidad final en  $x$  ( $v_{fx}$ ) que multiplica al tiempo ( $t_f$ ), que se expresa como  $d_f = v_{fx}(t_f)$  donde  $d_f = (36.94)(3)$  entonces  $d_f = 110.82 \text{ m}$  (ruta B12-B19).

*Práctica C, Práctica Operativa*

Por último, para determinar la altura a la que fue lanzada la pelota, el alumno explica que se requiere utilizar una fórmula que es la de  $\Delta y = v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2$  (ruta C1-C2). Entonces a sabiendas de que la pelota va hacia abajo, entonces se considera la gravedad como negativa, por lo tanto  $y_f = 0$  porque parte de un origen imaginario (ruta C3-C8). Luego, dado que  $y_0$  es la altura que se busca, entonces se utiliza  $y_0 = v \text{sen}20^\circ t + \frac{1}{2}(-9.81)(3)^2$  de donde  $y_0 = 8 \text{sen}20^\circ(3) + (-4.9)(3)^2$ , entonces se obtiene que  $y_0 = -35.93$ , luego se multiplica todo por menos uno, por lo tanto  $y_0 = 35.93$  (ruta C9-C16).

El alumno C resolvió de manera incorrecta el inciso (a) B19. Pero fue capaz de llegar a la solución correcta del inciso (b) C16. A partir de los resultados se puede advertir una falta de significado de la noción de MR en términos de uso.

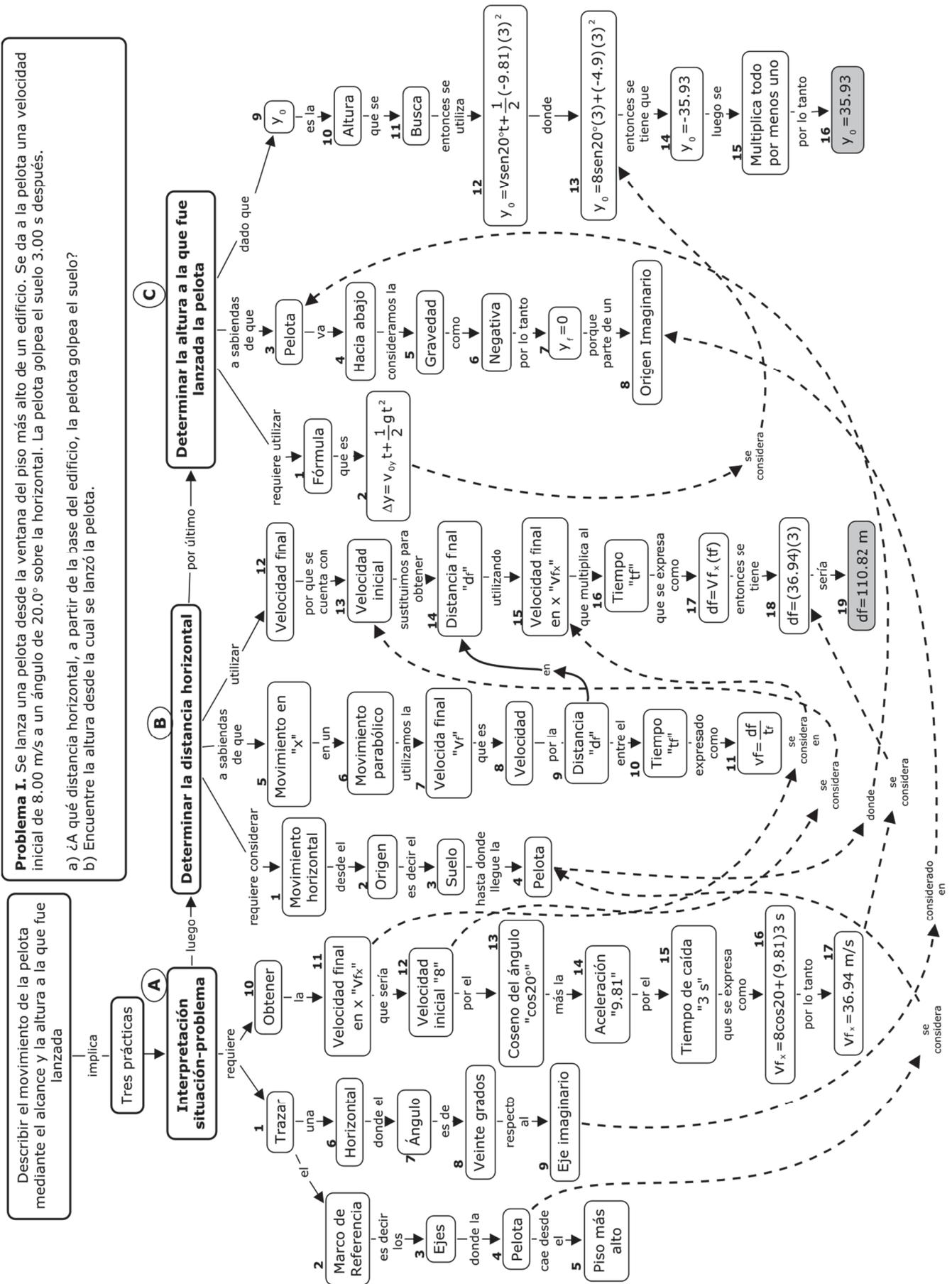


Figura 5.5. Se muestra el MCH del Alumno C, correspondiente a la resolución de un problema de tiro parabólico.

### 5.3.2 Estudiante C: resolución incorrecta del problema II.

En esta sección se presenta la resolución que realizó el alumno C de un problema de movimiento parabólico desde el MR II. Para esto se describe el MCH correspondiente a su producción Figura 5.6. El estudiante C al igual que el alumno A y la alumna B, resolvió el problema II a través de la realización de un sistema de tres prácticas, que se describen a continuación. El procedimiento de resolución de este problema puede considerarse una réplica del problema I.

#### *Práctica A, Práctica interpretativa*

En esta práctica el alumno C considera los elementos necesarios que le evoca el problema, esto se observa al hacer uso de los conceptos, velocidad inicial “8 m/s”, ángulo “20”, tiempo final “3 s” y gravedad “9.81 m/s<sup>2</sup>” (ruta A1-A6). Después considera que en este caso el eje indica que la altura es positiva porque va en dirección hacia abajo (ruta A7-A10). Después argumenta que, el movimiento en  $x$  se mantiene como en el marco I (ruta A11-A13).

#### *Práctica B, Práctica Operativa*

En esta práctica para determinar la altura a la que fue lanzada la pelota, el alumno argumenta que el inciso (b) requiere encontrar la altura inicial, que es coincidente con el marco I y parte del origen, entonces la altura inicial es  $h = 0$  (ruta B1-B6).

#### *Práctica C, Práctica Operativa*

Por último, para determinar la distancia horizontal, el alumno explica que, para determinar la distancia final en  $x$  se debe volver a obtener el tiempo, otro tiempo, ya que cambia el eje de referencia, se debe obtener el tiempo de viaje (ruta C1-C2-...-C7). Para calcular esa distancia el alumno considera que se debe tomar en cuenta una distancia de 10 metros que está bajo nivel de lanzamiento,  $y$ , es negativa (-10) dado que cambia el eje de referencia, entonces cambia el signo de “ $y$  final” y “ $y$  inicial” es 35.93 (ruta C8-C15). Enseguida considera la expresión “ $-10 + 35.93 = v \text{sen} t + \frac{1}{2} g t^2$ ”, después obtiene “ $25.93 = 8 \text{sen} 20t + 4.9t^2$ ”, donde la gravedad es positiva por el movimiento, luego resuelve esta expresión y obtiene  $t = 2.03$  s (ruta C16-C23).

Por último, para calcular la distancia final en  $x$  “ $df_x$ ” que expresa a través de la expresión  $df_x = v_{f_x}(t)$ , que en este caso sería 36.94(2.03) por lo tanto  $df = 74.98 \text{ m}$  (ruta C24-C27).

El alumno C resolvió de manera incorrecta ambos incisos ver B6 y C27. A partir de los resultados se puede advertir una falta de significado de la noción de MR en términos de uso. Conjeturas que se corroborarán en el siguiente capítulo.

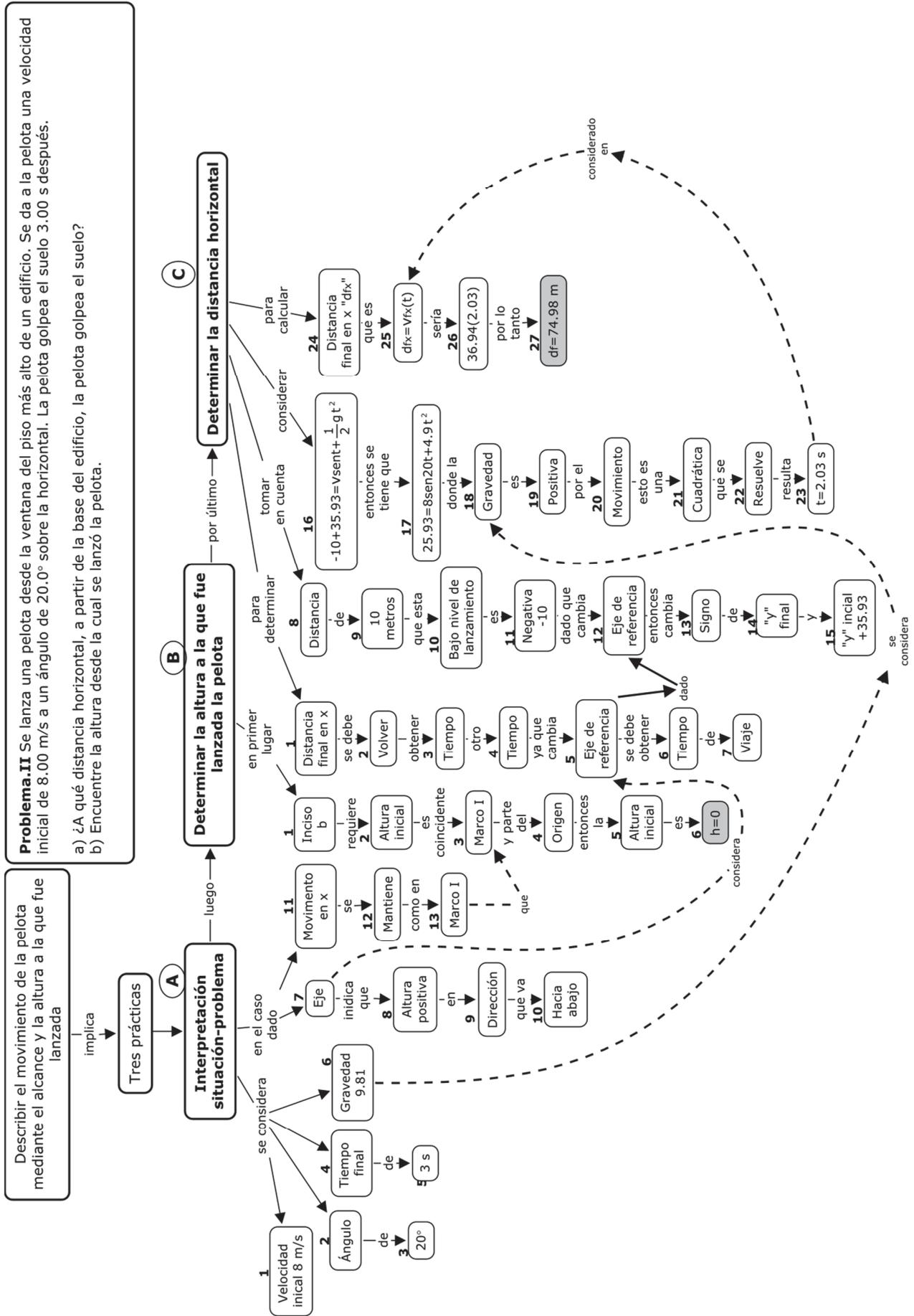


Figura 5.6. Se muestra el MCH del alumno C, correspondiente a la resolución de un problema de tiro parabólico.

---

---

# CAPÍTULO VI

*ANÁLISIS Y*

*DISCUSIÓN*

---

---



## Capítulo 6

### Análisis y Discusión

En este capítulo se describe el análisis de los resultados y la discusión de éstos con objeto de encontrar elementos que permitan responder las preguntas de investigación. El análisis se llevó a cabo a través de la interpretación ontosemiótica de la técnica del MCH, lo cual permitió lograr una caracterización de las concepciones acerca de la noción física de MR. Además de esta introducción, el capítulo cuenta con tres secciones en las que se describe el análisis y la discusión de los MCH's cognitivos de cada estudiante desde una perspectiva ontosemiótica.

#### 6.1 Análisis y discusión de la producción alumno A

##### *6.1.1 Interpretación ontosemiótica MR I*

En la primera práctica se puede observar el uso de conceptos, A4-A5-A37 Figura 5.1, que se originan de la lectura del texto que describe la situación física problematizada, conceptos que fueron considerados para la resolución del problema, de entre otros conceptos que dota el problema. También en esta práctica es posible observar conceptos que fueron inferidos a partir del texto, por ejemplo, el argumento “la pelota golpea el suelo 3.00 s después” le permite inferir el concepto de tiempo, ver A6 Figura 5.1, al igual que en la resolución de la docente.

En esta práctica, se establece una serie de funciones semióticas, entre lo que el alumno sabe acerca del tema (OFM previos) y la información que proporciona el texto, por ejemplo, en el argumento de la ruta A1-A6 Figura 5.1, se establece una función semiótica entre el concepto de tiro parabólico A2 Figura 5.1 y los conceptos distancia horizontal A4 Figura 5.1, altura A5 Figura 5.1. En donde el concepto de tiro parabólico forma parte del conocimiento previo del alumno. En términos de la UA a lo largo de esta práctica, el alumno recurrentemente accede a su OFM previo para establecer funciones semióticas entre éste y lo que el texto proporciona y presenta un conjunto de expresiones algebraicas, las cuales va descartando a partir de la interpretación que realiza de la situación física problematizada, por

ejemplo, el alumno al evocar un conjunto de expresiones algebraicas hizo uso sólo de A14, A17 y A29 en la Figura 5.1. Es decir, el alumno lo que hace en esta práctica es acceder a su conocimiento físico-matemático previo, como formulas, propiedades entre otros OFM, y, a partir de lo que el texto proporciona, relaciona estos objetos con el objeto situación problema, por ejemplo, los argumentos generados por las rutas A8-A9-A10-A11-A12 y A8-A13-A14 de la Figura 5.1, donde se establece una función semiótica entre el objeto situación problema y el concepto de tiro parabólico, la cual permite descomponer el movimiento parabólico en sus propiedades de desplazamiento concepto A9, 10 y A11 5.1 respectivamente, y velocidad, concepto A13 y A14 Figura 5.1.

En esta práctica el alumno lleva a cabo numerosas consideraciones entre los conceptos que son relevantes y necesarios para resolver la situación problematizada y entre los que no son de utilidad para este fin. Por ejemplo, en el argumento generado por la ruta A15-A20 Figura 5.1 se establecen una serie de funciones semióticas, una primera función semiótica relaciona el concepto A16 “distancia máxima en  $x$ ” Figura 5.1 y la propiedad  $x = v_0^2 \frac{\text{sen}2\theta}{g}$  A17 Figura 5.1, en la cual interpreta la “la distancia máxima en  $x$ ” a través de la expresión en A16 Figura 5.1. De igual manera este proceso se ve reflejado en el argumento A15-A19 Figura 5.1, que emerge como resultado de esa función semiótica.

La noción de MR aparece a través del argumento descrito por la ruta A19-A32 Figura 5.1, donde no hace uso de la propiedad de aceleración nula horizontal, es decir, para calcular la distancia máxima hace uso de una fórmula general A29 Figura 5.1, el concepto de MR es usado de manera errónea, al memorizar el uso de esta fórmula. En esta parte se establece una función semiótica que causa omitir el uso de la propiedad de aceleración nula, la cual motiva una resolución memorística. Por otro lado, se puede observar el establecimiento de una función semiótica que relaciona el concepto de tiro parabólico A22 con la expresión A29 Figura 5.1, pero no relaciona el movimiento con la propiedad de aceleración nula horizontal del desplazamiento, por lo que hace uso de A29 Figura 5.1, por lo tanto el uso implícito de esta propiedad da indicio de que es altamente probable que desconozca esta propiedad.

Por lo tanto en esta práctica se puede observar que el proceso que el alumno lleva a cabo es representar de manera ostensiva todas las expresiones algebraicas relacionadas a el fenómeno físico de movimiento parabólico. Por ejemplo, en los argumentos descritos en las

rutas A7-A12 y A7-A8-A13-A14 Figura 5.1, el alumno A escribió todas las fórmulas de su conocimiento físico previo, sin realizar un proceso de reflexión de estas. La noción de MR también aparece a través del argumento A10-A11-A12 Figura 5.1, donde el alumno presenta la expresión A10 “ $v_{fy} = v_{iy} + gt$ ” Figura 5.1, pero no lleva a cabo un proceso de particularización al establecer que el signo es ambiguo A12 Figura 5.1, esto muestra que el alumno no a particularizado la expresión A10 Figura 5.1, al no emplear la convención de signos para el caso abordado.

La noción de MR aparece de manera explícita en esta práctica a través del argumento descrito por la ruta A35-A42 Figura 5.1, donde describe los datos que él considera relevantes para la resolución de la situación física problematizada. Aquí podemos observar un conjunto de 3 funciones semióticas. La primera función se establece entre el concepto de velocidad inicial A37 Figura 5.1, y el símbolo  $v_0 = 8 \text{ m/s}$  A38 Figura 5.1, la segunda función relaciona el concepto ángulo de inclinación A39 Figura 5.1 y el símbolo  $\angle = 20^\circ$  A40 Figura 5.1 y por último la tercera función que relaciona el concepto tiempo A41 y el símbolo  $t$  A42 Figura 5.1.

En la práctica B, el alumno A, hace uso de la noción física de MR cuando establece tres funciones semióticas a través del argumento descrito por la ruta B1-B6 Figura 5.1. La primera función semiótica se establece entre el concepto de MR y la propiedad de la descomposición de la velocidad y el desplazamiento en sus componentes horizontal y vertical. La segunda función relaciona el concepto de velocidad inicial B2 Figura 5.1 y la expresión en B5 Figura 5.1. La tercera función se establece entre el concepto de velocidad inicial B2 y la expresión en B6 Figura 5.1 respectivamente. También en esta misma práctica se observan cuatro funciones semióticas que relacionan los datos de la velocidad inicial y el ángulo de inclinación, con la expresión de la componente vertical, rutas A38-B5 y A40-B5, y la componente horizontal, A38-B6 y A40-B6 en la Figura 5.1 respectivamente.

Al igual que en la primera práctica, en esta, el alumno realiza el mismo proceso de resolución en el cual nuevamente accede a los OFM de su conocimiento previo y de manera ostensiva materializa las propiedades y expresiones algebraicas del desplazamiento. Esto ocurre al examinar el argumento descrito por la ruta B7-B13 Figura 5.1. Debido a este

proceso se puede observar la invención de la expresión en B8 Figura 5.1, por lo tanto esta ruta de resolución es incorrecta y es descartada por el alumno.

La noción de MR aparece de forma explícita en el argumento descrito a través de la ruta B14-B24 Figura 5.1, en donde se puede advertir el uso intuitivo de esta noción física, esto a través del argumento “de acuerdo con el MR que se toma desde el suelo, dado que la altura es una magnitud escalar, tanto las velocidades como las distancias serán positivas” descrito por la ruta B14-B21 Figura 5.1. Esto es muestra del uso del MR de forma memorística.

También en esta misma práctica el uso del MR es utilizado en el argumento C30-C31, donde el alumno realiza una convención de signo sin presentar un argumento justificativo de dicha convención.

En la última práctica, al igual que en las dos anteriores, el alumno lleva a cabo el mismo proceso de resolución de la situación problema, en el cual realiza un proceso operativo y memorístico, esto al utilizar un conjunto de distintas expresiones algebraicas y comenzar a discriminar los resultados mediante argumentos intuitivos, por ejemplo, el argumento “se obtiene un valor negativo y un valor muy alto, por lo tanto se desecha este planteamiento” ruta C3-C7 Figura 5.1.

En esta práctica se establecen dos funciones semióticas que coordinan la práctica A, B y C, la primera función relaciona los conceptos A42 “ $t = 3 \text{ s}$ ” y C12 “ $d_x = (7.51)(3)$ ” Figura 5.1, y la segunda función se establece entre los conceptos B5 “ $v_{ix} = 8\cos 20^\circ = 7.51 \text{ m/s}$ ” y C12 “ $d_x = (7.51)(3)$ ” Figura 5.1.

### **6.1.2 Interpretación ontosemiótica MR II**

En la resolución de este problema el alumno hizo uso de los valores obtenidos en el problema anterior, esto se puede observar en los argumentos de descritos a través de las rutas A1-A4, B1-B5 y C1-C5 en la Figura 5.2.

El uso de la noción de MR aparece explícitamente en la primera práctica a través del argumento descrito por la ruta A5-A11 Figura 5.2, donde se establece una función semiótica entre el concepto de Marco I ,A5, y el concepto eje y ,A11 de la Figura 5.2 respectivamente,

es decir el alumno establece que debido al MR elegido van a cambiar las propiedades relacionadas al movimiento en la dirección vertical.

El concepto de MR, A16 Figura 5.2, aparece explícitamente también a través del argumento generado por la ruta A16-A26 Figura 5.2. Y su uso está dado en la convención del signo en la expresión A26 Figura 5.2. Esto mediante dos funciones semióticas, la primera función relaciona el concepto MR, A16 Figura 5.2, y el concepto tiro parabólico, A21 Figura 5.2, y la segunda función se establece entre el concepto de MR, A16 Figura 5.2, y el concepto de distancia, A22 Figura 5.2.

En la práctica B la noción de MR aparece de manera explícita a través del argumento generado por la ruta B1-B10 Figura 5.2, donde su principal uso es en la convención de signos en las expresiones algebraicas en B3 y en los resultados B8 Figura 5.2 respectivamente. En esta práctica podemos observar la función semiótica que se establece entre el concepto de marco anterior B2 Figura 5.2, y el concepto gravedad B6 Figura 5.2. A través de esto el alumno hace uso de la convención de signos, esto lo hace de manera memorística dado que no expresa argumento alguno para justificar dicha convención.

En esta misma práctica podemos observar el uso de la noción de MR a través del argumento descrito por la ruta B11-B15 Figura 5.2, donde hace uso de la convención de signos para determinar un valor positivo, B15 Figura 5.2.

En la práctica C la noción de MR es usada de manera explícita en el argumento de la ruta C1-C2-C3 Figura 5.3, en donde el alumno describe que el MR no afecta el desplazamiento en la dirección horizontal. Nuevamente podemos observar que desconoce la propiedad de aceleración nula horizontal, al utilizar una expresión general de la velocidad, C3 Figura 5.2.

En términos de la UA el alumno tiene una concepción inadecuada de la noción física del MR. En general, el estudiante hace un uso memorístico de la noción de MR, por ejemplo, cuando el alumno lee el texto que describe la situación física problematizada, interpreta e idealiza el concepto de tiro parabólico, después particulariza y significa las condiciones iniciales del fenómeno y las características del MR, después de llevar a cabo estos procesos materializa un conjunto de ecuaciones de cinemática. Posteriormente, el alumno comienza a descartar aquellas ecuaciones que considera innecesarias para la resolución del problema

tomando en cuenta criterios que tienen que ver con aspectos operativos, ver ruta A17-A18-A19 Figura 5.1 (si la expresión obtenida es fácil, o no, de resolver), de conocimiento intuitivo físico ver ruta C3-C7 Figura 5.1 (si el valor obtenido es razonable o no) y criterios memorizados que tienen que ver con la convención de signos y la descripción de las magnitudes físicas y sus propiedades desde el MR I (ruta C14-C21 Figura 5.1)

Este alumno ha memorizado el uso del MR que la docente ha impartido en clase, ya que, al abordar otros problemas, como el caso del problema I, emplea propiedades de la noción de MR que no tienen sentido para el caso abordado, por ejemplo, el argumento representado por la ruta B14-B24 o B13 Figura 5.1, muestra evidencia de una correspondencia inadecuada entre las propiedades del MR y la magnitud física de la velocidad; de igual manera, el alumno no presenta un argumento justificativo para realizar el cambio de signo a lo que el alumno llamó “distancia  $\Delta y$ ” en la ruta B30-B31 Figura 5.1. De igual manera no presenta un argumento físico adecuado para el uso de la fórmula C8 Figura 5.1, pues su justificación se apoyó en un argumento donde da evidencia del uso memorístico de la noción de MR cuando la fórmula inicial propuesta para calcular el desplazamiento horizontal A17 Figura 5.1, al resultarle más complicada, le llevó a hacer uso de una expresión menos complicada como A29 o C8 en la Figura 5.1, todo esto en lugar de apoyarse en la propiedad de aceleración horizontal nula, como fue argumentado por la docente.

## **6.2 Análisis y discusión de la producción alumna B**

### **6.2.1 Interpretación ontosemiótica MR I**

Desde el inicio de la primera práctica la alumna B usa de manera implícita la noción de MR a través de la ruta A1-A4 Figura 5.3, que representa el argumento “altura es positiva ya que el origen está en el suelo” en donde la función semiótica establecida por la alumna relaciona el concepto altura A1 con el concepto origen A3 Figura 5.3 respectivamente.

En esta misma práctica la alumna considera conceptos que provienen de la lectura del texto que son relevantes para la resolución de la situación física problematizada, conceptos A1”altura”, A6”velocidad inicial”, A8 ”ángulo de lanzamiento” Figura 5.3. Al igual que con el alumno A y la docente, este sujeto empleó conceptos que fueron inferidos a partir de la lectura, por ejemplo, el concepto de tiempo de caída A10 y el concepto de tiro parabólico A13 Figura 5.3. Es decir establece funciones semióticas entre su conocimiento previo y los datos que proporciona el texto.

De igual manera en esta práctica se establece un conjunto de 2 funciones semióticas, que relacionan los datos que da el texto y el conocimiento previo de la alumna. Por ejemplo, la función semiótica representada de manera ostensiva en el MCH mediante la ruta A6-A7 Figura 5.3, la que se establece entre el concepto de velocidad inicial, A6 Figura 5.3, con el símbolo  $v_0 = 8 \text{ m/s}$ , es decir en, A7 Figura 5.3, el signo “ $v_0$ ” concepto que forma parte del conocimiento previo del alumno y no de lo que se expresa en el texto. De igual manera esto ocurre con la función semiótica establecida en la ruta A8-A9 Figura 5.3 con el símbolo “ $\theta = 20^\circ$ ” y la función semiótica de la ruta A10-A11 Figura 5.3 con el símbolo “ $t$ ”.

El uso de la noción de MR se ve reflejado implícitamente a través de los argumentos representados por las rutas A12-A17 y A18-A22 Figura 5.3, que dan evidencia de una función semiótica entre el concepto de MR, que es manejado implícitamente, y la propiedad de la descomposición en sus componentes horizontal y vertical de la velocidad. Y otras cuatro funciones semióticas que relacionan los conceptos de velocidad inicial y ángulo con las expresiones que describen la velocidad horizontal y vertical, rutas A7-A16 y A9-16 y las rutas A7-A21 y A9-A21 Figura 5.3.

En la práctica B el uso de la noción de MR se ve evidenciado a través del argumento representado por la ruta de lectura B1-B6 Figura 5.3, que da cuenta de dos funciones semióticas. La primera entre el concepto de MR, que es manejado implícitamente, y la propiedad de la aceleración nula horizontal, lo cual la alumna escribió en la expresión B5 Figura 5.3, es decir considera el MR situado en el suelo. La segunda función permite coordinar la primera práctica con esta, descrita por la ruta A17-B6 Figura 5.3.

La noción de MR aparece también de manera implícita a través del argumento representado mediante la ruta de lectura C1-C2 Figura 5.3, se apoya en la práctica A, a través del uso implícito de la propiedad de la descomposición de la velocidad y la posición de la pelota. La alumna establece funciones semióticas entre los datos que proporciona el problema y los elementos de la ecuación cinemática C2 Figura 5.3. Por un lado, se establece la función semiótica entre “ $v_y = 2.73 \text{ m/s}$ ” en A22 y “ $v_{iy}$ ” en C2, “ $t = 3 \text{ s}$ ” en A11 y C2 y “ $g = -9.81 \text{ m/s}^2$ ” en C6 y C2 Figura 5.3 respectivamente, funciones que le permitieron a la alumna obtener el desplazamiento de la pelota, ver C2-C3 Figura 5.3.

El uso explícito del concepto de MR aparece en la práctica C cuando la alumna asigna un signo negativo a la aceleración de la gravedad, ruta de lectura C6-C10 Figura 5.3. La alumna modifica la ecuación cinemática C2 Figura 5.3, mediante una convención de signo expresada mediante el argumento “ $g = -9.81 \text{ m/s}^2$  dado que la aceleración de la gravedad es negativa porque el MR está debajo” representada por la ruta C6-C10 Figura 5.3. Es decir establece una función semiótica entre el concepto aceleración de la gravedad A7 y el concepto MR A9 Figura 5.3.

### **6.2.2 Interpretación ontosemiótica MR II**

La noción de MR en la primera práctica aparece de manera explícita e implícita, de manera explícita a través del argumento descrito por la ruta A1-A6 Figura 5.4, en donde se establece una función semiótica entre el concepto de marco A1 y el concepto origen A2 Figura 5.4, es decir el uso que le asigna al concepto de MR es el de un sistema coordinado. Esta noción aparece de manera implícita a través del argumento de la ruta A7-A11 Figura 5.4, donde hace uso de las propiedades de descomposición en componentes de la velocidad.

Al igual que en el problema I en la práctica B el uso de la noción de MR se ve evidenciado a través del argumento representado por la ruta de lectura B1-B4 Figura 5.4, que da cuenta de dos funciones semióticas. La primera entre el concepto de MR, que es manejado implícitamente, y la propiedad de la aceleración nula horizontal, lo cual la alumna escribió la expresión B2 Figura 5.4, es decir considera que el MR elegido no afecta el desplazamiento en la dirección horizontal. La segunda función permite coordinar la primera práctica con esta, descrita por la ruta A8-B1 Figura 5.4.

El uso de la noción de MR en la práctica C es de manera implícita, se puede observar a través del argumento descrito por la ruta C1-C5 Figura 5.4, y en el cual se establece una función semiótica en el argumento “y es positivo hacia abajo, entonces el desplazamiento será positivo” ver ruta C1-C4 Figura 5.4, este argumento le permite al alumno evocar el concepto B5 Figura 5.4.

La noción de MR es utilizada en esta práctica nuevamente, a través del argumento descrito por la ruta C6-C12 Figura 5.4, y es puesto en uso mediante una función semiótica que relaciona el concepto implícito de MR y la expresión algebraica C8 Figura 5.4, el uso de la noción se da en términos de la convención de signos.

En esta práctica también se establece un conjunto de dos funciones semióticas. La primera función se establece de manera implícita entre concepto de MR y gravedad C13 Figura 5.4, es decir tiene implicaciones en la convención del signo en la aceleración de la gravedad, que en este caso tomó como positivo. La segunda función relaciona el concepto de MR con el concepto velocidad C15 Figura 5.4, al igual que en la función anterior implica una convención de signos.

En términos de la UA, la noción de MR de esta alumna es similar a la noción de MR que posee la docente, por una parte de manera implícita, un ejemplo de su uso implícito se puede observar en la práctica A cuando a través de la lectura del texto la alumna relaciona los conceptos A19 “velocidad en y” y A21 “ $v_y = 8\sin 20^\circ$ ” Figura 5.3, con su conocimiento previo que tiene que ver con la descomposición de la velocidad en una componente vertical. De igual manera esta noción aparece en la práctica B cuando hace uso de la propiedad de aceleración horizontal nula. La alumna también hace uso de esta noción de manera explícita cuando relaciona los objetos emergentes de los tratamientos matemáticos, por ejemplo,

cuando relaciona OFM de su conocimiento previo, como la magnitud de la aceleración de la gravedad (C6 Figura 5.3) y la convención de signos (ruta C6-C10 Figura 5.3) con su conocimiento nuevo, el cual sería la ubicación y orientación del MR en la situación física problematizada abordada.

### ***6.3 Análisis y discusión de la producción alumno C***

#### ***6.3.1 Interpretación ontosemiótica MR I***

En la primera práctica se observa el uso explícito del concepto de MR a través del argumento descrito por la ruta de lectura A1-A5 Figura 5.5, donde establece una función semiótica entre el concepto MR A2, y el concepto ejes A3 Figura 5.5, es decir considera a el MR como un sistema de ejes coordenados. En esta práctica al igual que en la resolución de la docente y la de los alumnos anteriores, se observan conceptos, A4 “pelota”, A5 “piso más alto”, A7 “ángulo” y A12 “velocidad inicial” Figura 5.5, que provienen de la lectura del texto, los cuales, de entre otros conceptos, fueron considerados como conceptos relevantes para la resolución del problema. De igual manera este alumno empleó conceptos que fueron inferidos a partir de la lectura, por ejemplo, el argumento “la pelota golpea el suelo 3.00 s después” le permite inferir el concepto de tiempo de caída A15 Figura 5.5, lo cual da evidencia del establecimiento de una función semiótica entre el dato “3.00 s después” con el concepto de tiempo de caída.

En términos de la UA en esta práctica se establece de manera errónea una función semiótica relacionada con la componente de la velocidad considerada por el alumno. Esta función relaciona de manera equivocada la propiedad de la descomposición en componentes de la velocidad con el concepto de MR, es decir el alumno no logra llevar a cabo adecuadamente el proceso de particularización de las propiedades físicas de la velocidad, lo cual describe a través del argumento representado mediante la ruta A10-A17 Figura 5.5. Esta misma práctica da cuenta del uso implícito del MR en el uso inadecuado de la convención de signos, por ejemplo con el concepto de aceleración, que considera de manera incorrecta como positiva A14 Figura 5.5.

En la práctica B, el uso implícito del MR se observa a través del argumento descrito por la ruta B1-B4 Figura 5.5, donde se establece una función semiótica entre el concepto de origen B2 Figura 5.5, que forma parte de su conocimiento previo, y el concepto de suelo B3 Figura 5.5, concepto evocado en el texto, es decir considera implícitamente al MR situado en el suelo.

En la práctica B se puede observar el uso erróneo del MR, esto se ve reflejado a través del argumento representado por la ruta de lectura B1-B10 Figura 5.5, donde se desconoce la propiedad de la aceleración nula horizontal, dado que, para determinar la distancia horizontal, se hace uso de esta propiedad, propiedad que desconoce este alumno y por lo tanto hace uso de la expresión general en B11 Figura 5.5.

En la práctica C el MR aparece implícitamente en dos rutas, en la ruta C1-C2 y en la ruta C3-C8 Figura 5.5 respectivamente. En la primera ruta se establece una función semiótica entre el concepto de MR y la propiedad de descomposición en componentes de la velocidad y el desplazamiento, a lo cual evoca el concepto C2 “ $\Delta y = v_y t + \frac{1}{2} g t^2$ ” Figura 5.5. En la segunda ruta el MR aparece de manera implícita cuando hace uso de la convención de signos al tomar el valor de la aceleración de la gravedad como negativo, descrito por la ruta C3-C6 Figura 5.5, argumento que demuestra el uso memorístico e inadecuado del MR. De igual manera el alumno transforma la ecuación C2 Figura 5.5, mediante una convención de signos a la expresión C12 Figura 5.5.

También en esta práctica se observa una función semiótica entre el signo “ $y_0$ ” C9 y el concepto altura C10 ambos de la Figura 5.5, es decir establece que la altura está descrita por ese signo. Por último, el alumno cambia el signo al valor numérico de la altura en C14 Figura 5.5, a través del argumento representado por la ruta C15-C16 Figura 5.5. Este último argumento refleja un uso inadecuado del MR, esto sucede cuando el alumno argumenta que “se multiplica todo por menos uno” ver ruta C15-C16 Figura 5.5. Esto da indicios del uso memorístico que se le da al MR por parte de este alumno.

### **6.3.2 Interpretación ontosemiótica MR II**

En la práctica A el alumno C considera conceptos que provienen de la lectura del texto que son relevantes para la resolución de la situación física problematizada, conceptos A1 “velocidad inicial”, A2 “ángulo”, A4 “tiempo final”, A6 “gravedad” Figura 5.6. Al igual que con el alumno A, B y la docente, este sujeto empleó conceptos que fueron inferidos a partir de la lectura, por ejemplo, el concepto de tiempo final A4 y el concepto de gravedad A6 Figura 5.6. Es decir establece funciones semióticas entre su conocimiento previo y los datos que proporciona el texto.

El MR aparece de manera implícita a través de dos argumentos, por un lado, por el argumento descrito por la ruta A7-A10 Figura 5.6, en el cual establece que la altura será positiva debido al MR, y, a través del argumento descrito por la ruta A11-A12-A13 en la Figura 5.6. Por otra parte en esta práctica el MR aparece de manera explícita a través del argumento “movimiento en  $x$  se mantiene como en el marco I” en la ruta A11-A12-A13 Figura 5.6.

En la práctica B el alumno C muestra evidencia de un uso inadecuado del MR a través del argumento “altura inicial es coincidente con el marco I, y parte del origen, entonces la altura inicial es  $h = 0$ ”. En términos de la UA esta noción de MR es inadecuada debido a que el alumno no logra interpretar ni idealizar las condiciones iniciales que provee el problema.

En la práctica C se puede observar otro ejemplo del uso inadecuado del MR, esto a través del argumento generado por la ruta C1-C7 Figura 5.6, este alumno es incapaz de interpretar e idealizar las condiciones iniciales que provee el problema al calcular un tiempo distinto al proporcionado por la situación-problema. También en esta misma práctica el MR es usado de manera inadecuada a través del argumento descrito por la ruta C16-C20 Figura 5.6, al no hacer un uso correcto de la convención de signos.

En términos de la UA, la concepción del alumno C muestra un uso inadecuado del MR en la resolución de ambos problemas. Por un lado, el alumno desconoce los OFM relacionados con el movimiento parabólico, por ejemplo, desconoce tanto la propiedad de descomposición en componentes de la aceleración como la propiedad de aceleración horizontal nula. Por otro lado, realiza un uso inadecuado de la convención de signos. Es decir, al igual que el alumno A, el alumno C muestra indicios de la memorización del uso del MR sin dotarlo de significado, esto puede observarse cuando emplea, sin un argumento físico, la expresión B11 Figura 5.6 ( $v_f = \frac{df}{t_f}$ ) para calcular la distancia horizontal en el problema I (Figura 5.5) y C25 en el problema II (Figura 5.6).

---

---

# CAPÍTULO VII

## *CONCLUSIONES*

---

---



## Capítulo 7

### Conclusiones

Con base en el análisis de los resultados, en el presente capítulo se describen las conclusiones a las que hemos llegado en esta investigación. Como se ha mencionado anteriormente, cuando se habla de la concepción que posee un sujeto (docente-experto o estudiante-inexperto) acerca del MR, no se hace referencia a la búsqueda de una definición, más bien se hace referencia al uso que el sujeto le da al MR a través del sistema de prácticas implicado en el proceso de resolución de la situación física problematizada de un movimiento parabólico.

#### 7.1 Conclusiones

A continuación, se presentan de manera secuencial las preguntas de investigación y sus respuestas correspondientes, pudiendo formular de esta manera las conclusiones que permiten validar total o parcialmente las hipótesis planteadas.

En la hipótesis 1 se planteó que **«Los alumnos no comprenden de manera adecuada la noción física de MR, de manera que la concepción que han desarrollado los estudiantes se apoya en la práctica de memorización del uso del MR “a manera de receta” cuando se enfrentan a la resolución de un problema de mecánica. Por lo que los estudiantes son incapaces de plantear las ecuaciones e interpretar físicamente sus soluciones»** y se formularon dos preguntas que se responden a continuación:

##### *1.1 ¿Cuáles son las concepciones de los estudiantes?*

Se encontraron al menos tres concepciones distintas. La primera, la del alumno A, es una concepción inadecuada que sin embargo le llevo a la resolución correcta de la situación-problema. Se encontró evidencia de que dicho estudiante ha memorizado el uso del MR sin dotarlo de un significado físico adecuado, por ejemplo, en la práctica interpretativa del problema I el estudiante plantea un conjunto de ecuaciones de cinemática las cuales va descartando bajo criterios inapropiados, tal es el caso del criterio operativo que empleó para descartar la expresión A17 Figura 5.1 ( $x = v_0^2 \frac{\text{sen}2\theta}{t}$ ) del problema 1, donde al argumentar

que esta no “servía” al recordar la existencia de otra expresión con “un despeje más fácil”, para luego emplear la expresión A29 Figura 5.1 ( $v_x = \frac{dx}{t}$ ). Dicho criterio también muestra el desconocimiento del uso de la propiedad física de que en el movimiento parabólico la aceleración horizontal es nula, el cual fue el argumento señalado por el alumno al emplear la expresión A29 Figura 5.1.

La concepción inadecuada que tiene el alumno A, puede apreciarse a través de la memorización de la convención de signos en el uso del MR. Por ejemplo, después de haber planteado (erróneamente) la expresión B8 Figura 5.1, del problema I y haber realizado el tratamiento matemático que le llevó a los resultados B12 Figura 5.1, ¿ $v_{fy} = 91.02 \text{ m/s}$ ? y B13 Figura 5.1, ¿ $v_{fy} = -85.56 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ?  $X$  (nótese la marca  $X$  que puso el estudiante para invalidar ambos resultados), el alumno descarta dichos resultados a través de una convención de signos memorizada al argumentar que “la altura es una magnitud escalar, tanto las velocidades como las distancias serían positivas por el Marco de Referencia”. En la resolución del problema II (Figura 5.2) el alumno A ya conocía las ecuaciones implicadas en la resolución de la situación-problema y fue capaz de aplicar efectivamente la convención de signos relacionada con el MR, sin embargo, carente de un significado físico. En relación con la concepción del alumno A, la resolución correcta de la situación problema no implica una concepción adecuada del MR.

A diferencia de la concepción del alumno A, la concepción de la alumna B es similar a la concepción de la docente. La alumna B presenta mucha destreza en el uso del MR al resolver el problema I (Figura 5.3) y II (Figura 5.4). La alumna B se apoya en argumentos físicos cada vez que hace uso del MR en el sistema de prácticas, por ejemplo, considera la propiedad de aceleración horizontal nula, ver B3-B4 Figura 5.3, para calcular la distancia horizontal recorrida por la pelota mediante B5 Figura 5.3, “ $d = v_x t$ ”. También muestra un manejo adecuado de la convención de signos y su interpretación física al pasar a la descripción del movimiento parabólico en el problema I, por ejemplo, mediante los argumentos A1-A6 y C13-C16 Figura 5.3. La alumna B advierte cambios de signo en la expresión C2 Figura 5.3,

del problema I ( $\Delta y = v_{iy}t - g \frac{t^2}{2}$ ) al reexpresarla adecuadamente en la resolución del problema II mediante C8 Figura 5.3 ( $\Delta y = -v_{iy}t + g \frac{t^2}{2}$ ).

La diferencia entre la solución de la docente y la de la alumna B tiene que ver con una interpretación más sofisticada por parte de la docente, en términos vectoriales. De manera que cuando la docente habla de “la magnitud o módulo del vector desplazamiento  $\Delta y = -35.937 \text{ m} \downarrow$ ” (ruta C7-C8-C9-C25 Figura 3.3), la alumna habla en términos escalares argumentando que “ $\Delta y = -35.95$  por lo tanto el punto inicial  $y_0$  sería  $y_0 = 35.95 \text{ m}$ ”.

Por último, la concepción del alumno C muestra un uso inadecuado del MR en la resolución de los problemas I y II. Por un lado, el alumno C desconoce las propiedades de las magnitudes físicas en el movimiento parabólico, por ejemplo, desconoce tanto la propiedad de descomposición en componentes de la aceleración y la propiedad de aceleración horizontal nula ver ruta A14-A17 Figura 5.5. En otras palabras, al igual que el alumno A, también muestra indicios de la memorización del uso del MR sin dotarlo de significado, esto puede verse cuando emplea, sin un argumento físico, la expresión B11 ( $v_f = \frac{df}{tf}$ ) para calcular la distancia horizontal en el problema I. Esto último también viene a contradecir el cálculo de la velocidad final realizado en la práctica interpretativa anterior donde plantea la expresión A16 ( $v_{fx} = 8\cos 20 + (9.81)3 \text{ s}$ ) Figura 5.5.

Por otro lado, sorprendentemente, pese a las deficiencias mostradas en el uso del MR al describir la componente horizontal del movimiento, el alumno C resolvió correctamente el segundo inciso del problema I en el que se le pide calcular la altura a la que fue lanzada la pelota, pero fracasó cuando se le solicitó calcular el mismo dato desde el MR del problema II. Lo anterior da cuenta de que el alumno C únicamente ha memorizado el uso del MR sin dotarlo de un significado físico de manera que algunas veces lo que ha memorizado resulta efectivo para unos casos y para otros no.

Cabe señalar que la concepción del alumno A podría parecer similar a la concepción del alumno C en el sentido del uso memorístico del MR, sin embargo, la resolución correcta de los problemas tuvo que ver con los criterios de discriminación de las expresiones empleadas

por los alumnos, por ejemplo, al resolver el inciso a del problema I, mientras que el alumno A para pasar de la fórmula C3 ( $x = \frac{v_0^2 \text{sen} 2\theta}{t}$ ) al empleo de la fórmula C10 ( $v_x = \frac{dx}{dt} = v_x t = d_x$ ) Figura 5.1, argumentando una menor dificultad en la resolución de este inciso, el alumno C al desconocer la propiedad de la aceleración horizontal nula, calcula erróneamente la distancia horizontal mediante las fórmulas A16 ( $v_{fx} = 8\cos 20 + (9.81)3s$ ) y B11 ( $v_f = \frac{df}{tf}$ ) Figura 5.5. Es decir, la diferencia está entre los criterios que el alumno A emplea para resolver el problema, a diferencia del alumno C no utiliza criterios.

### ***1.2 ¿Cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes en el uso de MR cuando resuelven un problema de cinemática?***

Desconocimiento de propiedades físicas. Por ejemplo, el desconocimiento de la propiedad física de la aceleración horizontal nula en el movimiento parabólico, como es el caso de los alumnos B y C. Por otro lado, también la atribución de un significado inadecuado a la propiedad de la descomposición en componentes de la velocidad y desplazamiento, por ejemplo, esto pudo ser visto en la producción del alumno C cuando usa la aceleración debida a la gravedad para analizar el movimiento de la pelota en la componente horizontal, A16 Figura 5.5

Asociar un significado entre la ubicación y orientación del MR y la convención de signos asociada a las magnitudes físicas. Por ejemplo, en el problema II cuando el sentido del eje y positivo del MR es hacia abajo se le asocia un signo positivo a la aceleración debida a la gravedad (+g), pero se asocia un signo negativo a la componente vertical de la velocidad inicial (esto no fue realizado por el alumno C)

Con base en las respuestas a las preguntas anteriores, se concluye que la primera hipótesis se cumple parcialmente, ya que se encontró que al menos uno de los alumnos posee una concepción similar a la de la docente acerca del MR, mientras que dos de los alumnos (alumnos A y C) tienen una comprensión inadecuada apoyada en la práctica de memorización del uso del MR “a manera de receta”. Cabe destacar que para el caso del alumno A, pese a que posee una noción inadecuada del MR, éste fue capaz de resolver correctamente los dos problemas planteados. Por otra parte, los alumnos A y C (de concepciones inadecuadas del

MR) si fueron capaces de plantear las ecuaciones, como resultado de haber memorizado el uso del MR, sin embargo, fueron incapaces de interpretarlas físicamente.

En el caso de la hipótesis 2, se planteó **“El profesor posee una concepción adecuada de la noción física del MR como resultado de su formación académica y de su práctica docente. Dicha concepción relaciona de manera coherente los aspectos conceptuales con los aspectos procedimentales durante la resolución de un problema físico”**, y se plantearon las siguientes preguntas:

### ***2.1 ¿Cuál es la concepción de un docente acerca del MR?***

La concepción del MR de la docente puede ser caracterizada de dos maneras a través de un uso explícito e implícito del MR. Mediante la primera, la docente establece una función semiótica entre el MR empleado de manera oculta, y la propiedad de descomposición de la velocidad y el desplazamiento en sus componentes horizontal y vertical que son representados a través del planteamiento de ecuaciones cinemáticas particularizadas según el problema abordado.

Por otra parte, el uso explícito del MR tiene que ver con el señalamiento explícito del MR como argumento que apoya el uso de cierta convención de signos, al “agregar” un signo negativo (ruta C14-C23 Figura 3.3) o cambiar un signo negativo por un signo positivo (ruta C25 y C30 Figura 3.3). Dada ubicación espacial del MR sugerida por el texto que describe el problema, la docente establece una función semiótica entre el sentido del eje positivo del MR y el sentido de la aceleración de la pelota, lo cual le permite dotar de significado al signo negativo en C14 Figura 3.3.

El uso implícito del MR en el discurso escolar de la docente podría ser la causa de la concepción memorística que tienen los estudiantes. Como resultado de la realización de los procesos de significación y particularización, entre los OFM del MR y los OFM de la situación de movimiento parabólico, se obtienen como resultado argumentos significativos, sin embargo, cuando el MR se maneja de manera implícita el argumento emergente podría carecer de significado para los alumnos y llevarlos a la realización de prácticas memorísticas de las fórmulas, reglas de operación del MR por mencionar algunas. Esto es, el argumento emergente podría presentar elementos de origen desconocido para los estudiantes.

## ***2.2 ¿Cuáles son las diferencias y semejanzas entre las concepciones de un docente y las de sus estudiantes?***

La profesora no usa criterios de discriminación tal y como lo realiza el alumno A, de tal manera que la docente no parte de un conjunto de ecuaciones cinemáticas y no procede discriminando a partir de criterios inadecuados, que es el caso del alumno A, más bien la docente hace uso del MR a través de la particularización y significación, entre los OFM de MR y los OFM de tiro parabólico de su conocimiento previo, a partir de lo que le evoca la situación física problematizada.

Por otro lado, la diferencia entre la alumna B y la docente, tiene que ver con el uso más sofisticado del MR apoyado en nociones vectoriales, mientras que la alumna se apoya en nociones escalares. La noción de MR de la alumna B es similar a la concepción de la docente, ya que ambas emplean el MR de manera adecuada cuando dotan de significado físico a la convención de signos considerada en las expresiones de cinemática que describen el movimiento parabólico. A diferencia de los alumnos A y C, quienes no han establecido dicho significado, que emplean dicha convención de manera memorística.

Por último, se concluye que la segunda hipótesis se cumple en su totalidad, debido a que se encontró que la docente sí posee una concepción adecuada de la noción física del MR como resultado de su formación académica y de su práctica docente. Dicha concepción relaciona de manera coherente los aspectos conceptuales con los aspectos procedimentales durante la resolución de un problema físico. Sin embargo, cabe señalar que el uso implícito del MR en el discurso de la docente en el aula podría motivar a la realización de prácticas memorísticas en los alumnos.

## **7.2 Sobre la interpretación ontosemiótica del MCH y la Unidad de Análisis**

Además de las conclusiones anteriores, cabe destacar la importancia de la interpretación ontosemiótica del MCH como una herramienta de investigación que permite describir de manera gráfica el sistema de prácticas que realiza un sujeto (docente-experto y estudiante-inexperto) en la resolución de la situación física, en el caso de esta investigación, la situación del movimiento parabólico. El MCH interpretado desde el EOS permite visualizar de manera panorámica la coordinación del sistema de prácticas (la manera en cómo se interconectan las prácticas del sistema de prácticas), el lenguaje utilizado, los conceptos y las propiedades, así como también permite capturar los argumentos justificativos empleados por el sujeto al resolver el problema. También facilita la comparación entre los MCH elaborados a partir de la producción de dos sujetos distintos (comparación entre un MCH epistémico y un MCH cognitivo), con objeto de conocer las diferencias o semejanzas en el uso de cierto OFM.

Por otro lado, al analizar el uso del MR mediante el MCH se encontró un conjunto de procesos, nombrada Unidad de Análisis (UA), que era ejecutado de manera constante y que motivaba la producción de conocimiento (producción de argumentos) en los sujetos durante el desarrollo del sistema de prácticas realizado por los sujetos investigados. La UA es un constructo teórico, pues considera elementos del Enfoque Ontosemiótico, que puede ser pensada como un conjunto de procesos cognitivos (al menos consta de los procesos de *idealización, interpretación, significación, particularización y materialización*) y funciones semióticas que permiten revelar el uso del MR por parte de los sujetos.

## REFERENCIAS

- Carazo, P. C. (2006). El método de estudio de caso: estrategia metodológica de la investigación científica. *Pensamiento & Gestión* (20), (págs. 165-193).
- Castaño, C. (2002). Introducción a la metodología de investigación cualitativa. *Revista de Psicodidáctica*, (14), 5-39.
- Facultad de Ingeniería. (2017). *Programa Analítico*. San Luis Potosí: Universidad Autónoma de San Luis Potosí. Obtenido de <http://www.ingenieria.uaslp.mx/>
- Facultad de Ingeniería. (2017). *UASLP- Universidad Autónoma de San Luis Potosí*. Obtenido de Facultad de Ingeniería: <http://ingenieria.uaslp.mx/admision/>
- Feynman, R. P., Leighton, R. B., & Sands, M. (1971). *The Feynman Lectures on Physics: Mecánica, radiación y calor*. Fondo Educativo Interamericano
- Font, V., Godino, J. D., & D'Amore, B. (2007). Enfoque ontosemiótico de las representaciones en educación matemática. *For the learning of mathematics*, 27(2), (págs.3-9).
- Font, V., & Rubio, N. V. (2017). Procesos matemáticos en el enfoque ontosemiótico. *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Obtenido de [enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html](http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html)
- Garrido, J. M. (2009). *Diseño de Investigación Cualitativa en Educación*. Chile.
- Godino, J. D. (2003). *Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Obtenido de Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*.
- Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.

- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. & Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, 27 (2), 221-252.
- Guisasola, J., Almudí, J. M., & Zubimendi, J. L. (2003). Dificultades de aprendizaje de los estudiantes universitarios en la teoría del campo magnético y elección de los objetivos de enseñanza. *Enseñanza de las ciencias*.
- Jimenez. C. V. (2012). El estudio de caso y su implementación en la investigación. *Revista Internacional de Investigación en Ciencias Sociales*.
- Moreno, N. (2017). Una representación gráfica de la práctica de resolución de problemas en cálculo diferencial. *Investigación en la escuela* (92), 60-95.
- Moreno, M. N., Zuñiga, M. S., & Tovar, R. D. (2018). Una herramienta gráfica para la enseñanza de la cinemática mediante la resolución de problemas. *Latin-American Journal of Physics Education*, (en prensa).
- Moreno, N; Angulo R, Ruiz, I. & Aguilar P., Ruth M. (2018). Enseñanza de la física mediante fislets que incorporan mapas conceptuales híbridos. *Revista de Innovación Educativa*.
- Moreno, N. M., Font, V., & Ramírez, J. C. (2016). La importancia de los diagramas en la resolución de problemas de cuerpos deformables en Mecánica: el caso de la fuerza de fricción. *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*.
- Moreno, N. M., Font, V., & Angulo. R. V. (2018). Un estudio sobre la comprensión de las nociones físicas de la mecánica newtoniana: el caso del centro de masa. *Revista de enseñanza de la física*.
- Paricio, S. M. (2014). *Análisis de las dificultades en la comprensión de la cinemática en bachillerato. Evaluación de uso de tracker para facilitar el aprendizaje*. (tesis de maestría). Universidad Internacional de la Rioja, Facultad de Educación, Barcelona.
- Quecedo, R., & Castaño, C. (2002). Introducción a la metodología de investigación cualitativa. *Revista de Psicodidáctica*, (14), 5-39.

- Resnick, R., Halliday, D., & Krane, K. (1993). *Física* (vol. 1). Compañía Editorial Continental.
- Serway, R., & Jewett, J. (2005). *Física para ciencias e ingeniería* (vol. 1). Editorial Thomson.
- Serway, R., & Jewett, J. (2008). *Física para ciencias e ingeniería* (vol. 1). Editorial Latinoamericana.
- Stake, R.E (1999). *Investigación con Estudio de Casos*. Ediciones Morata, S. L.
- Tiberius, J. (2017). *Teoría de la Relatividad, Elementos y Crítica*. Física y Metafísica del Tiempo. España: Editorial Molwick.
- Tipler, P. A., & Mosca, G. (2005). *Física para la ciencia y la tecnología*. Editorial Reverté.
- Torres Vázquez W.A. (2011). El Enfoque Ontosemiótico para la investigación en Educación Matemática: Una Reflexión Crítica. *Cuaderno de Investigación en la Educación*.
- Yin, R.K. (1989). *Case Study Research: design and Methods, Applied social research Methods Series*, Newbury Park CA: Sage.

## ANEXOS

- A. Problema 16, del capítulo 4 “Movimiento en dos dimensiones” del libro de texto de Serway & Jewett (2008).

15. Una bola se lanza desde una ventana en un piso superior de un edificio. A la bola se le da una velocidad inicial de 8.00 m/s a un ángulo de  $20.0^\circ$  bajo la horizontal. Golpea el suelo 3.00 s después. a) ¿A qué distancia, horizontalmente, desde la

o; ● = razonamiento cualitativo

## B. Cuestionario I



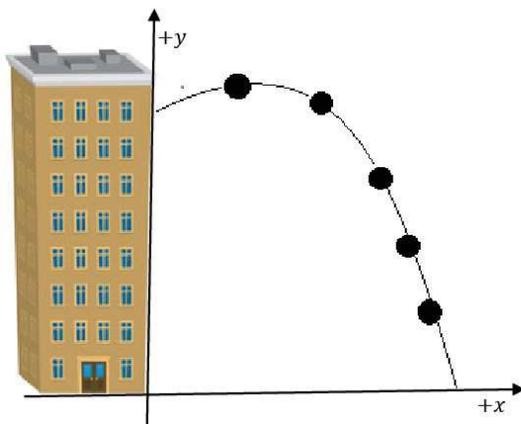
Nombre: \_\_\_\_\_ Correo Electrónico: \_\_\_\_\_

Edad: \_\_\_\_\_ Carrera: \_\_\_\_\_

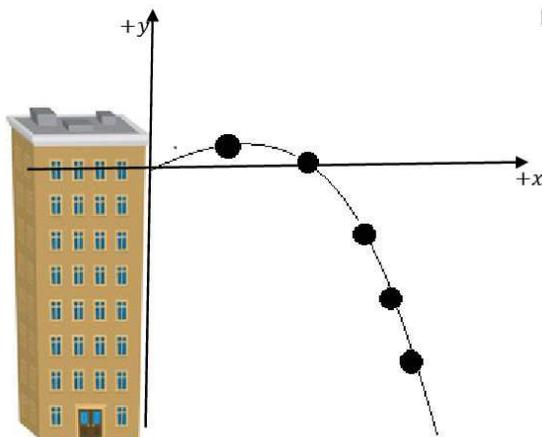
**Instrucciones:** Resolver el problema desde 2 marcos de referencia distintos. Marco I y II. Se presenta una explicación en la hoja para cada uno.

Se lanza una pelota desde la ventana del piso más alto de un edificio. Se da a la pelota una velocidad inicial de  $8.00 \text{ m/s}$  a un ángulo de  $20.0^\circ$  sobre la horizontal. La pelota golpea el suelo  $3.00 \text{ s}$  después.

- ¿A qué distancia horizontal, a partir de la base del edificio, la pelota golpea el suelo?
- Encuentre la altura desde la cual se lanzó la pelota.
- ¿Cuánto tiempo tarda la pelota para alcanzar un punto  $10.0 \text{ m}$  abajo del nivel de lanzamiento?



Marco I



Marco II

## C. Cuestionario II

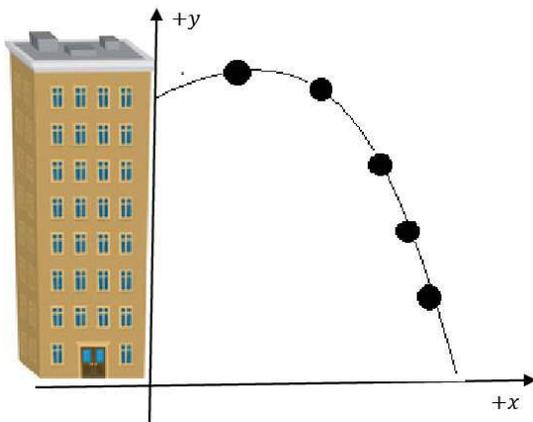


**Instrucciones:** Responde a las preguntas y al problema que se te plantea. Este último tiene que ser resuelto desde 2 marcos de referencia distintos. Marco I y II. Se presenta una explicación en la hoja para cada uno.

### Preguntas

- 1- ¿Qué es un marco de referencia?
  - 2- ¿Cuáles son los elementos que conforman un marco de referencia?
  - 3- ¿Qué principio o principios físicos implica el uso del marco de referencia?
  - 4- ¿Cuántos tipos de marcos de referencia existen? Describe brevemente algunos de ellos
- Se lanza una pelota desde la ventana del piso más alto de un edificio. Se da a la pelota una velocidad inicial de  $8.00 \text{ m/s}$  a un ángulo de  $20.0^\circ$  sobre la horizontal. La Pelota golpea el suelo  $3.00 \text{ s}$  después.
    - a) ¿A qué distancia horizontal, a partir de la base del edificio, la pelota golpea el suelo?
    - b) Encuentre la altura desde la cual se lanzó la pelota.

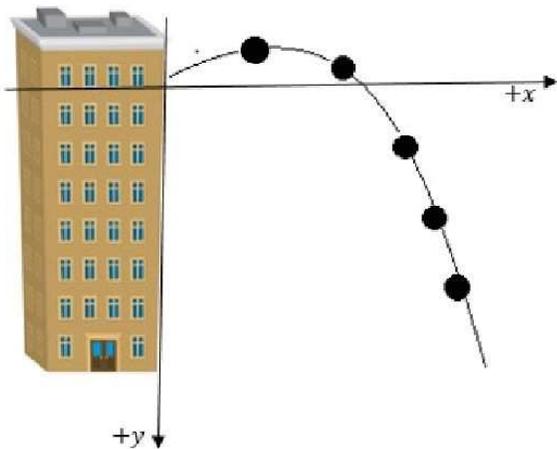
### Marco I



- ✓ ¿De qué modo tomas en cuenta el marco de referencia al plantear las ecuaciones?
- ✓ ¿Como interpretas los ejes del marco de referencia que plantea este problema?
- ✓ ¿Cuántos marcos de referencia empleaste para resolver este problema? ¿Dónde los empleaste?

## Marco II

- Se lanza una pelota desde la ventana del piso más alto de un edificio. Se da a la pelota una velocidad inicial de  $8.00 \text{ m/s}$  a un ángulo de  $20.0^\circ$  sobre la horizontal. La Pelota golpea el suelo  $3.00 \text{ s}$  después.
  - c) ¿A qué distancia horizontal, a partir de la base del edificio, la pelota golpea el suelo?
  - d) Encuentre la altura desde la cual se lanzó la pelota.



- ✓ ¿De qué modo tomas en cuenta el marco de referencia al plantear las ecuaciones?
- ✓ ¿Como interpretas los ejes del marco de referencia que plantea este problema?
- ✓ ¿Cuántos marcos de referencia empleaste para resolver este problema? ¿Dónde los empleaste?