UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ

FACULTAD DE CIENCIAS

LICENCIATURA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

"ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA ALUMNOS DEL PROGRAMA DE INGENIERO AGRÓNOMO ZOOTECNISTA MEDIANTE LA INVESTIGACIÓN-ACCIÓN"

TESIS

Para obtener el grado de

Licenciado en Matemática Educativa

Presenta:

Gabriela del Carmen Rodríguez Torres

Asesor:

Dr. Javier Flavio Vigueras Gómez

San Luis Potosí, S.L.P. 8 de mayo de 2019

FORMATO DE AUTORIZACIÓN PARA LA IMPRESIÓN FINAL DE LA TESIS

SECRETARIA GENERAL

FACULTAD DE CIENCIAS

Nombre: Gabriela del Carmen Rodriguez Torres

Clave: 225263

Fecha: 9 abril 2019

Carrera: Lic. en Matemàtica Educativa

Especialidad:

Generación: 2013

Título de la Tesis:
"Estrategias didàcticas para alumnos del programa de Ingeniero Agrònomo Zootecnista mediante la investigación-acciòn."

Asesor: Javier Flavio Vigueras Gòmez

Adscripción del Asesor: Facultad de Ciencias

SINODALES ASIGNADOS

Presidente: Noé Sànchez Martìnez

Secretario: Luisa Eugenia del Socorro Hernàndez Arteaga

Vocal: Rigoberto Chavira Quintero

Suplente: Javier Flavio Vigueras Gómez

Por medio de la presente atestiguamos que después de leer el documento de tesis puesto a nuestra consideración, no tenemos recomendaciones o sugerencias a su contenido y damos nuestra aprobación para que se impriman las versiones finales del mismo.

Firmas:

Sinodal Presidente

Sinodal Secretario

Sinodal Vocal

Sinodal Suplente

Vo.Bo.

Secretario General

SECRETARIA GENERAL

Dedicatorias y agradecimientos

A mi familia:

Por ser mi gran apoyo en todos los aspectos, mi motivación y los que creyeron y confiaron en mí en todo momento, a mis padres César Octavio Rodríguez Gálvez y Ma. del Carmen Torres Flores que durante toda mi vida han hecho grandes esfuerzos por brindarme la mejor educación, valores, ejemplos y apoyarme en todo lo que he necesitado para desarrollarme en todos los aspectos de mi vida, demostrando todos los días el amor por nuestra familia. A Oscar, César y Jesús, mis hermanos que han sido mis cómplices de vida. A mi tía Rosa, que su apoyo a mí y a mi familia ha sido indispensable para éste y muchos otros logros. A mi abuelita Chela, que siempre creyó en mí y con su ejemplo de esfuerzo y superación personal y profesional deseo honrar su memoria, sé que estará orgullosa y presente el resto de mi vida. Gracias infinitas a mi familia por tanto amor incondicional.

A las personas que estuvieron conmigo en el transcurso de la universidad y en el desarrollo de este logro académico, fueron muy importantes y parte fundamental en esta etapa de mi vida y de los logros que he tenido hasta ahora.

Agradecimientos:

Al Dr. Javier Flavio Vigueras Gómez:

Por su asesoría y buen trato mostrando siempre su profesionalismo y disposición de acompañarme en el proceso de investigación.

A la Dra. Luisa Eugenia del Socorro Hernández Arteaga:

Secretaria Académica de la Facultad de Agronomía y Veterinaria de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, por la oportunidad de realizar mi práctica docente en dicha institución y hacer posible la aplicación de mis instrumentos de investigación.

Al Mtro. Sergio Dávila Espinosa:

Por su intervención y recomendación para obtener la oportunidad de realizar mi práctica docente y mi trabajo de investigación en la Facultad de Agronomía y Veterinaria de la UASLP.

A la Facultad de Ciencias de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí:

Que brindó una excelente formación académica, una convivencia excepcional en un ambiente de valores humanos.

A mis amigos y compañeros de la carrera de Lic. en Matemática Educativa generación 2013:

Por compartir conocimientos, experiencias y acompañarme en mi formación profesional.

A mis profesores de la licenciatura:

Por compartirme sus experiencias, conocimientos y por exigirme desarrollar diversas habilidades y dar mi mayor esfuerzo con cada reto propuesto.

Resumen

El presente trabajo es un estudio cualitativo-cuantitativo, en principio, de los procesos de aprendizaje de las matemáticas y sus aplicaciones para los Ingenieros Agrónomos Zootecnistas, el cual nace de la práctica docente realizada con dos grupos de primer semestre de esta carrera, y que da origen a estrategias didácticas diseñadas bajo referentes teóricos como las Representaciones Semióticas y la Etnomatemática. Los resultados obtenidos son presentados haciendo énfasis en las áreas de oportunidad del material aplicado y se realiza una propuesta metodológica para futuras investigaciones que pretende atender las observaciones realizadas durante la aplicación, análisis e interpretación de resultados. Se dirige bajo una metodología de investigación-acción siendo la reformulación de la propia intervención docente a través de la planificación, acción y reflexión continua, la base de nuestra investigación. Se contextualiza en la Facultad de Agronomía y Veterinaria de la UASLP, concluyendo que la socialización del conocimiento matemático es necesaria para que se concrete de forma grupal el aprendizaje del objeto matemático, ya que no basta con diseñar estrategias desde un enfoque únicamente cognitivo, sino que debe complementarse con aplicaciones contextualizadas teniendo presente la socialización entre los alumnos y el docente, además prestando especial atención en la potencialidad del material propuesto y en la motivación del alumno.

Abstract

This thesis comprehends a qualitative and quantitative study of the learning process of Mathematics and its applications for the zootechnist agronomist engineers; it arises from the teaching practice conducted in two groups at the first semester of the Zootechnist Agronomist Engineer undergraduate program, and presents the application of didactic strategies designed under theoretical referents such as: semiotic representations and ethnomathematics. The presented results emphasizes in the areas of opportunity of the applied material, and a proposal is made for future investigations intending to take into account the observations made during the application, the addressed analysis and the interpretation of results. It is directed

under a methodology of investigation-action research, and the basis of our research is the reformulation of the teaching intervention itself through planning, action and continuous reflection. It was conducted at the Faculty of Agronomy and Veterinary of the UASLP, concluding that the socialization of the mathematical knowledge is essential to conceive collectively the learning of the mathematical object, since it is not enough to attain it from a cognitive approach, but complementarily with contextualized applications and socialization between the students and the teacher, and paying special attention to the potential of the proposed material and the student motivation.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

La carrera de Ingeniero Agrónomo Zootecnista (IAZ) de la Facultad de Agronomía y Veterinaria de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, presenta una problemática en cuanto al nivel académico de sus alumnos de nuevo ingreso, específicamente en el área de matemáticas, lo cual ha incentivado a docentes y directivos a buscar diferentes alternativas para apoyar a los alumnos del programa antes mencionado. Debido a esta situación, para el semestre Agosto 2017 - Enero 2018, se presentó la oportunidad de que [1]yo realizara la práctica docente como asistente de profesor en dos grupos de primer semestre del programa de Ingeniero Agrónomo Zootecnista con el objetivo de que, como parte de nuestra formación como Lic. en Matemática Educativa, aplicáramos estrategias didácticas diseñadas bajo metodologías alternas y eventualmente apoyadas en herramientas tecnológicas, esperando que este cambio de metodología motivase a los alumnos, despertara su interés en el estudio de las matemáticas y lograse un aprendizaje significativo. Por otro lado, resulta indispensable para fomentar el interés de los alumnos, encontrar una aplicación de las matemáticas en su quehacer profesional como parte de la motivación del aprendizaje de las matemáticas basada en la contextualización.

Al ser la primera práctica docente en la que nos encontramos como docentes de apoyo en dos grupos naturales, nos enfrentamos a diversas situaciones problemáticas que nos llevaron a la constante planificación, acción y reflexión de nuestra intervención docente. Las diversas problemáticas se fueron descubriendo durante el transcurso del semestre y conforme al progreso en los objetivos del curso, siendo las principales: la ausencia u olvido de los conocimientos matemáticos básicos debido a que la mayoría de los alumnos tenían mucho tiempo de haber terminado la preparatoria (varios de ellos dejaban de estudiar antes de entrar a la universidad) y tenían vagos recuerdos y conocimientos sobre matemáticas (ver

[1] En la primera parte de esta sección se narra en primera persona ya que se busca enfatizar que la investigación e intervención didáctica fue realizada por el autor del trabajo, posteriormente se cambia el estilo por convenciones de escritura.

Secciones 3.3 y 4.1); los alumnos mostraban cierta aversión hacia las matemáticas al no encontrarles aplicabilidad relevante en su área laboral y expresaban la solicitud de que se les enseñara matemáticas únicamente mediante aplicaciones; presentaban poco interés en la metodología tradicional de la enseñanza de las matemáticas (Vanegas, Bermúdez & López, 2015); profesores de la misma institución educativa de diversas materias externaron su preocupación por la deficiencia de conocimientos en matemáticas por parte de los alumnos en materias de semestres posteriores, la problemática de insuficiencia de conocimientos previos observados en los exámenes diagnósticos realizados, la falta de aprendizaje de los contenidos estudiados evidenciado mediante exámenes, tareas y trabajos; además de que el programa de estudios de la materia *"Matemáticas"* es extremadamente amplio, por lo que su impartición en un solo semestre es muy ambiciosa y, por lo tanto, resulta complicado abordarla completamente si se espera obtener un aprendizaje significativo por parte de los alumnos.

De las problemáticas anteriormente mencionadas, en este trabajo tenemos como objetivo dar un tratamiento y posibles alternativas de solución para las problemáticas de aversión y falta de interés hacia el estudio de las matemáticas por parte de los alumnos al no encontrarles ellos una aplicación inmediata en su práctica profesional como Ingenieros Agrónomos Zootecnistas (IAZ), proponiendo y aplicando estrategias de enseñanza-aprendizaje diseñadas bajo una metodología que favorezca el interés y el aprendizaje de las matemáticas.

La primera problemática mencionada en el párrafo anterior nace de la observación del contexto en el que se desarrolla el Ingeniero Agrónomo Zootecnista (población a investigar), sus gustos, intereses y necesidades por encontrar una aplicación de las matemáticas en su quehacer profesional. El contexto personal, familiar, escolar y de desarrollo laboral de los alumnos pertenecientes a la población de investigación en general es el entorno rural, siendo la mayoría de los alumnos foráneos provenientes de diversos municipios de la zona media, centro y huasteca potosinas, siendo sus familiares dueños o trabajadores de ranchos, y teniendo la mayoría como objetivo trabajar y tener su propio rancho para la producción de diversos productos. Además, la facultad de Agronomía y Veterinaria de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí se encuentra en Carretera San Luis - Matehuala Km. 14.5, Ejido Palma de la Cruz, 78321 Soledad de Graciano Sánchez, S.L.P, tiene la ubicación adecuada para el desarrollo de las diversas prácticas escolares relacionadas con su quehacer laboral, contando así con grandes extensiones territoriales para cosecha, producción en invernaderos y cría de ganado bovino, porcino, caprino y ovino para diversas actividades de producción. Cabe mencionar que el objetivo de un Ingeniero Agrónomo Zootecnista es contribuir con el desarrollo económico y social del país mediante el manejo sustentable de los recursos naturales, la eficiencia en la producción animal y el eficiente manejo de las empresas agropecuarias (Facultad de Agronomía y Veterinaria Universidad Autónoma de San Luis Potosí, 2018).

La segunda problemática a tratar parte de la oportunidad que se nos presentó para realizar una intervención docente en esta institución teniendo como objetivo aplicar estrategias didácticas diseñadas bajo una metodología de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas alternativa para esta comunidad estudiantil.

Dicho lo anterior, el programa de la materia impartida es muy ambicioso y extenso (Funciones y sus gráficas, Límites y continuidad, Derivada, Aplicaciones de la derivada, Integración y Modelado con ecuaciones diferenciales) para un semestre de duración, por lo que nos resultó interesante enfocarnos en los temas que serán de gran utilidad para el quehacer profesional del alumno, fundamentado en entrevistas informales realizadas a profesores con formación en IAZ o que imparten materias prácticas a los alumnos de este programa, siendo los temas de “Determinación de valores máximos y mínimos” y “Problemas de optimización que impliquen la aplicación de máximos y mínimos”, los que se trataron para el desarrollo y aplicación de las estrategias didácticas diseñadas bajo una metodología de enseñanza - aprendizaje apoyada en recursos tecnológicos y en la contextualización de las matemáticas.

Actualmente, los jóvenes se encuentran inmersos en un mundo tecnológico en el cual la educación matemática se ha mantenido muchas ocasiones al margen, optando por perdurar una metodología tradicional de enseñanza, dejando de lado los intereses actuales de los alumnos y el contexto tecnológico en el que se encuentran. Aunque nuestra propuesta no se centra en las herramientas tecnológicas como recurso didáctico, nos pareció interesante proponer e implementar una metodología que se apoyara en la tecnología para fomentar el interés de los alumnos de IAZ en el estudio de las matemáticas, como un medio con el cual cada alumno pudiera visualizar la aplicación de las matemáticas y se le facilitara el aprendizaje y la conceptualización de diversos objetos matemáticos para posteriormente aplicarlos y así poder resolver problemas dentro de su campo laboral.

La problemática descrita nos lleva a cuestionar: ¿Implementar estrategias didácticas diseñadas bajo un enfoque cognitivo, apoyadas en la contextualización de las matemáticas y en la tecnología, a alumnos de la carrera de Ingeniero Agrónomo Zootecnista, favorecerá el aprendizaje y el interés en el estudio de las matemáticas y, en consecuencia, su desempeño?

Nuestra hipótesis es que la implementación de estrategias didácticas diseñadas bajo un enfoque cognitivo, que contextualicen las matemáticas con la práctica profesional del Ingeniero Agrónomo Zootecnista y apoyadas en el uso de herramientas tecnológicas, favorecerán el aprendizaje de las matemáticas y el interés hacia su estudio.

Los objetos de estudio de esta investigación son primeramente los procesos de aprendizaje y el nivel de desempeño alcanzado por los alumnos del programa de Ingeniero Agrónomo Zootecnista al implementarse estrategias didácticas diseñadas bajo referentes teóricos que consideran el desarrollo cognitivo del alumno para llegar a la conceptualización del objeto matemático y complementando con la contextualización de dicho objeto mediante aplicaciones que puedan presentarse en su campo laboral. Posteriormente el objeto de estudio se enfoca en las estrategias aplicadas con el objetivo de analizar su efectividad y pertinencia para el logro del aprendizaje y los desempeños esperados, para después rediseñar dichas estrategias de acuerdo a las observaciones realizadas durante la aplicación, análisis e interpretación de los resultados obtenidos.

En esta investigación se tiene como objetivo proponer y aplicar dos estrategias didácticas: una para la determinación de valores máximos y mínimos diseñada con base en una metodología de enseñanza – aprendizaje de tipo cognitiva, apoyada en la tecnología; y otra estrategia didáctica que presente problemas de optimización contextualizados que impliquen la aplicación de máximos y mínimos. La aplicación de estas estrategias tuvo lugar cuando ya estaba por finalizar el semestre Agosto 2017-Enero 2018, ya que fue el último tema a revisar dentro del programa de estudios, y se implementó en dos grupos de primer semestre del programa de Ingeniero Agrónomo Zootecnista que ofrece la Facultad de Agronomía y Veterinaria de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí.

El diseño de las estrategias didácticas se apoyó en la Teoría del aprendizaje significativo (Ausubel, 1983) en el ámbito educativo. En lo pertinente a la Matemática Educativa empleamos la Teoría de las representaciones semióticas (Duval, 2004) y la teoría de la Etnomatemática (D'Ambrosio, 2004).

La metodología de investigación utilizada fue de tipo mixta, cualitativa-cuantitativa, tanto en el desarrollo de la investigación como en la recolección, análisis e interpretación de los resultados. Al ser una investigación de tipo mixta, cuantitativa de tipo no experimental y cualitativa, el enfoque trabajado fue el de investigación-acción participativa, mediante el cual se fundamentan las problemáticas encontradas en una práctica educativa real, la reformulación de la propia intervención docente a través de la planificación, acción y reflexión en una espiral sucesiva de ciclos. Al ser un enfoque de investigación-acción, las estrategias didácticas formuladas tuvieron origen en el análisis realizado durante la participación en el semestre de las actitudes de los estudiantes frente al estudio de las matemáticas, del aprendizaje del docente de apoyo sobre el contexto en el que se desarrollaba su intervención docente, de los resultados de insuficiencia de aprendizaje expuestos en pruebas al aplicar una metodología tradicional y de la necesidad por modificar la propia intervención docente para favorecer el aprendizaje de los estudiantes. La intervención docente al ser realizada en una práctica escolar natural, permite que se desarrolle la investigación en diferentes momentos distribuidos en todo el semestre, pero al aplicar las estrategias didácticas diseñadas para esta investigación, nos ubicamos al final del semestre en los temas de aplicaciones de la derivada, habiendo previamente enseñado y evaluado el aprendizaje sobre derivadas con diversos instrumentos (ver Anexos 1 y 2) para posteriormente diseñar y aplicar las estrategias didácticas a dos grupos de alumnos, realizar un análisis e interpretación de los resultados y mediante la reflexión proponer y diseñar un nuevo material basado en objetos de aprendizaje con el que a partir de las oportunidades de mejora encontradas en las estrategias implementadas, se busque ofrecer productos mejorados con el objetivo de favorecer el aprendizaje en los alumnos y desarrollar una actitud de continua planificación, acción y reflexión de la propia práctica docente.

En el primer capítulo se muestra una revisión de documentos sobre las investigaciones ya existentes sobre el uso de estrategias de enseñanza-aprendizaje de los temas de “Determinación de valores máximos y mínimos” y “Problemas de optimización que impliquen la aplicación de máximos y mínimos”, además de documentos sobre experiencias de aprendizaje con Ingenieros Agrónomos y experiencias de aprendizaje mediante el uso de la tecnología en clases presenciales y a distancia; en el segundo capítulo, se desarrollan los planteamientos teóricos en los que se basó la investigación; en el tercer capítulo, se describe la estrategia metodológica utilizada y sus planteamientos teóricos junto con las estrategias didácticas utilizadas y su fundamentación; en el cuarto capítulo se describe el análisis y la interpretación de los resultados obtenidos; en el quinto capítulo se desarrolla una propuesta para futuras investigaciones; y finalmente, en el sexto capítulo, se exponen las conclusiones de nuestro trabajo.

CAPÍTULO 1: MARCO REFERENCIAL

A continuación, describiremos brevemente los trabajos realizados por algunos autores que han realizado análisis y/o propuestas vinculadas con nuestro tema de investigación. Vanegas, Bermúdez & López (2015), que tratan sobre un estudio realizado a profesores y alumnos de la carrera de Ingeniería Agroforestal de la Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense (URACCAN) para estudiar la metodología de enseñanza-aprendizaje en el estudio de los temas de derivadas y aplicaciones de la derivada, siendo importante además la concepción sobre el uso de la tecnología en el estudio de estos temas. Arguedas, Coto & Trejos (2010) presenta una propuesta didáctica para enseñar los temas de máximos y mínimos y del concepto de integral definida, teniendo como auxiliar la tecnología, específicamente el software de geometría dinámica GeoGebra (https://www.geogebra.org/) y la plataforma abierta para propósitos educativos Moodle, sustentándose en la teoría de las representaciones semióticas (Duval, 2004). Morales (2010) propone una secuencia didáctica para la enseñanza del tema de funciones logarítmicas apoyada en el software GeoGebra y sustentada en la teoría de las representaciones semióticas de Duval (2009).

Con respecto a la temática a investigar, el trabajo realizado por Vanegas, Bermúdez & López (2015), describe un estudio realizado con profesores y alumnos de la carrera de Ingeniería Agroforestal en la materia de Matemáticas (Cálculo diferencial e integral): analizan la metodología de enseñanza-aprendizaje aplicada a los temas de derivadas y aplicaciones de la derivada (Máximos y mínimos en problemas de optimización), estudian los factores o problemáticas que inciden en el aprendizaje de los estudiantes, indagan sobre los hábitos de estudio y estrategias de aprendizaje de los estudiantes y la importancia del uso de la tecnología en el proceso de enseñanza-aprendizaje; en este trabajo, los autores concluyeron que principalmente la problemática que desmotiva e interfiere en el aprendizaje de los estudiantes es que los alumnos tenían poco dominio de las matemáticas básicas ya que en su educación media superior no recibieron clases de matemáticas de forma regular, provocando que el alumno no desarrollase un pensamiento racional abstracto básico requerido para los conocimientos de esta asignatura, además son pocos los problemas que encuentran que necesitan de las derivadas para ser resueltos y que podrían ejemplificar la utilidad de las matemáticas estudiadas, considerando que las matemáticas son difíciles de entender y aplicar. Por otro lado, también el estudio revela que los alumnos en su mayoría no aplican todas las estrategias de aprendizaje (e.g. aprendizaje basado en problemas: ABP) continuamente ni adecuadamente. En cuanto al uso de software tecnológico para la enseñanza y el aprendizaje, los docentes manifiestan una actitud positiva a la implementación de estos medios, pero mencionan que no tienen acceso a los recursos materiales básicos, como tampoco creen poseer los conocimientos y habilidades requeridos acerca de TICs.

Arguedas, Coto & Trejos (2010) realizan en su trabajo una propuesta didáctica para la enseñanza del tema de máximos y mínimos y del concepto de integral definida, empleando la tecnología como auxiliar, específicamente el software GeoGebra y la plataforma Moodle. El software GeoGebra lo utilizaron en 5 sesiones presenciales de clase, principalmente para visualizar conceptos (derivada, máximos, mínimos, etc.) bajo la teoría de las representaciones semióticas (Duval, 2004) y las competencias bajo el modelo de pensamiento complejo. Posteriormente, realizaron cuestionarios virtuales en la plataforma Moodle en los que anexaban las aplicaciones creadas anteriormente en clase como apoyo a los alumnos. Se dispuso a alumnos de Cálculo I del área de la salud de la Universidad de Costa Rica, tomando tres grupos, en dos de los cuales se aplicaron las propuestas didácticas y un tercero de control que empleó una metodología de enseñanza tradicional. En los resultados obtenidos de esta investigación se menciona que no se pueden hacer generalizaciones o inferencias a partir de la investigación, ya que no se pudo aplicar a todos los alumnos debido a que los cuestionarios virtuales eran opcionales y no todos los estudiantes los realizaron, además de que la propuesta metodológica no se concluyó, pero que de acuerdo a sus observaciones, las TICs muestran ser herramientas alentadoras para el desarrollo de competencias.

En el artículo escrito por Morales (2010) se hace mención de la experiencia y los resultados obtenidos del diseño y aplicación de una secuencia didáctica para la enseñanza del tema de funciones logarítmicas apoyada mediante la tecnología, específicamente el software GeoGebra y sustentada en la teoría de las representaciones semióticas de Duval (2009), apoyándose además en el marco metodológico de la Ingeniería Didáctica (Artigue, 1995). La secuencia didáctica se aplicó a alumnos aceptados de la Universidad César Vallejo de Lima, arrojando como resultados positivos la implementación de la secuencia didáctica apoyada en GeoGebra debido a la visualización y observación del comportamiento de las gráficas de las funciones logarítmicas gracias a este software de graficación; además la secuencia didáctica favoreció que los alumnos conceptualizaran el concepto de función logarítmica, al lograr la conversión entre diversos registros de representación (gráfico y algebraico).

En los artículos mencionados anteriormente, podemos observar que los autores proponen la enseñanza de diversos temas (máximos y mínimos, optimización y funciones) mediante estrategias didácticas apoyadas en el uso de la tecnología, en específico mediante software de graficación, como GeoGebra, y fundamentadas en la teoría de las representaciones semióticas de Duval (2004). Por otra parte, el primer artículo se limita a hacer un estudio sobre la actitud de docentes y alumnos frente a estas propuestas innovadoras de enseñanza-aprendizaje, mientras que los otros dos artículos, ponen a prueba sus propuestas consiguiendo resultados positivos para la aceptación de estas estrategias didácticas, así como en el aprendizaje del alumno (por ejemplo, comparado con el grupo de control).

Enseguida se presentan los trabajos realizados por Aragón, Castro, Gómez & González (2009), que tratan sobre una propuesta sobre la enseñanza de desigualdades mediante objetos de aprendizaje, sustentando su diseño en la teoría de las representaciones semióticas (Duval, 2006); Organista & Cordero (2006), que presentan la aplicación de una propuesta para enseñar distintos temas de estadística mediante objetos de aprendizaje diseñados bajo señalamientos constructivistas; y Jiménez, Luna, Cepeda, Amavizca, Tolano, Reyes, López & Peraza (2013) que desarrollan un objeto de aprendizaje para el tema de funciones y su clasificación, tomando como referencia la educación basada en competencias.

El trabajo realizado por Aragón, Castro, Gómez & González (2009), nos presenta una propuesta sobre objetos de aprendizaje, en específico para enseñar el tema de desigualdades a 6 grupos de alumnos de diversas licenciaturas, que en común tenían el tema de desigualdades en el plan de estudios de la materia de matemáticas que cursaban en ese momento. La investigación se sustentó en la teoría de las representaciones semióticas (Duval, 2006). Primero se realizó un diagnóstico en el cual el profesor proponía problemas simples sobre desigualdades, y se resolvían mediante métodos gráficos. En grupos de dos integrantes, resolvieron una actividad en formato impreso. Posteriormente, se les presentó el objeto de aprendizaje que les ayudaría en la resolución de problemas de desigualdades. Se familiarizó a los estudiantes con el objeto proponiéndoles ejercicios sencillos de desigualdades para finalmente proponerles un problema de aplicación sobre un caso de inversión (finanzas). Se realizó una guía con preguntas específicas para que el alumno llegara a la solución del problema apoyándose en la elaboración de la gráfica de la expresión encontrada mediante el objeto de aprendizaje. Se realizó una evaluación después de aplicado el objeto de aprendizaje (postest). Los resultados fueron recopilados mediante guías de observación. Se analizó mediante un cuestionario el grado de interés y aceptación por parte de los docentes y los estudiantes de la utilización de objetos de aprendizaje, concluyendo en que la propuesta resultó motivadora para el estudiante por ser innovadora, mas no se expresan resultados sobre la mejora del aprendizaje en los alumnos.

Organista & Cordero (2006), presentan en su investigación una propuesta de objeto de aprendizaje para enseñar distintos temas de estadística a alumnos universitarios, la cual se aplicó en un ambiente natural universitario a 92 alumnos. Los objetos de aprendizaje estuvieron diseñados bajo señalamientos constructivistas. Se realizaron encuestas previas a la intervención para conocer más a fondo a los alumnos participantes, como su estado civil, edad, actividad laboral, género, promedio académico en el bachillerato y en la universidad, etc. y posteriormente se realizaron entrevistas a profesores y alumnos para conocer su opinión acerca de la intervención, destacando una opinión favorable. Además, el estudio reveló un mejor aprendizaje en estadística por parte de los alumnos que llevaron a cabo la intervención, destacando positivos 6 de 7 rasgos comparativos para conocer la mejora de aprendizaje a esos grupos. Finalmente, los resultados se analizaron con base en la información recabada al inicio de la intervención, sobre los datos personales de los alumnos, concluyendo que los alumnos con mayor actividad en las lecciones mediante objetos de aprendizaje obtuvieron la mayor calificación.

En el trabajo realizado por Jiménez, Luna, Cepeda, Amavizca, Tolano, Reyes, López & Peraza (2013) se desarrolla un objeto de aprendizaje para el tema de funciones y su clasificación, tomando como referencia la educación basada en competencias. Se aplicó a alumnos de la Universidad Tecnológica del Sur de Sonora y de la Universidad La Salle Noroeste como auxiliar para reafirmar conocimientos previos para el curso de Cálculo y Cálculo Vectorial. Para el desarrollo del objeto de aprendizaje siguieron las fases de Análisis, Diseño, Implementación y Evaluación. El diseño del objeto de aprendizaje tenía introducción, objetivos, métodos para graficar funciones y como evaluación presenta un software en el que el alumno introduce elementos de conjuntos que corresponden al dominio y rango, con un módulo en el que los alumnos pueden diseñar las reglas de correspondencia, posteriormente el software arroja una leyenda mencionando si la relación corresponde a una función o no y qué tipo de función es, en caso de no ser función, especifica qué regla no cumple para ser función. Se concluye que el uso del objeto de aprendizaje, permite que los alumnos dominen los conceptos básicos de funciones, y además construya funciones de manera sencilla observando su clasificación.

En los artículos mencionados, podemos observar que los tres hacen referencia a la implementación de objetos de aprendizaje como herramienta complementaria para la enseñanza-aprendizaje de diversos temas de matemáticas, siendo cada objeto diseñado bajo diferentes constructos teóricos, pero todos buscando la misma finalidad que es el mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas. Cabe destacar que solamente uno de los artículos implementa como sustento teórico una de las teorías de la matemática educativa que, al revisar su trabajo y en nuestra opinión personal, queda en duda la aplicación óptima de esta teoría para el diseño del objeto de aprendizaje.

Al realizar esta revisión de documentos, nos encontramos con que existe poca investigación en el ámbito de la implementación de estrategias didácticas apoyadas en la tecnología o de aplicaciones de las matemáticas específicas para Ingenieros Agrónomos, por lo que hay un gran campo de investigación para esta comunidad estudiantil. Por otro lado, también encontramos que hay diversas propuestas de objetos de aprendizaje para temas de matemáticas, pero muy escasos fundamentados en teorías de la matemática educativa, y el que llegamos a encontrar solamente se basaba en la evaluación del aprendizaje y no en el desarrollo del aprendizaje del alumno. También encontramos diversos artículos que hacían énfasis en el uso de graficadores como GeoGebra como herramienta tecnológica auxiliar para el aprendizaje de diferentes objetos matemáticos sustentando sus estrategias didácticas en la teoría de las representaciones semióticas (Duval, 2004), por lo que resulta viable nuestra investigación y nuestras propuestas, esperando que implementando todos los aspectos ya antes trabajados por otros autores, pero ahora relacionándolos en conjunto, brinden un resultado satisfactorio para el aprendizaje e interés de los alumnos.

CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO

A continuación, se presentarán los referentes teóricos, que darán validez, confiabilidad y una base sólida a nuestro trabajo y a la realización de las estrategias de enseñanza-aprendizaje para los temas de “Determinación de valores máximos y mínimos” y “Problemas de optimización que impliquen la aplicación de máximos y mínimos” para el curso de Matemáticas del programa de Ingeniero Agrónomo Zootecnista que se pretenden lograr como producto de esta investigación. En el primer apartado se exponen las ideas de Ausubel (1983) con su teoría del Aprendizaje Significativo; en segundo lugar, se presenta la teoría de Duval (1998,2004) denominada de las Representaciones Semióticas y se describe la teoría de la Etnomatemática desarrollada por D’Ambrosio (2004). Finalmente se detalla un apartado para la teoría de la carga cognitiva, referente a la creación y diseño de objetos de aprendizaje.

2.1 Teoría del Aprendizaje Significativo

David P. Ausubel en el año 1983, presenta la teoría llamada del Aprendizaje Significativo, la cual parte de la idea de que debemos conocer la estructura cognitiva del alumno, es importante mencionar que “estructura cognitiva” se entiende como los conocimientos que el alumno posee y el grado de estabilidad que tienen; esto conlleva a que el aprendizaje debe partir de lo que el alumno ya sabe, y aprovechar este conocimiento para lo que se requiere que el alumno adquiera como nuevo conocimiento. En palabra de Ausubel (1983): *"Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría éste: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente".*

2.1.1 En qué consiste el Aprendizaje Significativo

Se dice que un aprendizaje es significativo cuando el contenido que se quiere que el alumno aprenda, se relaciona de manera sustancial, es decir, con alguna idea, concepto, imagen o cualquier elemento significativo que ya se encuentre presente en la estructura cognitiva del alumno para que pueda interactuar con el nuevo conocimiento.

La característica más importante del Aprendizaje Significativo es que se establezca una interacción entre los conocimientos que se encuentran en la estructura cognitiva del alumno y entre el nuevo conocimiento, para que así adquieran un significado y puedan ingresar a la estructura cognitiva por ser relevantes para el estudiante.

2.1.2 Condiciones del Aprendizaje Significativo

Para que se produzca un Aprendizaje Significativo, se requiere material potencialmente significativo, esto quiere decir que el contenido o material a aprender debe provocar una fácil, sencilla e intencional relación con algún elemento de la estructura cognitiva del alumno, estas características debe poseerlas el material de manera inherente; por otra parte, el alumno debe tener los conocimientos necesarios en su estructura cognitiva para establecer dicha relación y que a su vez, este material produzca un nuevo significado distinto del ya conocido. Además, es muy importante que el alumno muestre una actitud hacia el Aprendizaje Significativo, que se puede entender como que el alumno muestre la disposición para relacionar el material que se le presente con sus estructuras cognitivas, y que esa relación sea sustancial. Así, si el material no es potencialmente significativo pero el alumno tiene la actitud, se esforzará por encontrar esa relación con sus estructuras cognitivas; o también se puede presentar el caso de manera inversa donde se presente un material potencialmente significativo y que la actitud del alumno no sea relevante. Cabe mencionar que lo ideal sería que existieran ambas componentes.

El Aprendizaje Significativo además *“involucra la modificación y evolución de la nueva información, así como de la estructura cognoscitiva envuelta en el aprendizaje*” (Ausubel, 1983).

2.1.3 Tipos de Aprendizaje Significativo

2.1.3.1 Aprendizaje de Representaciones

Es el más básico de los tipos de aprendizaje significativo, del cual parten todos los demás, se trata básicamente de atribuir a objetos, símbolos o palabras, lo que significan o representan. Es muy común en niños, y generalmente se realiza ese significado o representación cuando se está en contacto directo con el objeto.

2.2.3.2 Aprendizaje de Conceptos

Este aprendizaje, tiene como base el aprendizaje de representaciones, ya que los conceptos también suelen representarse por símbolos o signos; a su vez, estos conceptos representan situaciones, eventos o propiedades, que son adquiridos a través de la experiencia.

2.2.3.3 Aprendizaje de Proposiciones

El objetivo del aprendizaje de proposiciones desde el aprendizaje significativo es captar el significado de nuevas ideas expresadas en forma de proposiciones, y no el de entender el significado de varias palabras conjuntas o combinadas.

2.2.4 Relación con la investigación

Se considera necesario hacer uso de esta teoría en nuestra investigación, ya que se pretende crear un aprendizaje significativo en los alumnos con las estrategias didácticas que ya hemos mencionado anteriormente. La base que tenemos en las estrategias didácticas para que sean un material potencialmente significativo parte, en la primera estrategia didáctica, de que el alumno mediante el análisis, la síntesis y la reflexión, encuentre relaciones entre conocimientos que ya se encuentran en su estructura cognitiva como son las derivadas, segundas derivadas y puntos críticos y el nuevo conocimiento que son los valores máximos y mínimos que puede tomar una función (en nuestro caso específico de la enseñanza del cálculo). Por otro lado, en la segunda estrategia didáctica se busca incentivar al alumno a desarrollar una actitud de aprendizaje significativo durante la resolución de la estrategia al presentar una situación problema contextualizada en el quehacer laboral del alumno, mediante la cual se le muestre una aplicación de las matemáticas que favorecerá la optimización de recursos tanto económicos, materiales y espaciales, por lo que al proporcionar material potencialmente significativo y al motivar una actitud de aprendizaje en el alumno, se espera que éste logre un aprendizaje.

En cuanto al tipo de aprendizaje significativo que se espera, sería el del aprendizaje de proposiciones, aunque, al encontrar aplicaciones de los diversos conceptos y objetos matemáticos a estudiar, es necesario que el alumno adquiera los aprendizajes anteriores que son el de representaciones y el de conceptos, para poder relacionar los conceptos matemáticos con la parte de aplicación de las matemáticas y dar una nueva interpretación de los significados adquiridos en los aprendizajes anteriores, ya que como vimos, el de proposiciones se compone de los dos anteriores.

2.2 Teoría de las Representaciones Semióticas

Según Duval (2004), el estudio del aprendizaje de las matemáticas es un campo con mucho potencial para analizar actividades cognitivas tales como el razonamiento, la resolución de problemas, la conceptualización y la comprensión de textos. Los objetos matemáticos requieren de diversos tipos de representaciones, ya sean imágenes, signos, símbolos, etc., es importante no confundir el objeto matemático con sus representaciones. Estas representaciones semióticas son esenciales tanto para la comunicación como para el desarrollo de la práctica matemática.

2.2.1 Conceptos clave

Representaciones mentales	• Son las imagenes que un individuo posee sobre un objeto, situación o aquellas características que le produzcan relación con un objeto determinado.
Representaciones semióticas	• Es la manera de externar las representaciones mentales que tiene el sujeto.
Semiosis	• Hace referencia a conceder a los símbolos un significado. • Permite que nuestras ideas sean transformadas en símbolos.
Noesis	• Se refiere a la adquisición del concepto de un objeto. • Representación mental que se expresa a través de la semiosis. • No existe noesis sin semiosis.

Cuadro 1 Conceptos clave de la teoría de las Representaciones Semióticas. Elaboración propia.

Para que se adquiera la conceptualización de un objeto matemático, es necesario que se cumplan dos factores básicos, que son: 1) el uso de uno o más registros de representaciones semióticas, y 2) el progreso del conocimiento basado en la construcción de nuevos sistemas de representaciones semióticas.

2.2.2 Tipos de registros de representaciones semióticas.

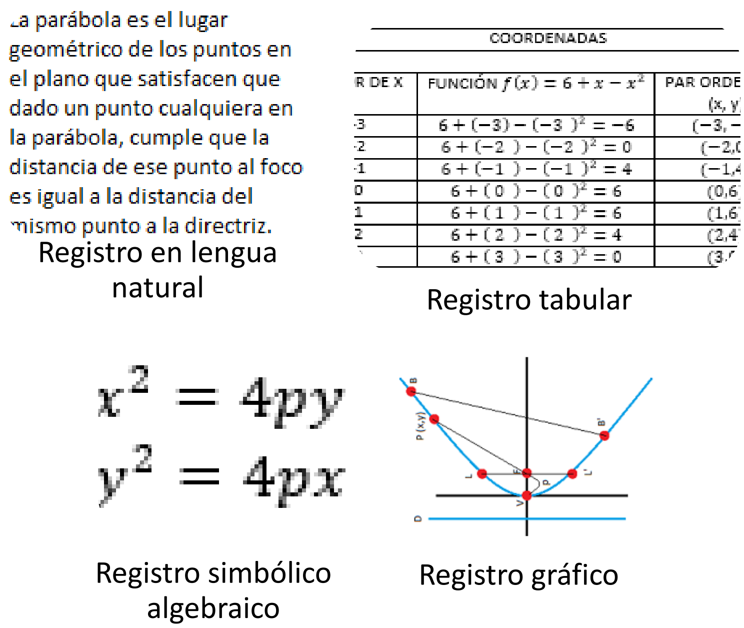


Ilustración 1. Tipos de representaciones semióticas. Elaboración propia.

2.2.3 Actividades cognitivas relacionadas con la semiosis.

Según Duval (1998), un sistema semiótico puede ser un registro de representación, si permite tres actividades cognitivas relacionadas con la semiosis:

1) La existencia de una *representación* de un contenido en un cierto registro.
2) El *tratamiento* de una representación en el mismo registro. Se refiere a una transformación de la representación a otra, pero manteniéndose en el mismo registro, lo que implica una amplitud de información.
3) La *conversión* de una representación a otra representación de distinto registro. Quiere decir la transformación de la representación de un objeto o contenido en un cierto registro a una representación de otro registro.

Es claro que, para la conceptualización de objetos matemáticos, el alumno debe ser capaz de construir diferentes representaciones de un mismo objeto en distintos tipos de registros.

2.2.4 Problemas relacionados con los cambios de registro

Según Duval (2004), en gran cantidad de ocasiones, los alumnos presentan dificultades para pasar de un registro de representaciones semióticas a otro, ya que esta actividad en diversas situaciones se toma como natural, cuando en algunos casos no se presenta de una manera tan inmediata. Para lograr dar solución a este problema, es necesario analizar las unidades significantes elementales que tengan en común las representaciones de un contenido en diversos registros para establecer una correspondencia.

2.2.5 Relación con la investigación

Debido a los problemas que presentan gran cantidad de alumnos para cambiar de un registro de representación a otro mencionado en el párrafo anterior, se pretende crear una estrategia de enseñanza-aprendizaje del tema de "Determinación de valores máximos y mínimos", apoyada en el uso de la tecnología, la cual tendrá como objetivo que el alumno realice las tres actividades cognitivas relacionadas con la semiosis, que son: representación, tratamiento y conversión.

Para el diseño de la estrategia de enseñanza-aprendizaje del tema antes mencionado, se tomará en cuenta que el objeto matemático a conceptualizar es el de determinación de valores máximos y mínimos en un intervalo cerrado. Partiremos de que el alumno logre la *representación* en primera instancia de la función proporcionada bajo el registro gráfico, para posteriormente pasar al *tratamiento* en el registro gráfico al solicitar identificar visualmente los posibles valores máximos y mínimos de la función, posteriormente se le solicitará otro *tratamiento* en el registro gráfico en el que haga uso de la herramienta de graficación para obtener la representación visual de la derivada, donde implícitamente se realizará un *tratamiento* en el registro algebraico al tener que obtener la derivada de la función antes de introducirla a la herramienta de graficación, posteriormente se realizarán otros *tratamientos* en el registro gráfico al obtener gráficamente la segunda derivada de la función, evaluar los puntos críticos en la segunda derivada únicamente apoyándose en la visualización de la gráfica y determinar si el resultado obtenido de dicha evaluación es positivo o negativo, de igual manera, los alumnos deben realizar para esto un *tratamiento* en el registro algebraico al encontrar la segunda derivada antes de introducirla a la herramienta de graficación. Ya realizada esta actividad cognitiva, se procede que el alumno desarrolle la *conversión,* al establecer y concretar relaciones entre las representaciones gráficas y algebraicas que estuvieron en tratamiento durante la resolución de la estrategia didáctica y que darán lugar a la conceptualización del objeto matemático. Como evidencia de la *conversión* se les solicitará a los alumnos describir de manera puntual en el último ejercicio el método para encontrar valores máximos y mínimos que puede tomar una función. En esta actividad se pone en evidencia la capacidad de análisis, reflexión y síntesis del alumno al encontrar la relación existente entre los máximos y los mínimos de una función y los puntos críticos de la derivada.

2.3 Teoría de la Etnomatemática

La Etnomatemática es un programa de investigación que impulsa el respeto a la diferencia, a la solidaridad y la cooperación que aporta a la construcción de un mundo más justo y más digno para todos. Ésta contribuye a la construcción de un diálogo entre diferentes pueblos, además le quita el carácter de universal a la matemática, y la ve como una construcción cultural contextualizada. Sin embargo, la Etnomatemática para D' Ambrosio (2004) significa el estudio de "las matemáticas de las diversas etnias", identificando las distintas formas de conocer.

2.3.1 Conceptos clave de la Etnomatemática

La etnomatemática hace énfasis en que la práctica educativa en matemáticas debe estar basada en un currículum etnomatemático el cual tiene las características de ser:

1) No reduccionista en contenidos, donde se articulen diferentes significados para una misma idea matemática.
2) Participativo en metodología, para promover la aportación de todos los alumnos, considerados todos ellos como comunicadores matemáticos en potencia.

Además, el eje vertebrador de un currículum etnomatemático consta de seis tipos de actividades relacionadas con el entorno que implican matemáticas y que están presentes en todas las culturas.

- Contar (cuantificar el entorno)
- Orientarse (localizar un lugar en relación con otros)
- Medir (con mayor o menor precisión)
- Diseñar (dimensión estética de toda cultura)
- Jugar (establecimiento de normas y reglas de inferencia)
- Explicar (conexión del razonamiento con la estructura lingüística).

Estas seis actividades no solo permiten encontrar conexiones entre las matemáticas que nosotros conocemos y las de otras culturas, también podemos elaborar un currículum a partir de ellas, además la educación matemática completa deberá tratar estas seis invariantes comunes a cada cultura. Es necesario encontrar la manera de articular las seis actividades a través de un ambiente de aula común.

Debemos, además, seguir los tres criterios orientativos para una práctica intercultural en educación matemática que son:

- Actitud etnomatemática: Por parte del profesor, debe de aceptar que cualquier alumno sea cual sea, su procedencia cultural, posee en potencia recursos y estrategias para enfrentarse a problemas y situaciones matemáticas.
- Ambiente de resolución de problemas: Papel socializador de la clase de matemáticas.
- Elección de problemas ricos: Problemas de contexto, que fomenten el uso de estrategias diversas y que no generen el uso mecánico de algún algoritmo. Un problema es rico, cuando: Genera buenas preguntas, fomenta la toma de decisiones, se adecúa a lo que el alumno sabe, activa la curiosidad y la

creatividad en el alumno, es accesible a todo el alumnado y aflora los valores culturales del alumnado.

2.3.2 Relación con la investigación

Esta teoría se utilizará para el diseño de la estrategia de enseñanza-aprendizaje para el tema de “Problemas de optimización que impliquen la aplicación de máximos y mínimos”, cabe recordar que uno de nuestros objetivos es que los alumnos estudiantes de la carrera de Ingeniero Agrónomo Zootecnista se interesen por el estudio de las matemáticas y uno de los factores que podría lograr ese interés es que observen la aplicación de las matemáticas en situaciones o problemáticas que se les puedan presentar en el campo laboral. Más adelante al describir los instrumentos que se aplicaron, se describirá la forma en que se utilizaron cada uno de los aspectos teóricos que enmarca la Etnomatemática para el diseño y construcción de esta estrategia. Se eligió esta teoría debido a que este grupo de estudiantes con los que se realiza la investigación se consideran una *etnia* desde el punto de vista de que se encuentran en un contexto con características específicas como lo mencionamos en la introducción, la ubicación geográfica en donde se encuentra la facultad, sus costumbres, su historia familiar (por ejemplo, los padres de muchos de ellos son propietarios o laboran en ranchos o ganado), su forma de comunicarse y de vestir, la manera en que resuelven situaciones problemáticas sin utilizar una matemática formal, que son particulares del ambiente laboral y cultural en el que se desenvuelven.

2.4 Objetos de Aprendizaje

La educación universitaria en general, en su gran mayoría, aún suele realizarse mediante cursos de forma presencial y pocas universidades ofrecen la modalidad a distancia, además de que muchas veces los cursos a distancia no presentan evidencia que garantice un aprendizaje análogo al de la educación tradicional, ya que muchos de ellos no presentan un diseño específico para la modalidad a distancia ni fundamentos teóricos basados en estas nuevas modalidades, por lo que los cursos terminan convirtiéndose en actividades de sólo lectura, resolución de cuestionarios y discusiones en foros que, al no estar guiados por especialistas en estos nuevos formatos, distan de lograr el objetivo de que los alumnos adquieran un aprendizaje significativo (Cuevas Salazar, García López, & Cruz Medina, 2008); por otro lado, los docentes invierten mucho tiempo en estar creando material nuevo para el aprendizaje de diversos contenidos, que sea innovador, fundamentado, accesible, libre y que promueva el desarrollo del aprendizaje en los alumnos, y dejan de lado otras actividades que también son importantes en la formación docente como los cursos de actualización y la investigación; es por eso, que se propone la creación de objetos de aprendizaje que se inserten en repositorios abiertos que permitan tener acceso a material didáctico correctamente diseñado, y de forma colectiva por la comunidad de docentes que impartan cursos semejantes. Los objetos de aprendizaje, deberán posteriormente insertarse en plataformas o en forma de software libre para así complementarlos con actividades que el alumno pudiese compartir: foros, chats, etc., y así conformar cursos más completos.

2.4.1 Conceptos clave

Según Muñoz, Álvarez, Osorio & Cardona (2006), los objetos de aprendizaje son recursos digitales que apoyan la educación y se pueden seguir reutilizando constantemente en diversos contextos, cursos o para diversas utilidades; por otro lado y desde un punto de vista más abstracto, se define un objeto de aprendizaje como "la mínima estructura independiente que contiene un objetivo, una actividad de aprendizaje y un mecanismo de evaluación" según L'Allier (1997). Por último, tenemos la definición propuesta por Wiley (2002) que establece que un objeto de aprendizaje puede ser cualquier recurso tecnológico que sirva como apoyo para el aprendizaje.

Se propone además por Muñoz, Álvarez, Osorio & Cardona (2006) una metodología para el diseño de objetos de aprendizaje y su inserción en una plataforma:

- Paso 1: Identificar el nivel de especificidad del objeto de aprendizaje, con el objetivo de que pueda utilizarse en diferentes contextos, programas y situaciones.

- Paso 2: Se debe realizar bajo un diseño instruccional, en el que las instrucciones sean claras, específicas y además puedan distinguirse del contenido.
- Paso 3: Se debe guardar el objeto de aprendizaje dentro de una página web.
- Paso 4: Pasar el objeto de aprendizaje por un software que permita generar su metadato (Senso & de la Rosa Piñero, 2003).
- Paso 5: Insertar el objeto de aprendizaje en un repositorio, con el objetivo de que sean reutilizables.
- Paso 6: Insertar el objeto de aprendizaje en un sistema de gestión de aprendizaje.

2.4.2 Relación con la investigación

La teoría sobre Objetos de Aprendizaje nos ayudará en la creación de una propuesta de mejora de las estrategias de enseñanza-aprendizaje aplicadas a los grupos, mediante objetos de aprendizaje. Cabe señalar que esta propuesta fue la única que no se implementó en el trabajo docente realizado con los estudiantes de la Facultad de Agronomía, ya que su origen fue posterior al análisis realizado mediante las otras metodologías.

Se tomará como definición de objeto de aprendizaje la propuesta por L'Allier (1997), la cual lo define como la mínima estructura, que se compone de objetivos, actividades o contenidos y un mecanismo de evaluación. En la sección correspondiente a la propuesta para futuras investigaciones (Capítulo 5) se detallará cada uno de los componentes para el diseño de nuestros objetos de aprendizaje. Siguiendo la metodología para la creación de objetos de aprendizaje y su inserción en una plataforma, cabe resaltar que utilizaremos el software libre Exe-learning (http://exelearning.net/) para la creación del objeto de aprendizaje y se insertará en la plataforma Schoology (https://www.schoology.com/) para fines de revisión del documento de tesis y en la plataforma Moodle (https://moodle.org/) para una futura aplicación de esta propuesta.

2.5 Conclusión del capítulo

La relación entre los cuatro referentes teóricos mencionados anteriormente y sus principios, establecen validez y confiabilidad al proceso que se pretende realizar para desarrollar las estrategias de enseñanza-aprendizaje: (a) la teoría del Aprendizaje Significativo de Ausubel que propone relacionar de manera sustancial el nuevo concepto con las estructuras cognitivas del alumno para que éste llegue a una transformación de ambas, y propicie un aprendizaje significativo proposicional; (b) la teoría de las Representaciones Semióticas de Duval con las actividades cognitivas de representación, tratamiento y conversión; (c) la teoría de la Etnomatemática que propone las seis actividades relacionadas con el entorno que implican matemáticas y que están presentes en toda cultura; y por último, (d) la teoría sobre Objetos de Aprendizaje que acabamos de describir. Todas ellas muestran bases sólidas para lograr que con nuestras estrategias de enseñanza-aprendizaje, el alumno alcance un aprendizaje significativo, llegue a un grado de conceptualización del objeto matemático, sea capaz de aplicar los conocimientos matemáticos a problemas reales de su campo laboral y se vea motivado e incorpore la tecnología para el aprendizaje de las matemáticas.

CAPÍTULO 3: MARCO METODOLÓGICO

Nuestra investigación tendrá lugar bajo una metodología de tipo mixta, cualitativa-cuantitativa, tanto en el desarrollo de la investigación como en la recolección, análisis e interpretación de resultados. Describiremos los aspectos teóricos relacionados con la metodología cualitativa, cuantitativa de tipo no experimental y el enfoque de investigación-acción que se eligió para nuestro trabajo y posteriormente se detallará de qué manera actuaron cada uno de estos aspectos.

3.1 Metodología cualitativa

3.1.1 Descripción de la metodología cualitativa

La investigación cualitativa nace de la inquietud por algún fenómeno social del que se tiene interés por estudiar. Tiene su fundamento en el proceso inductivo, ya que va de casos particulares a generales. Su objetivo es estudiar un fenómeno social tomando en cuenta cada uno de los aspectos que intervienen viéndolos como un todo (enfoque holístico). Una de sus características es que el proceso de recolección de datos se basa principalmente en opiniones, perspectivas y puntos de vista de las personas participantes, por lo que se utiliza para realizar interpretaciones o análisis de las experiencias de los implicados, los cuales deben ser parte de una muestra relativamente pequeña, ya que como el análisis de sus experiencias es profundo, resultaría complicado analizar a profundidad todas las experiencias de una muestra más grande de personas. El análisis de dichas experiencias puede ayudarnos a explicar situaciones, consecuencias de actos, decisiones o responder a indicadores. Algo importante que se debe tomar en cuenta, es que el investigador no siempre sigue un proceso sistemático como en el enfoque cuantitativo, sino que lo plantea y conduce de manera más natural. Existen además diversos métodos de los cuales hace uso la metodología cualitativa como son: el estudio de caso, el etnográfico, la investigación acción, la etnometodología, la investigación biográfica narrativa, por mencionar algunas; y a su vez para la recolección de información hace uso de técnicas tales como: las entrevistas interpretativas, entrevistas etnográficas, observación participante o no participante, análisis de documentos o material, y algunos otros más. (Paz, 2003).

3.1.2 Relación con la investigación bajo el enfoque de la Investigación-Acción

Se utilizará la metodología cualitativa para la primera parte de nuestra investigación ya que, en primer lugar, el desarrollo de nuestra investigación se basó en un enfoque de investigación-acción, que tiene como propósito fundamental el mejoramiento de la propia práctica profesional a partir de la experiencia y de la investigación de nuestro propio desempeño y de nuestra labor como docentes (Paz, 2003)

La investigación-acción tiene distintas definiciones ya que con ella podemos estudiar una gran variedad de fenómenos; pero tomaremos la recuperada del texto de Paz Sandín (2003), debido a que se considera adecuada para el objetivo de nuestra investigación:

"La investigación-acción se parece más a una idea general: una aspiración, un estilo, y modo de 'estar' en la enseñanza. Es un método de trabajo, no un procedimiento; una filosofía, no una técnica; un compromiso moral, ético con la práctica de la educación, no una simple manera de hacer las cosas "de otra manera" (Escudero, 1987).

Algunas de las características específicas de la investigación acción que menciona (Paz, 2003), son las siguientes:

- Implica la transformación y mejora de una realidad educativa y/o social; en nuestra práctica docente es la principal característica observada, principalmente en el enfoque de esta investigación al aplicar dos estrategias didácticas en el aula y posteriormente proponer objetos de aprendizaje a partir de las oportunidades de mejora encontradas en el material proporcionado a los alumnos, gracias al análisis de resultados obtenidos, en dónde se transforma además el ambiente de aprendizaje en el aula a un entorno donde se utilizan herramientas digitales.
- Parte de la práctica de problemas específicos; al haber realizado la investigación en grupos naturales, esta parte de la práctica e intervención

continua y del análisis de determinados problemas como la falta de interés en el estudio de las matemáticas al no encontrarles aplicación y a la falta de motivación y aprendizaje bajo una metodología de enseñanza tradicional.

- Es una investigación que implica la colaboración de las personas; se necesitó de la colaboración de los alumnos con los que se realizó la investigación y el responsable de la misma, que es quien presenta los resultados correspondientes en esta tesis.
- Implica una reflexión sistemática de la acción; la intervención docente estuvo guiada por la reflexión sistemática mediante la planificación, desarrollo y aplicación de las estrategias didácticas, realizando despué un análisis y una reflexión para posteriormente planificar, desarrollar y en un futuro aplicar nuevas propuestas sobre objetos de aprendizaje.
- Se realiza por las personas implicadas en la práctica que se investiga; la planificación, desarrollo, aplicación y reflexión fue realizada por el docente de apoyo (quien presenta este trabajo) implicado en el grupo, y la aplicación de las estrategias didácticas fue a alumnos que cursaban la materia de Matemáticas de la carrera de Ingeniero Agrónomo Zootecnista.
- La “formación” es esencial en el proceso de investigación-acción; el aspecto de la “formación” dentro del triángulo de “investigación”, “acción” y “formación”, fue un aspecto trabajado al realizar procesos de innovación y reflexión que se vieron destacados en el planteamiento de las estrategias didácticas y de la propuesta realizada.
- El proceso de investigación-acción se caracteriza como una espiral de ciclos; efectivamente se siguieron de manera continua las fases (Lewis, 1946) de planificación, acción, observación y reflexión, ya que se inició la práctica docente con una metodología tradicional, se planteaban ejercicios, se brindaba una clase expositiva en donde el alumno era un participante pasivo y mostraba poco interés en el aprendizaje de las matemáticas, además con poca evidencia de haber logrado un aprendizaje, se realizó la observación de la actitud de los alumnos y de sus resultados siendo la mayoría poco favorecedores, por lo que la reflexión nos llevó a implicarnos en los intereses

y en el contexto del alumno, proponiendo actividades en las que los alumnos fueran partícipes de su aprendizaje bajo estrategias sustentadas en teorías de la matemática educativa y presentando los contenidos de una manera distinta al utilizar la tecnología, además presentando problemas de aplicación de las matemáticas a situaciones que se pudieran presentar en el campo laboral de esta comunidad estudiantil. Se aplicaron estas estrategias (ver Capítulo 3.6) y mediante la observación y el análisis se distinguieron algunas dificultades que presentaron los alumnos como adquirir mucha información y manipular demasiadas hojas de trabajo, confusión en la organización y distribución del material, variedad de respuestas a una misma pregunta al utilizar la aproximación con herramientas tecnológicas, produciendo beneficios en el aprendizaje de algunos alumnos mas no de todos, además, la duración de la sesión y las condiciones no eran las más adecuadas, por lo que mediante la reflexión se planificaron de manera diferente las estrategias de enseñanza-aprendizaje de los mismos contenidos pero ahora se aplicarán mediante objetos de aprendizaje, ya habiendo modificado y diseñado de una manera que puede resultar menos confusa y tediosa para los estudiantes, con una estructura mejor diseñada y proveniente de la experiencia con la primera práctica (ver Capítulo 5).

Cabe resaltar que otra característica de la investigación-acción es la preocupación tanto por el proceso como por el producto, es decir, no sólo se pretende a través del proceso mejorar la práctica, sino que el camino recorrido para conseguirlo es tanto o más importante que los resultados medibles del mismo.

Nuestra investigación tuvo lugar en el Grupo 1 y Grupo 2 de la carrera de Ingeniero Agrónomo Zootecnista de la Facultad de Agronomía y Veterinaria de la UASLP; se tuvo la oportunidad de ser docente de apoyo en la materia de Matemáticas y por lo tanto se pudo llevar a cabo un método de investigación-acción. Se propusieron dos estrategias de enseñanza-aprendizaje una para el tema de “Determinación de valores máximo y mínimo” y otra para “Problemas de optimización que impliquen la aplicación de máximos y mínimos” y se aplicaron en el curso de manera presencial y, posteriormente, se realizó una propuesta utilizando objetos de aprendizaje tomando en cuenta las observaciones y las oportunidades de mejora de las estrategias aplicadas. Con el método de investigación acción podremos, posteriormente de haber aplicado las estrategias en los dos grupos, realizar una reflexión de los resultados, reflexionar acerca de la propia práctica, realizar una nueva propuesta de intervención para aplicarla en un futuro, reflexionar sobre los resultados obtenidos y proponer mejoras nuevamente.

3.2 Metodología cuantitativa

3.2.1 Descripción de la metodología cuantitativa

Como mencionamos en el primer párrafo de este capítulo, para la recolección, análisis e interpretación de resultados, se hará uso de una metodología mixta de tipo cualitativa-cuantitativa, en la sección anterior se describió la forma en que la investigación cualitativa guió el desarrollo de nuestro trabajo, por lo que ahora describiremos la forma en que lo hizo la investigación cuantitativa.

Según Briones (2002), la base de la investigación social cuantitativa es el paradigma explicativo, el cual se caracteriza por utilizar información cuantificable con el objetivo de realizar una descripción y una explicación del fenómeno a estudiar. Dentro de los tipos de investigación cuantitativa tenemos: investigaciones experimentales, cuasi-experimentales y no experimentales. Además, a este tipo de investigación pertenecen: la encuesta social, el estudio de caso, la investigación-acción participativa, la investigación evaluativa, entre otros.

3.2.2 Relación con la investigación

Comenzamos aplicando al inicio del semestre una evaluación diagnóstica a los dos grupos que participan en nuestra investigación, que consiste en un examen de conocimientos básicos con un total de 20 preguntas de álgebra operacional, con los objetivos de averiguar los aprendizajes previos con los que contaban los alumnos, detectar y dar tratamiento a las carencias o errores en conocimientos básicos de matemáticas esenciales para el curso y finalmente para establecer los objetivos de aprendizaje y realizar un diseño adecuado de las estrategias didácticas a implementar. En ese momento del semestre, solamente se buscaba reconocer los conocimientos previos básicos relacionados con álgebra operacional que poseían los alumnos y en el que se esperaba, según el libro de Stewart (2012), que los alumnos tuvieran dominados para el desarrollo adecuado del curso de Matemáticas que estaban por iniciar. Conforme se desarrollaba el curso, se fueron descubriendo otras problemáticas y necesidades que presentaban los estudiantes (además de aquellas detectadas en la prueba diagnóstico), por ejemplo: que no encontraban aplicabilidad relevante de las matemáticas en su área laboral y expresaban la solicitud de que se les enseñara matemáticas mediante aplicaciones; es por ello que hasta días posteriores a esta prueba, se decidió realizar intervenciones didácticas sustentadas en teorías cognitivas y en teorías contextuales que requerían de la habilidad de planteamiento de problemas.

A continuación, se muestra el examen diagnóstico aplicado y los logros esperados correspondientes a cada una de las preguntas realizadas:

1. Resuelve las siguientes operaciones :

1. $\left(\frac{x^2}{x^8}\right) =$
2. $\left(6x^{10}\right)\left(3x^4\right)^2 =$
3. $\left(y(x^3y)^2\right)^3 =$
4. $\frac{(6m^3n^5)(2m^2n^3)}{-4mn^6} =$
5. $\sqrt[4]{16x^4y^{16}} =$
6. $\left|(18-22)^3\right| =$
7. $\left[(17-15)^3 + (7-12)^2\right] \div \left[(6-7)\,(12-23)\right] =$
8. $\frac{1}{x+1} + \frac{2x}{x^2+1} =$
9. $\left(\frac{x^2-2x}{x^2-5x+6}\right)\left(\frac{x^2+4x+4}{x^2-4}\right) =$
10. $\left(3x^4 + x^3 - x^2 - 1\right) \div (x-2) =$

2. Desarrolla los siguientes binomios:

1. $(3r-4s)^2 =$ **(11)**
2. $(2x-y)^3 =$ **(12)**
3. $(t^2+r^3)^2 =$ **(13)**

3. Factoriza las siguientes expresiones:

1. $4x^2-9 =$ **(14)**
2. $x^2+6x+9 =$ **(15)**
3. $x^2-x-6 =$ **(16)**
4. $24a^3b^2-8ab =$ **(17)**

4. Resuelve las ecuaciones:

1. $3\,(x-2) = -4\,(x-1)$ **(18)**
2. $5x^2 = 2x$ **(19)**
3. $-3x^2+5x+2=0$ **(20)**

NÚMERO DE PREGUNTA	INDICADOR DE LOGRO POR PREGUNTA
Logró aplicar correctamente leyes de los exponentes	
1	Logró aplicar la regla del cociente
2	Logró aplicar la regla del producto y la regla de la potencia en un mismo ejercicio
3	Logró aplicar la regla de la potencia
4	Logró aplicar la regla del producto y del cociente en un mismo ejercicio
5	Logró aplicar la regla de la potencia de un radical
Logró aplicar correctamente la jerarquía de operaciones	
6	Logró aplicar jerarquía de operaciones y la función de valor absoluto en un mismo ejercicio
7	Logró aplicar la jerarquía de operaciones
Logró realizar operaciones básicas con polinomios y expresiones racionales	
8	Logró realizar la suma de expresiones racionales
9	Logró realizar la multiplicación de expresiones racionales
10	Logró realizar la división de polinomios
Logró desarrollar binomios al cuadrado y al cubo	
11	Logró desarrollar correctamente la resta de un binomio elevado al cuadrado
12	Logró desarrollar correctamente la resta de un binomio elevado al cubo
13	Logró desarrollar correctamente la suma de un binomio elevado al cuadrado
Logró factorizar diversas expresiones algebraicas	
14	Logró factorizar por diferencia de cuadrados
15	Logró factorizar un trinomio cuadrado perfecto
16	Logró factorizar un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$
17	Logró factorizar encontrando el factor común de un polinomio
Logró resolver ecuaciones lineales y cuadráticas con una incógnita	
18	Logró simplificar una ecuación lineal y encontrar su solución
19	Logró resolver una ecuación cuadrática incompleta
20	Logró resolver una ecuación cuadrática completa

Posteriormente, se realizó la agrupación de datos recopilados de los resultados del examen diagnóstico mediante la metodología de t-linkage realizada por Magri y Fusiello (2014) para el reconocimiento automático de perfiles de estudiantes, tomando como características principales para la descripción de los perfiles las siguientes categorías:

- Respondió correctamente.
- No respondió, dejando en blanco la pregunta.
- Respondió incorrectamente, sin tener un patrón específico en las respuestas.
- Respondió incorrectamente, expresando una preconcepción algebraica específica común a todo un grupo.

Nuestra investigación es de tipo no experimental, ya que como investigadores no tenemos control sobre la variable independiente y no conformamos los grupos con los que se realizó el estudio. La variable independiente para la estrategia de "Determinación de valores máximos y mínimos" es cada uno de los indicadores de logro, ya que son las respuestas a cada uno de éstos las que podrían producir variaciones en la cantidad de ejercicios resueltos correctamente para cada indicador, siendo cada una de las categorías ("siempre", "casi siempre", "casi nunca" y "nunca") las que representan la cantidad de ejercicios resueltos correctamente por parte de los alumnos; los indicadores de logro que evalúan la reflexión en el alumno requieren por su parte únicamente de reconocer la presencia o ausencia de ésta, por lo que se presentan categorías dicotómicas. Por otro lado, la variable independiente para la estrategia "Problemas de optimización que impliquen la aplicación de máximos y mínimos" es cada uno de los indicadores de logro, ya que sus respuestas son las que producen variaciones en el logro o el incumplimiento de cada uno de los indicadores, siendo las categorías ("sí" y "no") las que representan el logro o el incumplimiento respectivamente por parte de los alumnos. Al ser los alumnos quienes resuelven la estrategia, nosotros como investigadores no tenemos control sobre los resultados arrojados para los indicadores de logro (variable independiente). Además, nuestro estudio pertenece a la categoría de investigación-acción participativa descrita en la sección anterior.

Para el análisis de los datos recuperados de la aplicación de nuestras estrategias, decidimos utilizar el análisis descriptivo ya que es una de las principales técnicas cuantitativas con origen estadístico que nos permite brindar mayor validez y confiabilidad a nuestro estudio. Las funciones del análisis descriptivo son: reconocer la forma en que se distribuyen las variables de forma general, conocer la cantidad de unidades distribuidas en cada categoría construida de las variables, conocer su magnitud en forma de síntesis de valores, y la dispersión entre las unidades de cada categoría.

Para analizar la forma de distribución de nuestras variables realizamos una distribución de porcentajes, la cual consiste en el cálculo de porcentajes a partir de los datos recuperados por categorías en una previa distribución de frecuencias absolutas. Además, en nuestra investigación se presenta el caso de tener un "cruce de variables" (Briones, 2002), la cual es una forma específica de distribución en la que utilizamos más de dos variables con dos o más categorías cada una, con el objetivo de comparar la distribución en las subcategorías que resultan del cruce de variables.

Como mencionamos anteriormente nuestra variable independiente en la estrategia "Determinación de valores máximos y mínimos" es el logro del desarrollo de las actividades cognitivas (indicadores); esta variable se categoriza en ocho niveles según la actividad cognitiva desarrollada. La variable dependiente es el desempeño en la resolución de ejercicios por cada indicador y se categoriza en cuatro niveles de desempeño según la cantidad de ejercicios correctamente resueltos. Dentro de esta misma estrategia por la teoría aplicada para su diseño, empleamos un segundo instrumento de evaluación cuya variable independiente categorizada en tres niveles es el logro de la reflexión, análisis y síntesis (indicadores) por parte del alumno, mientras que la variable dependiente es el logro o incumplimiento de cada uno de los indicadores, por lo que esta variable presenta una categorización dicotómica.

En la estrategia "Problemas de optimización que impliquen la aplicación de máximos y mínimos" la variable independiente es el logro del desarrollo de las actividades que componen el eje vertebrador de un currículum etnomatemático (indicadores);

esta variable se categoriza en cinco niveles según las actividades desarrolladas y la variable dependiente es el logro o incumplimiento de cada uno de los indicadores, por lo que esta última presenta una categorización dicotómica.

Para la distribución de porcentajes, debemos obtener primero la distribución de frecuencias absolutas. Según Briones (2002), los porcentajes deben calcularse en la dirección de la variable independiente (regla de Zeisel), por lo que, al tener una situación de cruce de variables, en el análisis de resultados de cada una de nuestras estrategias, las categorías a analizar serían las correspondientes a la variable dependiente. La frecuencia absoluta es la cantidad de equipos que tuvieron un determinado desempeño, cumplimiento o incumplimiento, teniendo en cuenta que el total de equipos participantes fueron trece. Los porcentajes se obtienen dividiendo cada frecuencia absoluta por el total de equipos participantes y multiplicando el resultado por cien.

Al utilizar una metodología combinada para el análisis de los resultados, los datos deben ser analizados mediante la teoría que sustenta el estudio (Representaciones Semióticas y Aprendizaje Significativo para la estrategia de “Determinación de valores máximos y mínimos” , Etnomatemática y Aprendizaje Significativo para la estrategia de “Problemas de optimización que impliquen la aplicación de máximos y mínimos”), y el análisis para cada una de las metodologías puede ser realizado por etapas, o no, pero permite profundizar, complementar y comparar resultados aumentando la validez del estudio. En la metodología cuantitativa, nuestro análisis comenzó una vez que se realizó en su totalidad la recolección de datos; mientras que en la metodología cualitativa, el análisis se dio de forma simultánea (antes, durante y después de la recolección de datos) y dio paso a reformular, en otra etapa, el diseño de nuestras estrategias.

3.3 Diseño de la investigación

La investigación comenzó con una ardua búsqueda acerca del estado del arte de nuestro tema, y un análisis sobre los documentos encontrados para conocer las áreas ya exploradas y cuáles son las áreas de oportunidad. Además, se identificaron los resultados o conclusiones obtenidas por otros autores para averiguar si nuestra investigación pudiese llegar a tener viabilidad y confiabilidad.

Posteriormente, se hizo una revisión de las teorías que nos ayudaron a sustentar la investigación, eligiendo las que mejor se adecuaron para brindar la validez necesaria a nuestro trabajo.

Como primera intervención frente a los dos grupos, se diseñó y se aplicó al inicio del curso una evaluación diagnóstica a 56 alumnos que consistió en un examen de conocimientos básicos de álgebra, con los objetivos de averiguar los aprendizajes previos con los que contaban los alumnos, detectar y dar tratamiento a las carencias o errores en conocimientos básicos de matemáticas esenciales para el curso y finalmente para establecer los objetivos de aprendizaje y realizar un diseño adecuado de las estrategias didácticas a implementar. Posteriormente, con los resultados obtenidos, se realizó la agrupación de datos recopilados del examen diagnóstico mediante la metodología de t-linkage realizada por Magri y Fusiello (2014) para el reconocimiento automático de perfiles de datos, en nuestro caso, respuestas de los estudiantes a la prueba diagnóstico (ver Sección 4.1).

Una vez que se analizaron los resultados de la prueba diagnóstico, de que se realizaron entrevistas informales con estudiantes y docentes de la Facultad de Agronomía, y que conocíamos mejor el contexto de la carrera de Ingeniero Agrónomo Zootecnista, se realizó el diseño de nuestras estrategias de enseñanza-aprendizaje, que se describirán más adelante.

Para la recolección de información se aplicaron las estrategias a 57 alumnos que cursaban la materia de Matemáticas del programa de Ingeniero Agrónomo Zootecnista y que estaban por iniciar el tema de aplicaciones de la derivada. Las estrategias didácticas se diseñaron con las finalidades: primero, de que el alumno determine los valores máximo y mínimo en un intervalo cerrado; y posteriormente que aplique ese conocimiento en problemas de optimización aplicados a su práctica laboral.

Posteriormente, se analizaron los resultados obtenidos tomando en cuenta las respuestas de los alumnos y mediante nuestros instrumentos de evaluación diseñados con base en las teorías en las que están sustentadas cada estrategia. Nuestro primer instrumento mixto para evaluar la estrategia de enseñanza-aprendizaje “Determinación de valores máximos y mínimos” consistió en una escala de apreciación y una lista de cotejo (ver Sección 4.2.1), tiene el objetivo de verificar que el alumno mediante la resolución de la estrategia didáctica haya desarrollado las actividades cognitivas de representación y tratamiento para posteriormente llegar a la conversión y lograr la conceptualización del objeto matemático. Los resultados representaron el desempeño que tuvo el alumno, las habilidades adquiridas, las habilidades cognitivas desarrolladas por los alumnos y, después de un análisis e interpretación de estos resultados, favorecieron la reflexión sobre la calidad del material empleado y el diseño de una propuesta de mejora que ofrece una posible solución a algunos problemas encontrados en el material didáctico aplicado.

El segundo instrumento para evaluar la estrategia de enseñanza-aprendizaje “Problemas de optimización que impliquen la aplicación de máximos y mínimos” consistió en una lista de cotejo (ver Sección 4.3.1), con el objetivo de identificar si los alumnos son capaces de dar solución a la problemática planteada bajo un enfoque contextual que representa una posible situación que se les pudiera presentar a los alumnos en su quehacer laboral como Ingenieros Agrónomos Zootecnistas y que tuviera como objetivo la optimización de recursos económicos, materiales y espaciales, además se obtuvo evidencia sobre los resultados de propiciar e incentivar la construcción social del conocimiento en el aula y la motivación del alumno por resolver situaciones problema contextualizadas en su quehacer laboral.

Finalmente, se realizó una propuesta para futuras investigaciones mediante objetos de aprendizaje (ver Capítulo 5) con el objetivo de mejorar en las áreas de oportunidad que se encontraron en el material aplicado una vez realizado el análisis y la interpretación de los resultados.

3.4 Estrategias de enseñanza-aprendizaje aplicadas a la investigación

Se diseñaron y aplicaron dos estrategias de enseñanza-aprendizaje, la primera para abordar el tema de “Determinación de valores máximo y mínimo”, que está diseñada bajo un enfoque cognitivo, sustentada principalmente desde la matemática educativa en la teoría de la Representaciones Semióticas (Duval, 2004) y desde la teoría educativa del Aprendizaje Significativo (Ausubel, 1983), donde su principal característica es relacionar conceptos y conocimientos previos como son: derivadas, segundas derivadas, puntos críticos, etc., con el nuevo conocimiento que se refiere a los valores máximos y mínimos, desde una perspectiva de lograr la conceptualización del objeto matemático a aprender mediante el desarrollo de las actividades cognitivas de representación, tratamiento y conversión, teniendo como principales las representaciones algebraica y gráfica con las que mediante el tratamiento y preguntas de análisis se llegue a la conversión mediante la explicación de la relación existente entre la posición en el eje de las abscisas de los valores máximos y mínimos de la función original y los ceros de la primera derivada y mediante la obtención del método para encontrar los valores máximos y mínimos de una función.

La segunda estrategia se diseñó para abordar el tema de “Problemas de optimización que impliquen la aplicación de máximos y mínimos”, que está diseñada bajo un enfoque contextual, sustentada principalmente desde la matemática educativa en la teoría de la Etnomatemática (D’Ambrosio, 2004) y desde la teoría educativa del Aprendizaje Significativo (Ausubel, 1983), con la que relacionaremos los conocimientos previos del alumno sobre su contexto, sus actividades productivas, laborales y cotidianas propias del Ingeniero Agrónomo Zootecnista con la aplicación de las matemáticas, específicamente en problemas de optimización donde ponga en práctica el conocimiento adquirido sobre la determinación de valores máximos y mínimos; su diseño se realizó con el objetivo de encontrar conexiones entre las matemáticas y las prácticas que implican matemáticas dentro de su área laboral y que ellos resuelven de diferentes maneras, tomando como referencia las seis actividades relacionadas con el entorno que implican matemáticas y que están presentes en todas las culturas, que son: contar, orientarse, medir, diseñar, jugar y explicar.

A continuación, se presentan ambas estrategias, detallando sus objetivos, la justificación de su diseño y su modo de aplicación.

3.4.1 Estrategia para el tema: “Determinación de valores máximo y mínimo”.		
SECCIÓN 1		
Con apoyo del software GeoGebra, realiza la gráfica de las siguientes funciones, toma captura o imprime pantalla para completar la tabla, responde las preguntas apoyándote insertando puntos sobre la gráfica para obtener las coordenadas con mayor precisión.		
Función	**Gráfica**	**Preguntas:**
a) $f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$		**1.- En el intervalo [-1.5,0.5], ¿En qué valor de *x* se encuentra el valor máximo que puede tomar la función?** **2.- En el intervalo [-1.5,0.5], ¿En qué valor de *x* se encuentra el valor mínimo que puede tomar la función?**
b) $g(x) = -x^3 - 3x^2$		**1.- En el intervalo [-2.5,1], ¿En qué valor de *x* se encuentra el valor máximo que puede tomar la función?** **2.- En el intervalo [-2.5,1], ¿En qué valor de *x* se encuentra el valor mínimo que puede tomar la función?**

c) $h(x) = 5x^5 + 4x^2$		**1.- En el intervalo [-0.8,0.5], ¿En qué valor de *x* se encuentra el valor máximo que puede tomar la función?** **2.- En el intervalo [-0.8,0.5], ¿En qué valor de *x* se encuentra el valor mínimo que puede tomar la función?**
SECCIÓN 2		
Sobre el mismo plano en el que graficaste cada una de las funciones, grafica la derivada de cada función y responde las preguntas.		
Función:	**Gráfica:**	**Preguntas:**
a) $f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$		**¿En qué valores de *x* se hace cero la derivada? (Puedes apoyarte insertando un punto en la gráfica para tener las coordenadas con mayor precisión).**

b) $g(x) = -x^3 - 3x^2$		**¿En qué valores de *x* se hace cero la derivada? (Puedes apoyarte insertando un punto en la gráfica para tener las coordenadas con mayor precisión).**
c) $h(x) = 5x^5 + 4x^2$		**¿En qué valores de *x* se hace cero la derivada? (Puedes apoyarte insertando un punto en la gráfica para tener las coordenadas con mayor precisión).**
¿Qué relación encuentras entre los resultados obtenidos en la sección 1 de actividades y los resultados obtenidos en esta segunda sección?		

Si únicamente tuvieras la gráfica de la derivada e identificaras los valores en los que se hace cero la derivada, ¿de qué manera podrías identificar a cuál le corresponde el valor máximo o mínimo que puede tomar la función original?

SECCIÓN 3

En el mismo plano, realiza la gráfica de la segunda derivada de cada función y responde las siguientes preguntas:

<table>
<tr><th>Función:</th><th>Gráfica:</th><th>Pregunta:</th></tr>
<tr><td>a) $f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$</td><td></td><td>Evalúa los valores que encontraste en la sección anterior en la segunda derivada y escribe únicamente si el resultado es positivo o negativo.
<table><tr><th>Raz</th><th>Positivo/Negativo</th></tr><tr><td>$\boldsymbol{x_1} =$</td><td></td></tr><tr><td>$\boldsymbol{x_2} =$</td><td></td></tr></table></td></tr>
<tr><td>b) $g(x) = -x^3 - 3x^2$</td><td></td><td>Evalúa los valores que encontraste en la sección anterior en la segunda derivada y escribe únicamente si el resultado es positivo o negativo.
<table><tr><th>Raíz</th><th>Positivo/Negativo</th></tr><tr><td>$\boldsymbol{x_1} =$</td><td></td></tr><tr><td>$\boldsymbol{x_2} =$</td><td></td></tr></table></td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>$c)\ h(x) = 5x^5 + 4x^2$</td>
<td></td>
<td>Evalúa los valores que encontraste en la sección anterior en la segunda derivada y escribe únicamente si el resultado es positivo o negativo.

<table>
<tr><th>Raíz</th><th>Positivo/Negativo</th></tr>
<tr><td>$x_1 =$</td><td></td></tr>
<tr><td>$x_2 =$</td><td></td></tr>
</table>
</td>
</tr>
</table>

1.- Anota en la tabla todos los valores que te resultaron negativos al realizar la actividad anterior:

Negativos

a) **Este conjunto de valores, según la actividad realizada en la sección 1, ¿a qué clasificación corresponden?**

2.- Ahora en la siguiente tabla anota todos los valores que te resultaron positivos al realizar la actividad anterior:

Positivos

a) **Este conjunto de valores, según la actividad realizada en la sección 1, ¿a qué clasificación corresponden?**

1.- Ya realizada esta actividad, responde nuevamente la siguiente pregunta:

Si únicamente tuvieras la gráfica de la derivada e identificaras los valores en los que se hace cero la derivada, ¿de qué manera podrías identificar a cuál le corresponde el valor máximo o mínimo que puede tomar la función original?

2.- Finalmente, describe el procedimiento que debes realizar para encontrar los puntos máximos y mínimos de una función.

Cuadro 2 Estrategia de enseñanza-aprendizaje para el tema de "Determinación de valores máximo y mínimo". Elaboración propia.

Descripción de la estrategia

Objetivo:

El alumno visualizará de manera gráfica la relación que existe entre los máximos y mínimos de una función y las raíces de la primera derivada, así mismo interpretará la acción de obtener valores positivos o negativos al evaluar las raíces de la primera derivada en la segunda derivada.

Justificación

El diseño de la estrategia se realizó de esta manera, ya que usualmente el método para enseñar a determinar los valores máximos y mínimos de una función en un intervalo cerrado es mediante un algoritmo dada una función en su representación algebraica, teniendo que encontrar la derivada, sus puntos críticos, encontrar la segunda derivada y evaluar los puntos críticos en la segunda derivada para identificarlos como máximos o mínimos, observando si el resultado al evaluar es positivo, corresponde a un mínimo, si es negativo corresponde a un máximo; y los alumnos no tienen idea del por qué al hacer este procedimiento van a encontrar los valores máximo y mínimo buscados, es por eso que se busca que primero ellos visualicen la relación entre esos puntos y los ceros de la derivada para que, posteriormente al sustituirlos, observen que se sigue un patrón de identificación.

Se empleó el software GeoGebra porque es accesible y de manejo sencillo, aparte de que es un software libre y cumple con las funciones necesarias para el desarrollo de la actividad y sobre todo, permite crear la visualización del objeto matemático, aspecto fundamental para desarrollar nuestra estrategia siguiendo una base teórica como es la de Representaciones Semióticas de Duval (2004).

Sección 1:

En esta etapa nos basaremos en la teoría de las Representaciones Semióticas para lograr que el alumno visualice los máximos y mínimos de funciones básicas, apoyándonos además en el software GeoGebra para la graficación. En el primer punto se busca que el alumno represente e identifique en el registro gráfico los máximos y mínimos de diversas funciones graficadas en GeoGebra y se le presentará también la función en el registro algebraico.

Sección 2:

Posteriormente, en el segundo punto se le pedirá al alumno que construya la gráfica utilizando GeoGebra de la derivada de cada una de las funciones que se le presenten; es aquí donde se presenta un tratamiento en el registro gráfico e implícitamente se realiza un tratamiento en el registro algebraico al tener que obtener primero la derivada de manera algebraica para introducirla al graficador. Se le solicitará al alumno que encuentre los ceros de la derivada y los anote. Después se le preguntará la relación que encuentra entre los valores obtenidos en la sección 1 y los obtenidos en la sección dos, esperando que se percate que se trata de los mismos valores.

Sección 3:

Se le solicitará al alumno que elabore la gráfica de la segunda derivada en el mismo plano, realizando otro tratamiento en el registro gráfico y a su vez, otro tratamiento en el registro algebraico al tener que encontrar la segunda derivada antes de introducirla al graficador. Posteriormente, se le pedirá que evalúe los puntos encontrados en la sección 2 en la segunda derivada, únicamente visualizando si el resultado sería positivo o negativo, los cuales deberá anotar. Finalmente, se le solicitará al alumno que indique la relación entre los valores que resultaron positivos o negativos con la clasificación encontrada en la sección 1, cuáles corresponden a los máximos y cuáles a los mínimos. A manera de conclusión y como actividad de conversión entre el registro gráfico y el algebraico, se le solicita al alumno que describa el proceso realizado para la identificación de valores máximo y mínimo.

Mediante preguntas estructuradas, el docente guiará a los alumnos a la conclusión de que los ceros de la primera derivada coinciden con la posición en el eje de las abscisas de los máximos y mínimos de la función original. Complementaremos este punto, solicitando al alumno que encuentre de manera algebraica la primera derivada de las funciones que graficó, que encuentre los ceros de la derivada algebraicamente y verifique que correspondan a los puntos máximos y mínimos observados en la gráfica de la función original.

Finalmente, en el tercer punto se pedirá que el alumno grafique en GeoGebra la segunda derivada de las funciones propuestas y de manera similar al ejercicio anterior, se guiará a los alumnos para que concluyan que al evaluar los ceros de la primera derivada en la segunda derivada, podemos observar tres casos, si obtenemos un valor menor que cero, encontramos un máximo en esa posición; si resulta un valor mayor que cero, encontramos un mínimo en esa posición; y si obtenemos un valor igual a cero, encontramos un punto de inflexión o el criterio no es concluyente y se utiliza el criterio de la primera derivada. Ya ubicado en el registro gráfico, se pide al alumno que encuentre la segunda derivada en el registro algebraico y que evalúe los ceros de la primera derivada en la segunda derivada para verificar que los puntos corresponden a un máximo o a un mínimo, esto es, advirtiendo las interrelaciones entre ambas gráficas (i.e., de la función y la primera derivada).

Modo de aplicación

Como se mencionó anteriormente, esta estrategia se aplicó a dos grupos de primer semestre del programa de Ingeniero Agrónomo Zootecnista en dos días diferentes. Las sesiones de trabajo fueron de dos horas. La primera hora correspondió a la resolución de la estrategia anteriormente mencionada, y en la segunda hora se realizó la estrategia que describiremos más adelante en la Sección 3.4.2.

Los requerimientos para participar en la intervención fueron: que los alumnos tuvieran los conocimientos para encontrar derivadas de funciones polinómicas, segundas derivadas, y ceros de una función; además, los alumnos no contaban con conocimiento previo sobre los temas de “Determinación de los valores máximo y mínimo”.

En una sesión anterior, se explicó a los alumnos de manera sencilla el modo de utilización de GeoGebra con las funciones que iban a necesitar para la actividad de la sesión siguiente, recordando además algunos conceptos matemáticos y su correspondiente identificación en una gráfica como: los ceros de la derivada y la forma de evaluar un punto mediante una expresión algebraica. Además, se les solicitó que para la siguiente sesión, ya fuese en su laptop, celular o tableta, descargaran previamente el software de GeoGebra.

El día de la aplicación de las estrategias se solicitó al grupo reunirse en equipos de cuatro integrantes, con la condición de que al menos uno de los integrantes tuviera descargado GeoGebra en su laptop, celular o tableta.

Los alumnos trabajaron colaborativamente en la primera estrategia didáctica y la intervención del profesor se enfocó en observar el trabajo de los alumnos y llevar registro de éste, sobre su interés, motivación y guiarlos en la aclaración de dudas que tuvieran durante la actividad.

3.4.2 Estrategia para el tema: “Problemas de optimización que impliquen la aplicación de máximos y mínimos”

La optimización de costos, materiales y espacio, es una acción indispensable en la práctica profesional de diversas áreas, incluyendo la del Ingeniero Agrónomo Zootecnista.

Supongamos que, en una granja engordadora de bovinos, de la cual es el Ingeniero encargado, se quiere construir una bodega para almacenar forraje. El dueño le indica que la construcción será de madera y que se deben considerar 3 paredes, el techo y el suelo; además la construcción deberá tener una base cuadrada horizontal para que se adapte mejor al terreno con el que se cuenta, las paredes deben ser rectangulares verticales y debe tener una capacidad de 200 metros cúbicos para almacenar el forraje.

Por otro lado, el dueño le pide que realice la construcción con el menor gasto posible en material, por lo que una vez considerado esto, se dio a la tarea de cotizar la madera, encontrando como mejor opción la madera de pino que cuesta $600 el metro cuadrado.

Antes de realizar las compras y la construcción, responda las siguientes preguntas para cumplir con las condiciones que debe cumplir la bodega.

- **¿Qué dimensiones debe tener la bodega para que el costo de materiales para la construcción sea el menor posible?**
- **¿Cuántos metros cuadrados de madera se utilizarán para la construcción?**
- **¿Cuál será el gasto mínimo que debemos realizar para la compra de la madera necesaria para la construcción?**

El dueño de la granja le muestra un bosquejo de la bodega a realizar:

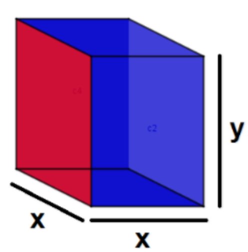


Ilustración 2 Bosquejo de la bodega a realizar. [Elaboración propia.]

Ahora, plantee una función que modele la situación y realice el procedimiento de optimización aplicando el procedimiento de cálculo de máximos y mínimos para dar respuesta a las preguntas planteadas.

Descripción de la estrategia

Objetivo:

El alumno aplicará sus conocimientos sobre el cálculo de máximos y mínimos para resolver problemas de optimización que se le puedan presentar en su quehacer laboral como Ingeniero Agrónomo Zootecnista.

Justificación:

El planteamiento de esta estrategia se realizó de tal manera, debido a que se buscaba presentar al alumno una aplicación de las matemáticas correspondiente a su campo laboral, específicamente del tema de Optimización que implicase la aplicación de máximos y mínimos, por lo que se investigó cuál podría ser una aplicación sencilla pero interesante y además eficiente para encontrar los puntos máximo y mínimo de una función, investigación que se realizó de manera documental, además de que los alumnos entrevistaron a algunos profesores de la facultad, específicamente de las materias prácticas sobre las aplicaciones del cálculo en su ámbito laboral como IAZ, siendo la optimización uno de los temas frecuentemente mencionado por los docentes. Por otro lado, siguiendo la teoría en la que está fundamentada esta estrategia que es la Etnomatemática (D'Ambrosio, 2004), se busca proponer al alumno problemas ricos, problemas de su contexto, donde el alumno reflexione, dé solución y sobre todo aplique las matemáticas que está aprendiendo.

El diseño de esta estrategia de enseñanza-aprendizaje está basada en la teoría de la Etnomatemática (D'Ambrosio, 2004), por lo que se busca que el alumno identifique las matemáticas en su contexto y sobre todo en su actividad laboral, procurando que no vean las matemáticas sin aplicación, sino como parte de lo que para ellos será una actividad laboral y que les resultarán útiles; una de esas actividades laborales que deberán enfrentar es la de la optimización de recursos tanto materiales, financieros y espaciales en la construcción de espacios propicios para la conservación del alimento del ganado para engorda.

Es por eso, que se propone un problema *rico* (D’Ambrosio, 2004), en el que se demuestre la utilidad del cálculo y sobre todo de las derivadas, con las características de: generar buenas preguntas, fomentar la toma de decisiones, adecuarse a lo que el alumno sabe, activar la curiosidad y la creatividad en el alumno, ser accesible a todo el alumnado y aflorar sus valores culturales, debido a que es un problema propio de su práctica laboral; además se cuenta con una actitud Etnomatemática y con un ambiente de resolución de problemas ya que el profesor muestra problemas significativos para el alumno ya que como se mencionó con anterioridad, la mayoría de los alumnos son personas cuyos padres poseen ranchos o trabajan para ranchos y conocen las necesidades que se presentan para optimizar recursos, minimizar costos de inversión y aprovechar al máximo los espacios con los que se cuenta.

En este problema encontramos las siguientes actividades relacionadas con el entorno que implican matemáticas y que están presentes en todas las culturas:

- Contar (cuantificar el espacio necesario para construir la bodega, la cantidad de metros cuadrados de madera necesaria y el gasto mínimo a realizar, tomando en cuenta las condiciones de volumen requeridas).
- Orientarse (ubicación de la bodega dadas las condiciones de la forma que debe tener la bodega con base en la forma del terreno con el que se cuenta).
- Medir (llegar a representar y obtener las medidas necesarias que debe tener la bodega).
- Diseñar (diseño de la bodega con todo y medidas, que cumpla con las condiciones planteadas).
- Jugar (imaginar posibles soluciones tanto numéricas como geométricas, pensar en situaciones extremas o aberrantes-degeneradas de las restricciones del problema).

Modo de aplicación

Durante las sesiones de dos horas antes mencionadas, esta estrategia se aplicó durante la segunda hora posterior a aplicar la estrategia didáctica anterior (ver Sección 3.4.1), manteniéndose los mismos equipos con los que trabajaron. Se guio a los alumnos mediante preguntas hacia el planteamiento de la función a minimizar para que pudieran aplicar el procedimiento aprendido con la estrategia didáctica anterior.

3.5 Esquema general de diseño

Según Cano, Ruíz, Salazar & Tlachy (2018), el aprendizaje desde el nacimiento se da de forma holística, por lo tanto es necesario relacionar los conocimientos ya adquiridos con los nuevos conocimientos vinculándolos mediante un contexto conocido por el alumno, dicha relación (con otras áreas del conocimiento) puede darse a partir de la contextualización de un problema que se resolverá utilizando herramientas matemáticas; es por ello que se decidió emplear la teoría de la Etnomatemática (D'Ambrosio, 2004) para el diseño de la estrategia didáctica que contextualiza mediante un problema la aplicación del objeto matemático estudiado (valores máximos y mínimos). Esta vinculación comienza desde la comprensión del problema propuesto y se expresa en el planteamiento del mismo pasando por ejemplo de un registro en lengua natural a un registro algebraico, para posteriormente generar la comunicación de la información mediante herramientas matemáticas pasando de un registro algebraico al gráfico, por ejemplo, y logrando la interpretación de la información matemática obtenida. Además, el trabajo en equipo pone en práctica la integración de diversos conocimientos del alumno al comunicar sus respuestas, explicar sus procedimientos, escuchar a sus compañeros y argumentar sus ideas y decisiones. Con base en lo anterior, además de vincular con el contexto del alumno, debemos tomar en cuenta que el alumno genere la comunicación mediante herramientas matemáticas y utilice distintos tipos de registro de un mismo objeto matemático como lo realizamos en nuestra primera estrategia didáctica, que fue complementada por una situación relacionada al contexto laboral del alumno haciendo énfasis, tanto en la primera estrategia como en la segunda, en la interpretación de la información obtenida. Cabe señalar que ambas estrategias se trabajaron en equipos ya que la comunicación, la socialización y la argumentación entre los alumnos permiten que todo lo anterior se integre y que además los alumnos desarrollen diversas habilidades que pueden utilizar en otros aprendizajes y áreas del conocimiento. Por lo tanto, es esencial ver el aprendizaje de las matemáticas de manera holística, vinculando el contexto del alumno, la comunicación de la información matemática en distintos registros y el trabajo en equipo para lograr la interpretación de los resultados e información obtenida y el desarrollo de diversas habilidades.

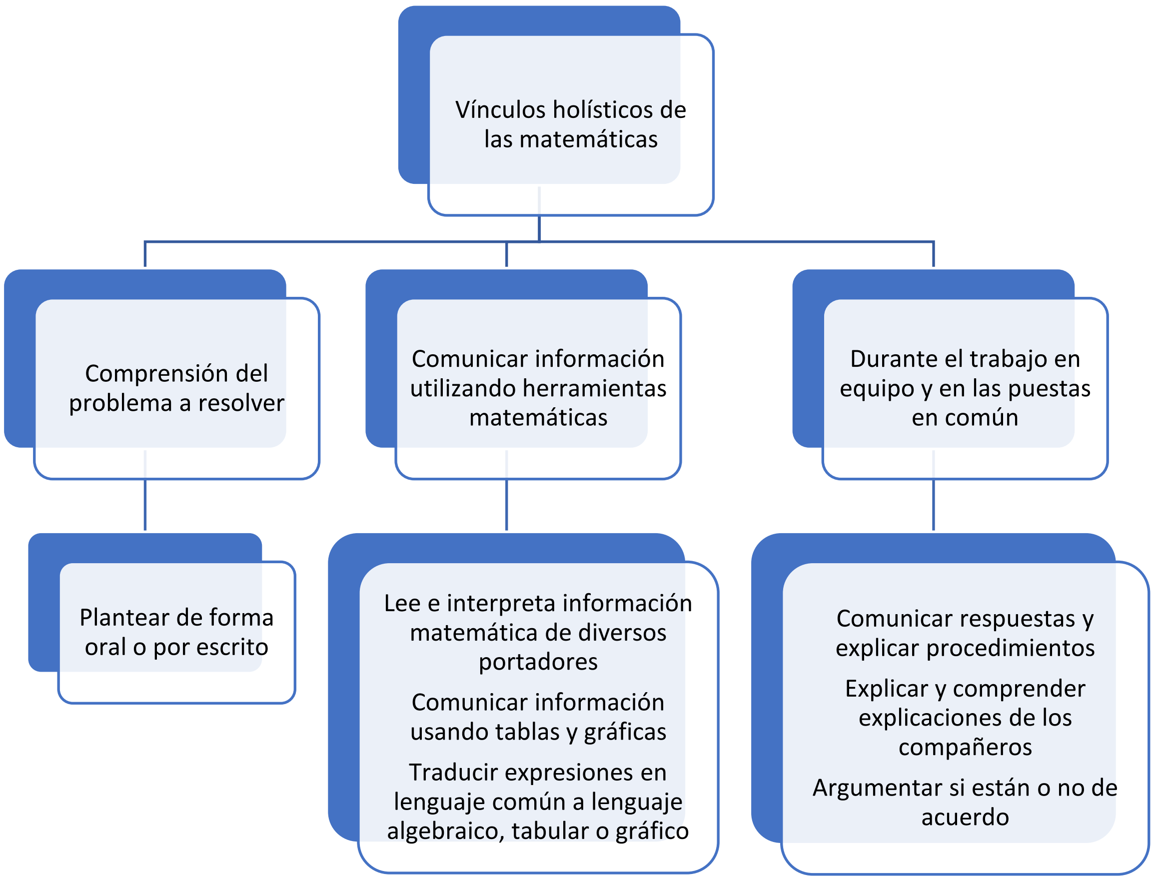


Ilustración 3. Cano, M. (2018). Vínculos holísticos de las matemáticas.

El siguiente esquema, propuesto por Cano, Ruíz, Salazar & Tlachy (2018), plantea la evaluación general como el resultado de una serie continua de evaluaciones que reflejan el avance observado por el maestro desde el inicio con la evaluación diagnóstica hasta el punto en donde se requiera culminar con este proceso que va a ser caracterizado por el logro del aprendizaje esperado.

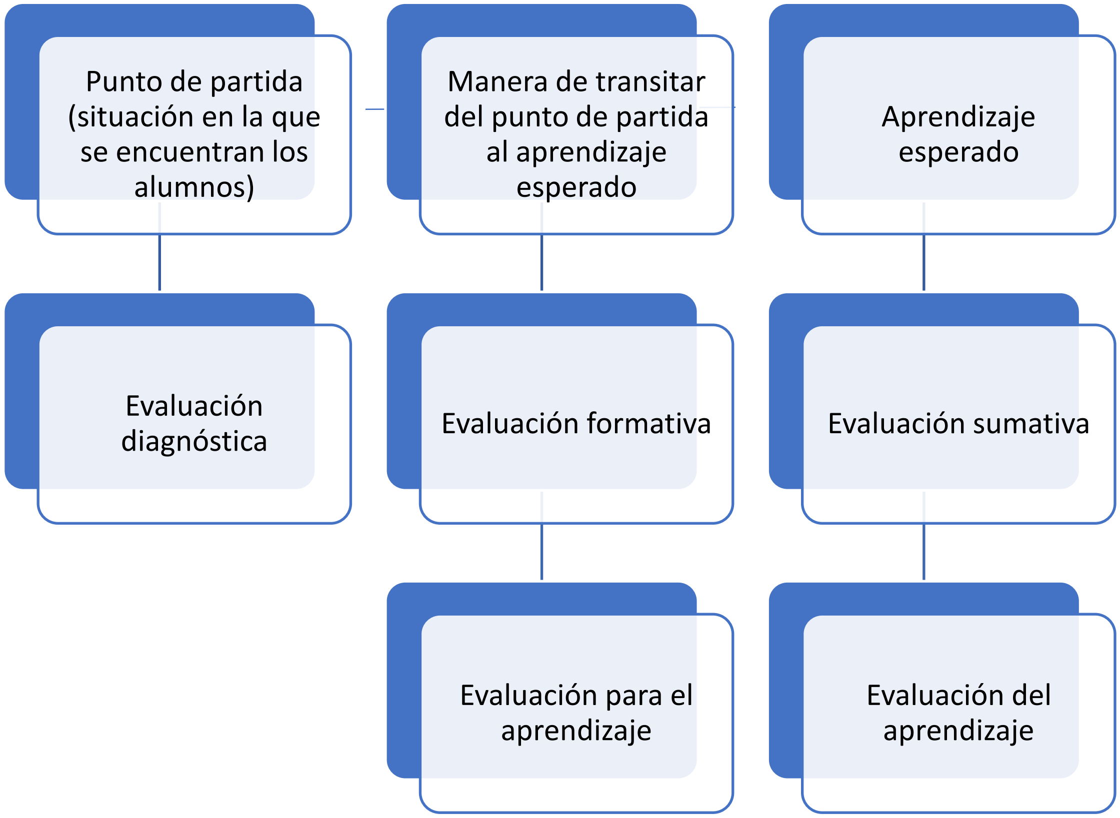


Ilustración 4. Cano, M. (2018). Evaluación general.

Con respecto a nuestra investigación, la metodología de nuestro trabajo hace referencia implícita a las etapas propuestas por el esquema anterior (Ilustración 4), ya que partimos de realizar una evaluación diagnóstica al inicio del semestre con el objetivo principal de indagar sobre los conocimientos previos de tipo algebraico que poseían los alumnos. Posteriormente, se proporcionaron las herramientas necesarias para que el alumno pudiera llegar a los aprendizajes esperados propuestos en las estrategias didácticas que se implementaron sobre los temas: “Determinación de valores máximos y mínimos” y “Problemas de optimización que impliquen máximos y mínimos” comenzando por dar tratamiento a las carencias o errores en conocimientos previos (encontrados mediante el examen diagnóstico) para posteriormente brindar las herramientas matemáticas necesarias (derivadas, segundas derivadas, puntos críticos, etc.) que fueron esenciales para la implementación y el desarrollo de las estrategias didácticas. Este proceso fue evaluado tanto de manera formativa como sumativa mediante el examen realizado a ambos grupos (Anexos 1 y 2), para que finalmente se transitara hacia la aplicación de las estrategias y a la evaluación del aprendizaje adquirido mediante diversos instrumentos de evaluación (ver Secciones 4.2.1 y 4.3.1). La evaluación final no fue de tipo sumativa (al menos en el contexto del temario general), ya que lo que se buscaba analizar en nuestro trabajo era el nivel de logro de los alumnos respecto a las actividades cognitivas desarrolladas al resolver las tareas asignadas, presentar una aplicación contextualizada del objeto matemático estudiado y reconocer el logro del aprendizaje a partir de dicha propuesta y la socialización del conocimiento, objetivos de ambas estrategias. Por otro lado, la evaluación final no solo se centró en los logros de aprendizaje de los estudiantes, sino en la potencialidad y en las áreas de oportunidad del material propuesto que se observaron durante la aplicación de las estrategias y el análisis de los resultados con el objetivo de, posteriormente, rediseñar el material considerando las observaciones realizadas.

CAPÍTULO 4: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

4.1 Evaluación diagnóstica

A continuación, se muestran los resultados obtenidos al aplicar la metodología de t-linkage realizada por Magri y Fusiello (2014) para el reconocimiento automático de perfiles de estudiantes mediante los resultados obtenidos de la aplicación del examen diagnóstico (ver Sección 3.2.2); se encontraron cuatro perfiles distintos, de los cuales describiremos sus principales características a continuación:

El perfil A que es el más pequeño está conformado por 4 estudiantes, el perfil B conformado por 5 estudiantes, el perfil C que es el más numeroso conformado por 32 estudiantes y el perfil D conformado por 15 estudiantes. Las características de cada uno de los perfiles se tomaron de aquellas preguntas en las que la mitad o más de la mitad de las respuestas de los alumnos de cada perfil se situaron en las categorías que buscábamos analizar.

Las categorías principales y que resultaron relevantes en nuestro análisis fueron:

- Respondió correctamente.
- No respondió, dejando en blanco la pregunta.
- Respondió incorrectamente, sin tener un patrón específico en las respuestas.
- Respondió incorrectamente, expresando una preconcepción algebraica específica común a todo un grupo.

El perfil A, se caracteriza porque:

- Cada una de las preguntas del examen diagnóstico (con excepción de la 1, la 8 y la 10) fue respondida correctamente por al menos dos estudiantes, de un total de cuatro miembros de ese perfil (i.e., las preguntas de la 2 a la 7, la 9, y de la 11 a la 20).
- Tres de los cuatro estudiantes no respondieron a la pregunta 10, dejándola en blanco.

- Al menos dos estudiantes respondieron incorrectamente las preguntas: 2, 8, 9 y 19 sin tener un patrón específico en sus respuestas.
- Dos de los cuatro estudiantes tienen una preconcepción algebraica al responder la pregunta 1, cometiendo el mismo error que los alumnos del perfil B. Al resolver $\left(\frac{x^2}{x^8}\right) =$, respondieron equivocadamente x^6, en lugar de la respuesta correcta que es x^{-6}.

El perfil B, se caracteriza porque:

- No respondieron (dejando en blanco) las preguntas: 3, 5 y 8, al menos tres estudiantes, de un total de cinco miembros de este perfil.
- Al menos tres estudiantes respondieron incorrectamente las preguntas: 2, 6, 9, 10, 12, 13, 16, 18 y 20 sin tener un patrón específico en sus respuestas.
- Tres de los cinco estudiantes, tienen una preconcepción algebraica en la pregunta 1, cometiendo el mismo error que los alumnos del perfil A (ver más arriba).

El perfil C, se caracteriza porque:

- Al menos dieciséis de los treinta y dos estudiantes de este perfil, no respondieron la mayoría de las preguntas del examen diagnóstico, dejando en blanco las preguntas: 1, 3, 4, de la 5 a la 10, 13, 14, de la 17 a la 20.

El perfil D, se caracteriza porque:

- Al menos ocho alumnos de quince no respondieron las preguntas 17, 18 y 20, dejándolas en blanco.
- Respondieron incorrectamente las preguntas: 2, 3, de la 7 a la 12, 16 y 19, sin tener un patrón en sus respuestas, al menos ocho alumnos de un total de quince miembros de este perfil.

Interpretación:

Perfil A:

- Estadísticamente, los resultados indican que la mayoría de los estudiantes de ese grupo tienen una noción correcta de las respuestas a 17 preguntas de un total de 20.
- No intentaron responder la pregunta que hacía énfasis en el logro de resolver la división de polinomios.
- Tienen una preconcepción errónea al aplicar las leyes de los exponentes, en específico la regla del cociente, respondiendo x^6 a la pregunta: Resuelve $\left(\frac{x^2}{x^8}\right)$.
- Respondieron incorrectamente a 4 preguntas de 20 sin tener un patrón en sus respuestas.

Perfil B:

- No intentaron responder las preguntas que hacían énfasis en los logros de: aplicar correctamente las leyes de los exponentes (en específico, la regla de la potencia y la regla de la potencia de un radical) y realizar la suma de expresiones racionales.
- Tienen una preconcepción errónea al aplicar las leyes de los exponentes, en específico la regla del cociente, respondiendo x^6 a la pregunta: Resuelve $\left(\frac{x^2}{x^8}\right)$.
- En general, respondieron incorrectamente a 9 preguntas de 20 sin haber detectado un patrón en sus respuestas.

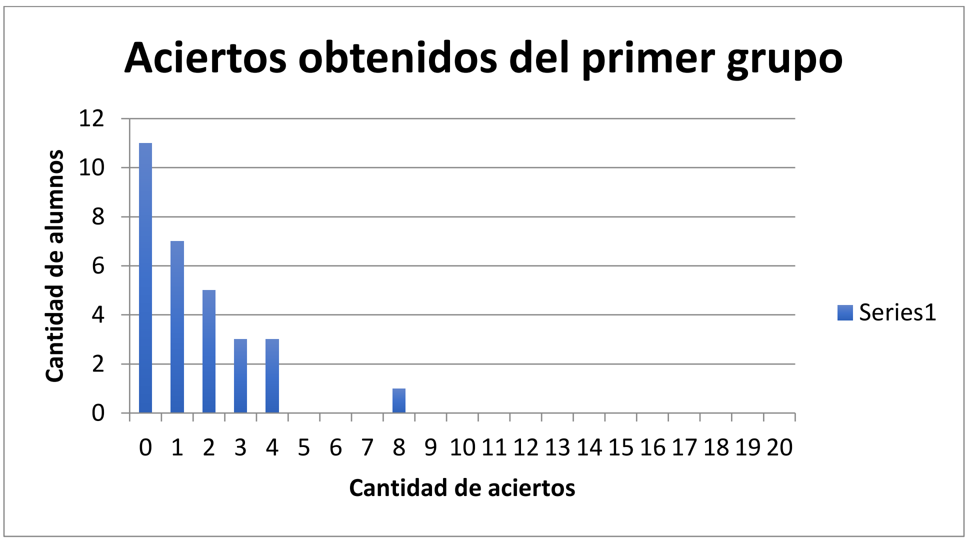
Perfil C:

- No intentaron responder a la mayoría de las preguntas del examen diagnóstico.
- En su mayoría, dejaron en blanco 15 preguntas de 20.

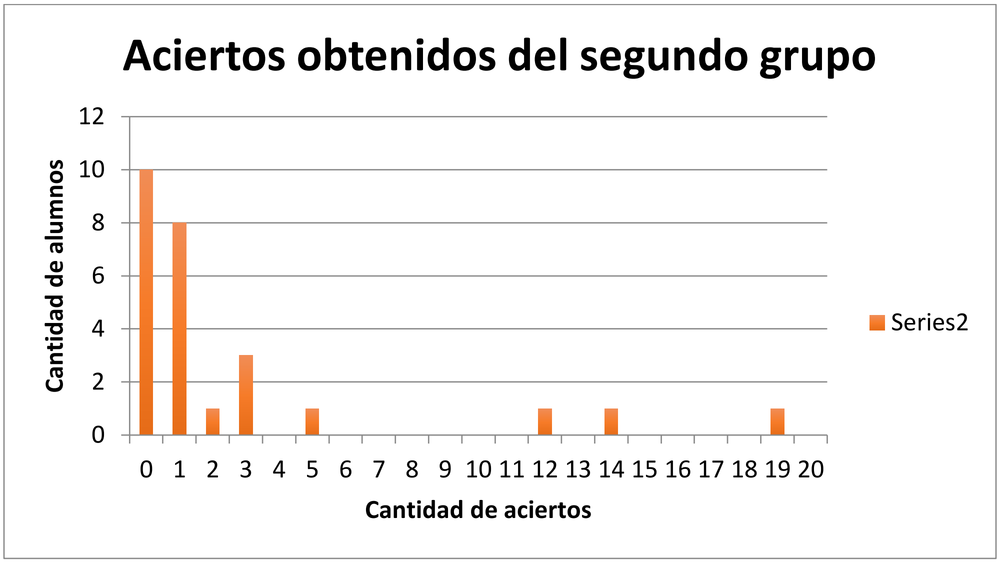
Perfil D:

- No intentaron responder a las preguntas que hacían énfasis en los logros de: factorizar diversas expresiones algebraicas (específicamente factorizar encontrando el factor común de un polinomio) y resolver ecuaciones lineales y cuadráticas con una incógnita.
- Respondieron incorrectamente 10 preguntas de 20 sin tener un patrón en sus respuestas.

Con el objetivo de averiguar si los dos grupos a los que se les aplicaron las estrategias didácticas son homogéneos o no, se realizó una prueba de hipótesis con los datos recuperados del examen diagnóstico realizado al inicio del semestre, los datos recuperados de cada grupo fueron los siguientes:



Podemos observar que la moda de aciertos obtenidos por el primer grupo es 0, con 11 alumnos que no respondieron correctamente a ninguna pregunta del examen diagnóstico y la mayor cantidad de aciertos obtenidos fue 8, por un solo alumno. La media de aciertos correctos de este grupo fue de 1.533 y su desviación estándar de 1.814.



Podemos observar que la moda de aciertos obtenidos por el segundo grupo también es 0, teniendo 10 alumnos que no respondieron correctamente a ninguna pregunta del examen diagnóstico y 3 alumnos con más de la mitad de aciertos. La media de aciertos correctos de este grupo fue de 2.653 y su desviación estándar de 4.824.

De acuerdo a los resultados mostrados anteriormente, establecemos que:

- μ_1 es la media del primer grupo,
- μ_2 es la media del segundo grupo.

Hipótesis nula $\mathrm{H}_0 : \mu_2 \geq \mu_1$

Hipótesis alternativa $\mathrm{H}_1 : \mu_2 < \mu_1$

Nuestro nivel de significancia $\alpha = 5\ \%$.

Posteriormente, para el contraste se utilizó una prueba de hipótesis para la distribución binomial, obteniendo un valor $p = 60.76\ \%$, el cual es inferior al de 0.95, el que se requeriría para una significancia de 5%.

Por lo tanto, no se acepta la hipótesis nula H_0, llegando a la conclusión de que no hay evidencia estadística suficiente para indicar que la distribución del segundo grupo tiene una media mayor que la del primero.

4.2 Estrategia para el tema: “Determinación de valores máximos y mínimos”

4.2.1 Instrumentos de evaluación

Para el procesamiento de datos recabados en nuestra investigación, se diseñaron dos instrumentos para evaluar cada una de las estrategias didácticas implementadas.

Para evaluar la primera estrategia didáctica se diseñó un instrumento que consiste en dos partes: (A) la primera es una escala de apreciación para las preguntas (1,2,3,4,5,7,8 y 9) con sus respectivos cuatro niveles (siempre, casi siempre, casi nunca y nunca) que corresponden a la cantidad de ejercicios resueltos correctamente según el indicador que se presente. Se eligió este instrumento con el objetivo de verificar que se hayan realizado las actividades cognitivas de representación y tratamiento por parte del alumno para posteriormente llegar a la conversión y lograr la conceptualización del objeto matemático. Los indicadores están diseñados con base en la estructura de la estrategia didáctica, ya que cada una de las partes que componen a la misma se diseñó para propiciar el desarrollo de cada una de las actividades cognitivas en el alumno. La segunda parte (B) del instrumento consiste en una lista de cotejo de doble entrada, contando con los indicadores para las preguntas (6,10 y 11), buscando únicamente identificar la presencia o ausencia de las características descritas en cada indicador. Se eligió este instrumento con el objetivo de verificar que el alumno identificó y relacionó algunos puntos clave en la estrategia y cotejar su capacidad de síntesis y reflexión sobre las diversas actividades que realizó y que lo llevarían a la actividad cognitiva de la conversión para lograr la conceptualización del objeto matemático a aprender.

El instrumento descrito se muestra a continuación y se describen sus componentes:

Categoría	Descripción
Siempre	El equipo logró el correcto cumplimiento del indicador mencionado en los tres ejercicios proporcionados.
Casi siempre	El equipo logró el correcto cumplimiento del indicador mencionado en dos de los tres ejercicios proporcionados.
Algunas veces	El equipo logró el correcto cumplimiento del indicador mencionado en uno de los tres ejercicios proporcionados.
Nunca	El equipo no logró el correcto cumplimiento del indicador mencionado en ninguno de los tres ejercicios proporcionados.
SI (solo indicador 11)	La respuesta contiene todos los siguientes elementos: • Encontrar la primera derivada • Identificar los puntos críticos • Encontrar la segunda derivada • Evaluar los puntos críticos en la segunda derivada • Identificar si el resultado al evaluar es positivo o negativo • Si el resultado es negativo, el valor evaluado corresponde a un máximo y si el resultado es positivo, el valor evaluado corresponde a un mínimo

Cuadro 3 Descripción de las categorías que conforman la escala de apreciación. Elaboración propia.

<table>
<tr><th colspan="5">EQUIPO No. ___</th></tr>
<tr><th colspan="5">Escala de apreciación y lista de cotejo para evaluar la Estrategia de enseñanza – aprendizaje para el tema de “Determinación de valores máximos y mínimos”</th></tr>
<tr><th rowspan="2">INDICADOR</th><th colspan="4">CATEGORÍAS</th></tr>
<tr><th>Siempre</th><th>Casi siempre</th><th>Algunas veces</th><th>Nunca</th></tr>
<tr><td>1.- Logró representar las funciones propuestas en el registro gráfico.</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2.- Identificó los valores en x para los cuales la función puede tomar valores máximos o mínimos en el intervalo cerrado especificado.</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3.- Logró un tratamiento en el registro algebraico al encontrar la derivada de la función propuesta.</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4.- Logró un tratamiento en el registro gráfico al graficar la derivada de la función propuesta.</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5.- Identificó los valores en x para los cuales se hace cero la derivada (puntos críticos).</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>7.- Logró un tratamiento en el registro algebraico al encontrar la segunda derivada de la función propuesta.</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>8.- Logró un tratamiento en el registro gráfico al graficar la segunda derivada de la función propuesta.</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>9.- Evaluó correctamente los puntos críticos en la segunda derivada, estableciendo la positividad o negatividad de los resultados.</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><th rowspan="2">INDICADOR</th><th colspan="4"></th></tr>
<tr><th colspan="2">SI</th><th colspan="2">NO</th></tr>
<tr><td>6.- Identificó que los puntos críticos encontrados corresponden a los valores en x encontrados en la sección 1.</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>10.- Relacionó la positividad de los resultados del punto anterior con los valores mínimos encontrados en la sección 1 y la negatividad de los resultados con los valores máximos encontrados en la sección 1.</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>11.- Logró la conversión entre el registro gráfico y algebraico al explicar el procedimiento concreto para encontrar los puntos máximos y mínimos de una función.</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

Cuadro 4 Instrumento de evaluación de la estrategia de enseñanza-aprendizaje para el tema de “Determinación de valores máximos y mínimos”. Elaboración propia.

4.2.2 Análisis estadístico de resultados

A continuación, se presentan los resultados obtenidos al evaluar la estrategia de enseñanza-aprendizaje para el tema de “Determinación de valores máximos y mínimos”, aplicada a 43 alumnos de 57 inscritos, teniendo en cuenta que el curso terminó con 50 alumnos debido a diversas circunstancias personales de cada uno. Estos 43 alumnos fueron aquellos asistentes a los días en que se aplicó la actividad y se dividieron en un total de 13 equipos.

Los siguientes porcentajes están calculados tomando como referencia que 13 equipos representan el 100 % de equipos que trabajaron en la estrategia didáctica, por lo que el porcentaje presentado para cada apreciación en su respectivo indicador representa el porcentaje de equipos que tuvieron un determinado desempeño.

Categoría	Descripción
Siempre	El equipo logró el correcto cumplimiento del indicador mencionado en los tres ejercicios proporcionados.
Casi siempre	El equipo logró el correcto cumplimiento del indicador mencionado en dos de los tres ejercicios proporcionados.
Algunas veces	El equipo logró el correcto cumplimiento del indicador mencionado en uno de los tres ejercicios proporcionados.
Nunca	El equipo no logró el correcto cumplimiento del indicador mencionado en ninguno de los tres ejercicios proporcionados.
SI (solo indicador 11)	La respuesta contiene todos los siguientes elementos: • Encontrar la primera derivada • Identificar los puntos críticos • Encontrar la segunda derivada • Evaluar los puntos críticos en la segunda derivada • Identificar si el resultado al evaluar es positivo o negativo • Si el resultado es negativo, el valor evaluado corresponde a un máximo y si el resultado es positivo, el valor evaluado corresponde a un mínimo

Cuadro 5 Descripción de las categorías que conforman la escala de apreciación. Elaboración propia.

INDICADOR		SIEMPRE	CASI SIEMPRE	ALGUNAS VECES	NUNCA
1	Representó funciones registro gráfico.	100			
2	Identificó valores en x máximos y mínimos	76.9	23.1		
3	Primera derivada algebraicamente	84.6	15.4		
4	Primera derivada gráficamente	84.6	15.4		
5	Identificó puntos críticos	84.6	7.7	7.7	
7	Segunda derivada algebraicamente	84.6		15.4	
8	Segunda derivada gráficamente	84.6		15.4	
9	Evaluó correctamente puntos críticos en la segunda derivada	84.6	7.7		7.7
INDICADOR		**SI**	**NO**		
6	Identificó los puntos críticos como los máximos y mínimos	46.2	53.8		
10	Relacionó el signo de la segunda derivada: los valores negativos con los máximos y los positivos con los mínimos.	38.5	61.5		
11	Explicó el procedimiento para encontrar valores máximos y mínimos en funciones continuas.	15.4	84.6		
		* Cifras presentadas corresponden a porcentajes			

Cuadro 6 Resultados de la evaluación de la estrategia de enseñanza-aprendizaje para el tema de "Determinación de valores máximos y mínimos". Elaboración propia.

Podemos observar que, en general, en la primera sección de la estrategia didáctica los alumnos presentan un buen desempeño, situándose el mayor porcentaje en apreciaciones como siempre y casi siempre, siendo notorio que más del 70% (Indicadores 1,2,3,4,5,7,8 y 9) de los equipos lograron cumplir con las actividades propuestas en tres de los tres ejercicios presentados. Encontramos una constante en los resultados al solicitar la representación gráfica y algebraica de la primera derivada de la función propuesta, por lo que podemos deducir que la mayoría (84.6% indicadores 3 y 4) de los equipos logró un tratamiento tanto en el registro gráfico como en el algebraico, posteriormente observamos que se mantiene el porcentaje mayoritario (84.6% indicadores 7 y 8) al solicitar la segunda derivada de la función propuesta, obteniendo un segundo tratamiento en los registros gráfico y algebraico.

Además, se muestra que el 76.9% (indicador 2) de los equipos son capaces de identificar diversos objetos matemáticos como son el valor máximo y mínimo que puede tomar una función al observar su gráfica en los tres ejercicios a resolver, mientras que el 84.6% (indicador 5) de los equipos identificaron acertadamente en todos los ejercicios los puntos críticos en la gráfica de la primera derivada, datos indispensables que los alumnos identifiquen para encontrar la relación existente entre la posición en el eje de las abscisas donde se sitúan los valores máximo y mínimo observados en la función original (indicador 2) y la posición en el mismo eje de los puntos críticos correspondientes a la primera derivada de la función (indicador 5), con el objetivo de presentar una importante relación entre ambas funciones. Asimismo, al comparar ambos porcentajes ya descritos, podemos observar que hay una diferencia del 7.7%, lo que significa que ese porcentaje de equipos probablemente no encuentren la relación existente entre ambos objetos, presentándose además una diferencia de porcentajes entre la apreciación casi siempre con 23.1% para el indicador 2 y de 7.7% para el indicador 5, presentándose además un 7.7% en la apreciación de casi nunca para el indicador 5. Es importante que los alumnos obtuvieran un porcentaje de asertividad similar en sus respuestas de los indicadores 2 y 5, ya que nos revelan que los datos obtenidos en cada uno de sus respectivos ejercicios son exactamente los mismos, resultado que nos lleva a concluir que para encontrar el valor en x para el cual una función puede tomar un valor máximo o mínimo, sin necesidad de tener su representación gráfica, es necesario obtener los puntos críticos de la primera derivada.

Al final de esta primera sección, hacemos énfasis en que el alumno reconozca ya identificados los puntos críticos, como distinguir cuál punto pertenece a la posición relacionada con el máximo y cuál a la posición relacionada con el mínimo, por lo que se le solicita evaluar los puntos críticos en la segunda derivada, aquí encontramos que el 84.6% (indicador 9) de los equipos lograron situarse en la categoría siempre, mientras que el 7.7% (indicador 9) se situó en casi siempre y en única ocasión obtenemos en la categoría nunca a un 7.7% (indicador 9) de nuestra población, lo que indica que este porcentaje no realizó esa parte de la actividad.

Posteriormente, analizamos la segunda parte de nuestros resultados correspondiente a la lista de cotejo que contempla los indicadores 6, 10 y 11. Al observar los resultados obtenidos en esta sección, podemos notar un drástico cambio en cuanto a los porcentajes obtenidos, ya que la mayoría de los equipos no obtuvo los resultados deseados que fueron evaluados por estos indicadores.

El indicador 6, es de suma importancia que los alumnos respondieran de manera acertada, ya que es el que confirma haber observado la relación existente entre la posición en el eje x de los valores máximo y mínimo en la función original y la posición de los puntos críticos de la primera derivada, se obtuvo un 46.2% (indicador 6) de los equipos que encontraron satisfactoriamente esta relación, mientras que el 53.8% (indicador 6) no la encontró. Que el alumno identifique lo descrito anteriormente es indispensable para unir las relaciones entre cada uno de los ejercicios propuestos anteriormente, reconocer el por qué necesitamos encontrar los puntos críticos de la primera derivada para conocer la posición de los valores máximo y mínimo.

El siguiente indicador que analizar corresponde al número 10, alude a conocer si los alumnos después de evaluar los puntos críticos en la segunda derivada (indicador 9) y una vez agrupados los valores que resultaron positivos y los valores resultantes negativos, fueron capaces de identificar que cada conjunto de valores correspondía ya sea a los valores máximos o a los valores mínimos encontrados en la primera sección de la estrategia didáctica. Los porcentajes resultantes nos indican que únicamente el 38.5% (indicador 10) de los equipos encontró la relación mencionada anteriormente. Cabe destacar que ésta pregunta está ampliamente relacionada con los resultados de los indicadores 9 y 6, ya que previamente el alumno debió evaluar los puntos críticos correctamente en la segunda derivada y además identificar que los puntos críticos corresponden con la posición de los máximos y mínimos encontrados previamente, por lo que al haber una disminución de porcentaje de respuestas acertadas en esos indicadores, por ende se muestra una decadencia del 7.7% (entre indicadores 6 y 10) en la asertividad en respuesta a este indicador.

Por último, analizamos el indicador 11, el cual mediante las acciones de reflexión y síntesis del alumno y una vez realizadas las actividades cognitivas de representación y tratamiento evaluadas con los indicadores anteriores, se espera que el alumno llegue a la actividad cognitiva de la conversión, al establecer y concretar relaciones entre las representaciones gráficas y algebraicas que estuvieron en tratamiento durante la resolución de la estrategia didáctica solicitándole a los alumnos describir de manera puntual en el último ejercicio el método para encontrar valores máximos y mínimos que puede tomar una función. Cabe resaltar que se tiene como objetivo esa búsqueda de relaciones con el propósito de que el alumno adquiera un aprendizaje significativo, el cual tiene como fundamento que para que éste se logre, debe buscarse la interacción entre los conocimientos que se encuentran en la estructura cognitiva del alumno (derivadas, puntos críticos, segundas derivadas y evaluar funciones) y el nuevo conocimiento (determinación de valores máximo y mínimo), con el objetivo de que se adquiera un significado e ingrese el nuevo conocimiento de manera relevante a la estructura cognitiva de los estudiantes, el cual se espera lograrse llevando al alumno a que a su vez desarrolle las actividades cognitivas propuestas por Duval (1998).

Al analizar los resultados que nos presenta éste indicador, podemos notar que únicamente el 15.4% (indicador 11) de los equipos lograron concretar esta actividad en la forma esperada, mientras que el 84.6% (indicador 11) obtuvo respuestas parcialmente correctas (omitiendo uno o dos aspectos para encontrar los máximos y mínimos) o no contestaron esa actividad; dado que este instrumento toma en cuenta de forma secuencial la actividad de los alumnos, al haber una diminución de porcentaje de respuestas acertadas en los indicadores anteriores, se presenta de igual manera una disminución de respuestas acertadas en esta ocasión, por lo que es importante notar que los alumnos presentan un buen desempeño constante en las actividades técnicas de resolución de derivadas y graficación de funciones, de encontrar puntos críticos e identificar puntos máximos y mínimos, pero comienza a presentar problemáticas al momento de solicitarle actividades que implican reflexión, síntesis y encontrar relaciones entre diversos datos.

4.2.3 Interpretación de los resultados:

Al realizar el análisis de los resultados obtenidos y además haber participado activamente en la aplicación de la estrategia didáctica, con base en la observación y la intervención realizadas y documentadas en el diario de campo anexado (Anexo No.5*) podemos realizar una interpretación de estos resultados, con el objetivo de conocer las fortalezas de nuestra estrategia didáctica pero sobre todo nuestras oportunidades de mejora para posteriormente realizar las adecuaciones necesarias que surjan a partir de esta investigación y nos permitan llegar a los objetivos propuestos inicialmente.

Podemos observar un claro dominio por parte de la mayoría de los equipos (84.6% indicadores 3 y 4) al encontrar la primera y segunda derivada de una función algebraicamente y además de representar y reconocer su gráfica, se presenta una cierta deficiencia al tratar de encontrar la segunda derivada por parte de los equipos que tuvieron errores al encontrar la primera derivada (15.4% indicadores 3 y 4) al aplicar equivocadamente reglas básicas de derivación y, por consiguiente, muestran una gráfica errónea a la solicitada.

La mayoría de los equipos utilizaron como recurso para realizar las gráficas sus teléfonos celulares, una menor cantidad utilizó computadoras portátiles, y en menor número, tabletas, donde previamente se había instalado el software o la aplicación GeoGebra, y se dedicó parte de una sesión para explicar el uso y funcionamiento de esta herramienta; cabe resaltar que para encontrar la posición del punto máximo y mínimo o la ubicación de los puntos críticos era necesario que situaran manualmente un “punto” sobre la gráfica aproximándolo lo más posible al punto que consideraban era alguno de los mencionados anteriormente, para así, con ayuda de la vista algebraica conocer la coordenada sobre el eje x que se les solicitaba. El trabajar con dispositivos pequeños como el teléfono celular o la tableta y sobre todo valernos de una herramienta que utiliza la aproximación dio paso a que los equipos tuvieran diferencias en sus respuestas de décimas o incluso de centésimas, lo cual no es significativo para la primera parte de la estrategia didáctica, pero sí resultó ser fundamental para los ejercicios posteriores. De esta parte, podemos concluir que la mayoría de los equipos presenta un dominio del 76.9% (indicador 2) al encontrar los valores para los cuales una función puede tomar un valor máximo y mínimo y del 84.6% (indicador 5) al identificar los puntos críticos de la primera derivada.

Al finalizar la primera sección donde evaluamos mediante una escala de apreciación, nuevamente podemos cerciorarnos que la mayoría de los equipos (84.6% indicador 9) son capaces de evaluar correctamente los puntos críticos en la segunda derivada y establecer si el resultado obtenido es negativo o positivo.

La interpretación que podemos realizar de esta primera evaluación de los resultados es que la mayoría de los alumnos cumple con haber desarrollado las actividades cognitivas de representación y tratamiento en los registros gráfico y algebraico, por lo que podemos evidenciar un claro dominio en la parte técnica encontrando derivadas, identificando gráficamente algunas funciones, puntos críticos y máximos o mínimos.

La segunda parte correspondiente a la lista de cotejo, una vez analizada y contrastando con la experiencia descrita en el diario de campo, podemos interpretar que la mayoría de los alumnos no identificaron los puntos críticos como los máximos o mínimos encontrados previamente debido principalmente a los valores a los que llegaron al utilizar el graficador y siendo sus respuestas diversas aproximaciones a la respuesta correcta; las respuestas obtenidas en su mayoría eran valores con diferencias de décimas o centésimas, pero al momento de intentar encontrar una relación, los alumnos observaban que el punto crítico era una décima o centésima distinto al máximo o mínimo encontrado y por lo tanto, no llegaban a la conclusión por falta de precisión manual y por aproximación de que ambos valores tendían al mismo punto; por otro lado, el material impreso proporcionado a los alumnos resultó poco eficiente, ya que al ser tres hojas impresas por ambos lados y los recuadros tan similares en su diseño, hacían que el alumno se perdiera al revisar entre hojas y cuadros llegando a confundirse y no ser muy fácil de apreciar la relación que esperábamos que los alumnos encontraran.

Posteriormente, se pudo observar que no se presentó gran problema al evaluar los puntos críticos en la segunda derivada y establecer si el resultante era positivo o negativo, pero sí al establecer la relación entre todos los valores resultantes negativos con los valores máximos encontrados previamente y los valores positivos con los mínimos; interpretamos que se presentó esta dificultad debido a la problemática descrita en el párrafo anterior, ya que al seguir comparando los puntos críticos con los máximos o mínimos encontrados previamente y que no eran exactamente iguales en muchos casos, no concluían con la relación buscada con este ejercicio. Por otro lado, hubo algunos casos en donde en lugar de establecer como positivo o negativo el resultado de evaluar el punto crítico en la segunda derivada, anotaban el punto crítico ya fuese negativo o positivo; además para esta parte de la estrategia didáctica, al ser de las últimas preguntas, algunos equipos no se tomaron el tiempo necesario para reflexionar lo que se les solicitaba debido al tiempo restante para dar inicio a su clase siguiente.

Finalmente, se buscaba que el alumno fuera capaz de llegar a la actividad cognitiva de conversión, en la que mediante la reflexión, síntesis y el establecer relaciones entre las representaciones gráficas y algebraicas los alumnos describieran de forma concisa el procedimiento para obtener los valores máximos y mínimos que puede tomar una función; para que la respuesta se tomara como correcta, su descripción debía contener todos los aspectos esenciales para encontrar dichos valores:

- Encontrar la primera derivada
- Identificar los puntos críticos
- Encontrar la segunda derivada
- Evaluar los puntos críticos en la segunda derivada
- Identificar si el resultado al evaluar es positivo o negativo
- Si el resultado es negativo, el valor evaluado corresponde a un máximo y si el resultado es positivo, el valor evaluado corresponde a un mínimo

y encontramos que el 15.4% (indicador 11) de los equipos cumplió con los aspectos requeridos para obtener una respuesta correcta; estos equipos tenían en común haber resuelto acertadamente todos los ejercicios y preguntas anteriores, además eran equipos que trabajaron concentrados, dedicados y con una actitud de aprendizaje significativo mostrando disposición para trabajar con el material. Por otro lado, los demás equipos llegaron a respuestas incompletas o incluso no contestaron la última actividad, ya que al ser una actividad de cierre y que sintetiza todo el trabajo realizado previamente, al no haber trabajado adecuadamente, tomando en cuenta actitud y dedicación o no haber respondido correctamente las preguntas anteriores y sin una reflexión a profundidad, no hay evidencia de haber logrado la conceptualización del objeto tratado durante la resolución de esta estrategia didáctica.

Por otro lado, mediante la observación realizada durante la resolución de la estrategia, pudimos percibir que el tratar con tres funciones diferentes le resultaba un tanto tedioso al alumno, repetir cada tarea asignada con las tres funciones arrojaba una cantidad de datos que resultaron complicados de organizar, analizar y encontrar relaciones entre ellos.

De acuerdo con la teoría del Aprendizaje Significativo (Ausubel, 1983), para que se logre un aprendizaje significativo es necesario que el material que se le presente a los alumnos sea potencialmente significativo y que además el alumno tenga una actitud de aprendizaje significativo, pero cabe destacar que además se menciona que de haber material que resulte carecer de condiciones de ser potencialmente significativo y mientras los alumnos presenten una buena actitud, ellos se esforzarán por encontrar las relaciones entre sus estructuras cognitivas (derivadas, puntos críticos, segundas derivadas y evaluar funciones) y el nuevo conocimiento (determinación de valores máximo y mínimo), siendo esto lo ocurrido con el 15.4% (indicador 11) de los equipos, que presentaron una actitud de aprendizaje significativo a pesar de haber encontrado ciertas dificultades con el material propuesto. Cabe mencionar que lo idóneo es que se tenga un material potencialmente significativo y que además los alumnos tengan una actitud de aprendizaje significativo, por lo que al realizar esta intervención y analizar las oportunidades de mejora de este material se realizará una propuesta de un nuevo material para lograr que se cumplan las dos condiciones necesarias para obtener un aprendizaje significativo.

Podemos concluir que la formación de la mayoría de los alumnos participantes de esta investigación, resultó en obtener alumnos operativos, capaces de resolver derivadas, segundas derivadas, identificar gráficas de funciones y puntos críticos, mientras que los alumnos reflexivos que demostraron su capacidad de síntesis y de reconocimiento de relaciones fueron minoría; como ya se mencionó anteriormente, al hacer la interpretación de resultados, podemos aludir que una considerable parte de las causas de estos resultados se debe al material empleado, su presentación, distribución, modo de impresión y por otro lado a la variedad de aproximaciones que se pudieron obtener al trabajar con una herramienta que daba oportunidad a la falta de precisión y por consiguiente la dificultad para encontrar una relación.

4.3 Estrategia para el tema: "Problemas de optimización que impliquen la aplicación de máximos y mínimos".

4.3.1 Instrumentos de evaluación

Para evaluar la segunda estrategia didáctica se diseñó una lista de cotejo con el objetivo de identificar si los alumnos son capaces de dar solución a la problemática planteada bajo un enfoque contextual que representa una posible situación que se les pudiera presentar a los alumnos en su quehacer laboral como Ingenieros Agrónomos Zootecnistas y que tuviera como objetivo la optimización de recursos económicos, materiales y espaciales. Una vez estudiado el método para determinar valores máximos y mínimos con la estrategia didáctica 1 (Estrategia de enseñanza-aprendizaje para el tema de “Determinación de valores máximo y mínimo), los alumnos debían leer detenidamente la situación planteada para posteriormente plantear la función que modelase correctamente la situación, realizar el procedimiento para encontrar valores máximos y mínimos de una función con el objetivo de establecer el valor que minimizara el costo de materiales necesarios para la construcción de una bodega, determinar la cantidad de madera necesaria y proporcionar el monto del gasto mínimo a realizarse.

Cada uno de los indicadores que conforman la lista de cotejo está basado en el eje vertebral de un currículum etnomatemático que consiste en una serie de actividades relacionadas con el entorno que implican matemáticas y que están presentes en todas las culturas (D’ Ambrosio, 2004), se espera que el alumno mediante la resolución de la estrategia ponga en práctica estas actividades que son contar, medir, orientarse, jugar y diseñar. A continuación, se describe cómo observamos la puesta en práctica de cada una de estas actividades de acuerdo con los ejercicios realizados en la estrategia didáctica.

Indicadores:

1. Logró el planteamiento de la función de costo a optimizar; hace referencia al juego, ya que se establece una sola función que cumple con todos los aspectos a optimizar que se solicitan en la situación planteada. Según la teoría Etnomatemática (D’ Ambrosio, 2004), el jugar hace referencia al establecimiento de normas y reglas de inferencia; además el alumno debió orientarse para plantear adecuadamente la función solicitada, tomando en cuenta la ubicación de la bodega dadas las condiciones de la forma que debe tener para su construcción con base en la forma del terreno con el que se cuenta.

2. Determinó el valor mínimo para el cual se optimiza la función de costo; en este caso, se hace referencia a las actividades de medir y contar, ya que estamos obteniendo la medida de un lado de la bodega, la cuál será la base para posteriormente encontrar las demás medidas y, por consiguiente, la cantidad de madera necesaria y el gasto mínimo a realizarse para la construcción, además estamos cuantificando el espacio que nos establece para construir la bodega, que se limita a mencionar que ésta debe ser de base cuadrada horizontal.
3. Logró encontrar las dimensiones que deberá tener la bodega para realizar un gasto mínimo. Este indicador está basado en la actividad de medir, al establecer las dos dimensiones (base y altura) que debe tener la bodega para minimizar el gasto; contar al cuantificar el entorno en donde se construirá la bodega, estableciendo como tal la altura que se debe tener para cumplir con todas las condiciones solicitadas.
4. Determinó la cantidad de madera necesaria para la construcción de la bodega; en este caso, además de hacer alusión a contar y medir, como se mencionó en los indicadores anteriores, también se toma en consideración el diseñar, ya que se tiene una idea clara de la forma, la estructura, la cantidad de material a utilizar y va tomando forma la bodega a realizar, se convierte en algo real y posible; en este indicador es sobresaliente la presencia de la cuantificación, ya que se establece la cantidad de madera necesaria para la construcción.
5. Determinó el gasto mínimo que se realizará en la compra de madera para la construcción de la bodega; hace referencia a la cuantificación en términos monetarios para conocer dadas las condiciones solicitadas, cuál será el gasto mínimo para la construcción de la bodega tomando en cuenta espacio, precio de la madera y cantidad de madera a utilizar.

A continuación, se presenta la lista de cotejo utilizada para evaluar la estrategia de enseñanza – aprendizaje “Problemas de optimización que impliquen la aplicación de máximos y mínimos”, la cual busca conocer si el alumno logró dar respuesta a cada una de las preguntas planteadas o no y a su vez identificar las actividades que componen el eje vertebral de un currículum etnomatemático que el alumno trabajó y desarrolló durante la resolución de la estrategia didáctica.

EQUIPO No. __		
Lista de cotejo para evaluar la Estrategia de enseñanza – aprendizaje para el tema de "Problemas de optimización que impliquen la aplicación de máximos y mínimos"		
INDICADOR	**SI**	**NO**
1.- Logró el planteamiento de la función costo a optimizar		
2.- Determinó el valor mínimo para el cual se optimiza la función costo.		
3.- Logró encontrar las dimensiones que deberá tener la bodega para realizar un gasto mínimo.		
4.- Determinó la cantidad de madera necesaria para la construcción de la bodega.		
5.- Determinó el gasto mínimo que se realizará en la compra de madera para la construcción de la bodega.		

Cuadro 7 Instrumento de evaluación de la estrategia de enseñanza – aprendizaje para el tema de "Problemas de optimización que impliquen la aplicación de máximos y mínimos". Elaboración propia.

4.3.2 Análisis estadístico de resultados

A continuación, se presentan los resultados obtenidos al evaluar la estrategia de enseñanza-aprendizaje para el tema de "Problemas de optimización que impliquen la aplicación de máximos y mínimos", aplicada a 43 alumnos de 57 inscritos, teniendo en cuenta que el curso terminó con 50 alumnos debido a diversas circunstancias personales de los ausentes. Estos 43 alumnos fueron aquellos asistentes a los días en que se aplicó la actividad y se dividieron en un total de 13 equipos.

Los siguientes porcentajes fueron calculados tomando como referencia que 13 equipos representan el 100 % de equipos que trabajaron en la estrategia didáctica, por lo que el porcentaje presentado para cada apreciación en su respectivo indicador representa el porcentaje de equipos que tuvieron un determinado desempeño.

INDICADOR		SI	NO
1	Logró el planteamiento de la función costo a optimizar	100.0	0.0
2	Determinó el valor mínimo para el cual se optimiza la función costo	76.9	23.1
3	Logró encontrar las dimensiones que deberá tener la bodega para realizar un gasto mínimo	76.9	23.1
4	Determinó la cantidad de madera necesaria para la construcción de la bodega	69.2	30.8
5	Determinó el gasto mínimo que se realizará en la compra de madera para la construcción de la bodega	69.2	30.8
	* Cifras presentadas corresponden a porcentajes		

Cuadro 8 Resultados de la evaluación de la estrategia de enseñanza – aprendizaje para el tema de "Problemas de optimización que impliquen la aplicación de máximos y mínimos". Elaboración propia.

Podemos observar que en general, la mayoría de los alumnos logró plantear, encontrar y determinar los diferentes datos que se le solicitaba proporcionar en la estrategia didáctica, estando por encima del 69% (indicadores 1 a 5) aquellos equipos que demostraron haber puesto en práctica las actividades de medir, contar, orientarse, diseñar y jugar.

Encontramos además que se presenta una disminución del porcentaje de equipos que lograron cumplir con lo solicitado en la estrategia didáctica conforme se fue avanzando en la resolución de la actividad, pasando de un 100% (indicador 1) de equipos que lograron el planteamiento de la función costo a optimizar a llegar a un 69.2% (indicador 5) de equipos que determinaron el gasto mínimo que se realizará en la compra de madera para la construcción de la madera, reflejando una elevación en la complejidad de las tareas.

Cabe destacar que el 100% recuperado de nuestro primer indicador, representa que todos los equipos pusieron en práctica la actividad del juego, que en este caso consiste en el establecimiento de reglas de inferencia (planteamiento de la función de costo a optimizar), puesto que se trata del manejo de una teoría que busca que se fomente un ambiente de resolución de problemas en el aula en donde las matemáticas sean construidas a través de la socialización y que a través de esa comunicación se logre establecer un punto de partida universal (función a optimizar), así fue como se logró que todos los equipos lograran cumplir con ésta actividad. La interacción entre los alumnos de cada equipo resultó fundamental para el correcto planteamiento de la función, ya que se debió tomar en cuenta la ubicación de la bodega considerando la forma solicitada y el espacio del terreno con el que se contaba.

Posteriormente, observamos que, para el segundo y tercer indicador, los porcentajes de asertividad por parte de los equipos se encuentra en el 76.9% (indicadores 2 y 3). En el Cuadro 8 se muestra que este porcentaje de alumnos fue capaz de realizar correctamente el procedimiento estudiado con la estrategia didáctica 1 (Estrategia de enseñanza-aprendizaje para el tema de “Determinación de valores máximo y mínimo”), cabe recordar que al hacer el análisis de resultados de la aplicación de esa estrategia, se obtuvo una minoría de equipos que lograron establecer mediante la síntesis y la reflexión un procedimiento para encontrar máximos y mínimos, pero al utilizar los principios que establece D’ Ambrosio (2004) como son la actitud Etnomatemática (ver Capítulo 2.3) por parte del profesor aplicador y el ambiente de resolución de problemas en el aula, se logró una interacción entre el grupo y el profesor aplicador como guía para que en conjunto se llegase a ese procedimiento sintetizado y se pudiera realizar esta segunda estrategia didáctica encontrando el valor mínimo para el cual se minimiza la función costo y posteriormente mediante una sencilla relación con el volumen que debía tener la bodega se encuentre la segunda dimensión que es la altura de la bodega;

cabe destacar que ese 76.9% (indicador 3) de alumnos pusieron en práctica las actividades de contar y medir, ya que obtuvieron las dimensiones de la bodega y cuantificaron el espacio en términos de longitudes, ya que en la situación planteada sólo se proporcionaron datos de volumen y de forma.

Luego, notamos que el cuarto y quinto indicador decayeron en asertividad a un 69.2% (indicadores 4 y 5), en el Cuadro 8 se muestra que este porcentaje de alumnos fueron capaces de integrar nociones de área, diseño, visualización para proporcionar la respuesta que evalúa el cuarto indicador y cuantificar el total de madera necesaria para construir la bodega con las especificaciones solicitadas. Además, en la respuesta evaluada por el indicador cinco se hace referencia a la cuantificación ya no solo en términos longitudinales sino también en términos monetarios, cuantificando el gasto mínimo a realizarse para la construcción de la bodega, dato que el IAZ podrá proporcionar como mejor presupuesto para la asignación del trabajo a realizar con un sólido fundamento matemático.

4.3.3 Interpretación de resultados

Al realizar el análisis de los resultados obtenidos, además de haber participado activamente en la aplicación de la estrategia didáctica con base en la observación y la intervención realizadas y documentadas en el diario de campo adjunto (ver Anexo No. 3) podemos realizar una interpretación de estos resultados, con el objetivo de conocer las fortalezas de nuestra estrategia didáctica, pero sobre todo nuestras oportunidades de mejora para posteriormente realizar las adecuaciones necesarias que surjan a partir de esta investigación y nos permitan llegar a los objetivos propuestos inicialmente.

Podemos observar que al modificar la interacción entre los alumnos participantes y el profesor aplicador poniendo en práctica los fundamentos teóricos de la Etnomatemática (D’Ambrosio, 2004) mediante la socialización de las ideas y conclusiones a las que llegaron los diferentes equipos y apoyándose en la guía y mediación del profesor aplicador se logró que todos los equipos pudieran comenzar satisfactoriamente con la resolución de esta estrategia didáctica ya que se llegó a establecer un punto de partida que es el planteamiento de la función a optimizar; este aspecto fue relevante ya que gracias a esta intervención se dio oportunidad de disipar dudas existentes en algunos equipos que dificultaban llegar a una efectiva conclusión de la estrategia didáctica anterior, este apoyo se suscitó tanto por parte del profesor aplicador como entre los mismos alumnos que concluyeron acertadamente con dicha estrategia.

Posteriormente, de acuerdo a los resultados y a la observación durante la aplicación de la estrategia, la disminución en el porcentaje de asertividad para los siguientes indicadores se debió principalmente al poco tiempo que dedicaron la mayoría de los equipos, ya que al no concluir algunos con la estrategia didáctica anterior en el tiempo propuesto, a pesar de que se les solicitó continuar con la estrategia siguiente, los alumnos seguían trabajando todavía en la anterior, por lo que al tener que presentarse a su siguiente clase, el 30.8% (indicador 5) de los equipos no logró determinar el gasto mínimo que se realizará para la compra de la madera. Dentro de ese porcentaje, podemos rescatar que el 7.7% de los equipos (diferencia porcentual entre los indicadores 3 y 5) logró encontrar el valor mínimo para el cual se optimiza la función de costo y además encontró las dimensiones que debe tener la bodega para que cumpla con las condiciones necesarias. A pesar de que sí presentaron una respuesta para los siguientes indicadores, éstas fueron incorrectas y no presentaron tampoco el procedimiento realizado para estas dos últimas respuestas; de lo anterior, podemos deducir que se debió a algún error de cálculo al obtener áreas o al considerar la cantidad de paredes a construir y por consiguiente no determinaron correctamente el gasto mínimo que se realizará para la compra de madera.

La reflexión realizada sobre los errores cometidos por los alumnos nos obliga, en intervenciones futuras, a hacer mayor énfasis en la retroalimentación continua que guíe a los alumnos hacia un proceso de metacognición en el que, al observar que no se llegó a la respuesta correcta, reflexionen y busquen el origen de su error para posteriormente rectificar y proporcionar una respuesta adecuada; esto es importante ya que como se mencionó en el párrafo anterior, probablemente haya habido un error de cálculo de áreas o en otra operación, o la omisión de alguna de las paredes de la bodega, el cual no permitiese que se reflejara la capacidad de los alumnos para resolver problemas en los que se elevó la complejidad.

Por otro lado, tenemos que a pesar de que se presentaron las situaciones mencionadas en el párrafo anterior, más de la mayoría de los equipos lograron dar respuestas acertadas a las preguntas planteadas en la estrategia didáctica; es notoria la diferencia de desempeño por parte de los alumnos entre la primera estrategia didáctica y la segunda, en donde ahora las matemáticas están relacionadas con su contexto y con su actividad laboral, además de que se comenzó la resolución de la estrategia mediante una construcción social de la función a minimizar promoviendo que todos los alumnos aportaran ideas creando un ambiente de resolución de problemas; se pudo llegar a realizar este tipo de actividades debido al tipo de problema planteado, ya que se buscaba plantear un problema “rico” (de acuerdo a la definición de la Etnomatemática, como se presentó en Capítulo 2.3) que fomentara el interés y participación activa de los alumnos.

En esta ocasión, no se presentaron dificultades para trabajar con el material proporcionado, pero sí en cuestión de tiempo; para mejorar en este aspecto, se propone proporcionar un lapso mayor y un momento específico para la resolución de esta estrategia exclusivamente.

Teniendo como evidencia los diarios de campo realizados mediante la observación de la aplicación de la estrategia, videos y fotografías que muestran la actitud de los alumnos durante la resolución de la situación planteada, podemos concluir que la mayoría de los alumnos obtuvieron un aprendizaje significativo con esta estrategia didáctica ya que se cuenta con un material potencialmente significativo y además los alumnos mostraron tener una actitud de aprendizaje.

CAPÍTULO 5: PROPUESTA PARA FUTURAS INVESTIGACIONES

Una vez analizados e interpretados nuestros resultados, realizamos una propuesta con la intención de mejorar los aspectos detectados al momento de la implementación de la estrategia y durante su revisión que pudieron ser factores para que sólo una minoría llegase al objetivo de aprendizaje.

Esta propuesta se diseña con el objetivo de aplicarla en un curso futuro como estrategia de enseñanza-aprendizaje y consiste en un Objeto de Aprendizaje (OdA), el cual se caracteriza por estar diseñado bajo el enfoque de las Representaciones Semióticas (Duval, 2004) de igual manera que nuestra estrategia de enseñanza-aprendizaje ya aplicada, salvo que en esta ocasión se pretende erradicar los factores que se considera dieron lugar a un bajo porcentaje de alumnos que llegaron a la conceptualización del objeto matemático, empezando por modificar por completo la forma de interacción entre el alumno y el material didáctico, su distribución y accesibilidad a toda la información de la estrategia en una sola pantalla, con el objetivo de facilitar el que el alumno encuentre las relaciones que se soliciten; además, el objeto de aprendizaje tiene la opción de establecer preguntas con respuesta de opción múltiple, por lo que al proporcionar diversos valores como respuesta, el alumno deberá seguir utilizando una herramienta de graficación para identificar los puntos máximos o mínimos y los puntos críticos no obstante, al momento de proporcionar una respuesta, deberá seleccionar la que considere correcta según su mejor aproximación, esto favorecerá que el alumno no descarte posibilidades de relacionar objetos por el simple hecho de haber cometido errores de precisión o no haber utilizado la aproximación para encontrar una relación que es fundamental para el desarrollo de la actividad cognitiva de la conversión.

Por otro lado, al ser una actividad que el alumno realizará en horario extra clase y que será abierto en un momento específico, permitirá que el alumno dedique una parte de su tiempo específicamente a la resolución de la estrategia didáctica y mejore su atención y concentración al no verse presionado por llegar a tiempo a una clase siguiente y pueda lograr una reflexión del trabajo realizado. Además, en el objeto de aprendizaje se trabaja con solamente dos funciones y no con tres como en la estrategia aplicada. Se redujo la cantidad de funciones ya que al trabajar con tres de ellas resultaba muy tedioso para el alumno resolver cada indicación y arrojaban una cantidad de datos como respuesta que dificultaban la organización de datos y la visualización de relaciones, por lo que consideramos que con dos ejercicios es suficiente para hacer comparaciones, encontrar relaciones y trabajar en el desarrollo de las diferentes actividades cognitivas. Asimismo, se incluye en el objeto de aprendizaje el sitio en línea de GeoGebra incrustado para facilitar el acceso del alumno a la realización de las gráficas.

A continuación, se presenta y describe el objeto de aprendizaje propuesto y sus componentes, justificando cada parte del diseño con el referente teórico propuesto por Duval (2004), está diseñado en el software libre exeLearning y para su implementación será insertado en la plataforma Moodle para la aplicación a la próxima generación de Ingenieros Agrónomos Zootecnistas de la Facultad de Agronomía y Veterinaria de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí (en Schoology para fines de revisión del documento de tesis, código de acceso al curso: GH279-B4GWQ, Unidad 2 – Tema 8: Máximos y Mínimos).

5.1 Objeto de Aprendizaje 1: Máximos y Mínimos

1.- Estrategia de enseñanza-aprendizaje para el tema de "Determinación de valores máximo y mínimo" para la modalidad a distancia.

Objetivos:

- El alumno visualizará de manera gráfica la relación que existe entre los máximos y mínimos de una función y las raíces de la primera derivada, así mismo interpretará la acción de obtener valores positivos o negativos al evaluar las raíces de la primera derivada en la segunda derivada.

Contenido o actividades:

El siguiente objeto de aprendizaje está fundamentado en la teoría de las representaciones semióticas (Duval, 2004), ya que para lograr la conceptualización del concepto de máximos y mínimos de una función, parte del desarrollo de actividades cognitivas como la representación, tratamiento y conversión, logrando además que el alumno reconozca no sólo la parte procedimental algebraica en el cálculo de máximos y mínimos, sino que visualice la relación que existe entre ese procedimiento algebraico y su representación gráfica, logrando que a partir de esa visualización gráfica el alumno no aprenda memorísticamente un procedimiento, sino observe el comportamiento de las funciones y sus derivadas, encontrando patrones, y así deducir los procedimientos por su cuenta.

En primer lugar, se muestra una pantalla con el sitio de GeoGebra en línea incrustado en el objeto de aprendizaje, que nos ayudará en la realización de nuestra serie de actividades. (Ilustración 5).

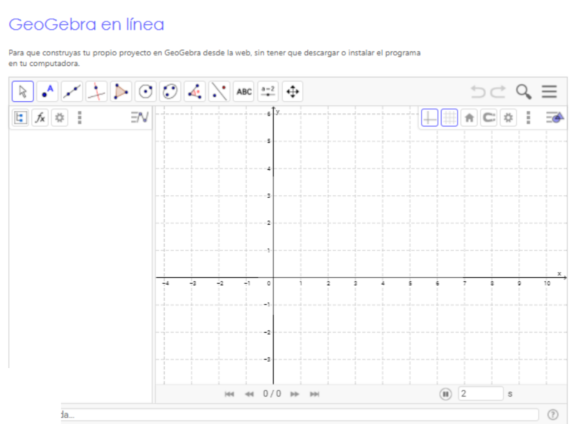


Ilustración 5 Pantalla de GeoGebra.

Posteriormente, para lograr que el alumno realice la representación en registro gráfico de los máximos y mínimos de una función, se le presentan dos ejercicios en los que deberá graficar una función e identificar en un intervalo dado, los valores en x en los que la función toma el valor más grande y el valor más pequeño, eligiendo en una actividad de opción múltiple. (Ilustración 6).

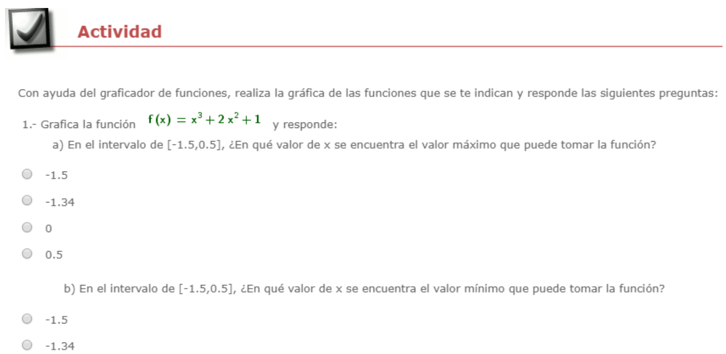


Ilustración 6 Ejercicios para graficar la función e identificar los valores en x en los que la función toma el valor más grande y el valor más pequeño

La siguiente actividad, tiene como objetivo que el alumno realice un tratamiento explícito en el registro gráfico, al solicitarle que en el mismo plano donde realizó la gráfica de la actividad anterior, realice la gráfica de su derivada, haciendo implícitamente el tratamiento en el registro algebraico al tener que derivar antes de graficar. Una vez realizada la gráfica, mediante preguntas como "¿cuáles son los valores en x para los que se vuelve cero la derivada?", se induce al alumno a la identificación de la relación que existe entre los máximos y mínimos y las raíces de la derivada, buscando que concluya que se encuentran en la misma posición en x. (Ilustración 7).

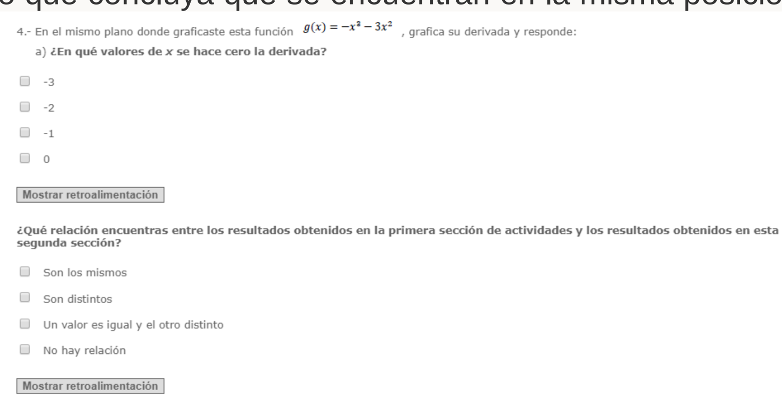


Ilustración 7 Preguntas guía para identificar la relación entre los máximos y los mínimos y las raíces de la derivada.

Posteriormente, para proseguir la intención de buscar la reflexión por parte del alumno, se propone una pregunta con relación a lo que el alumno identificó en la actividad anterior (Ilustración 8).

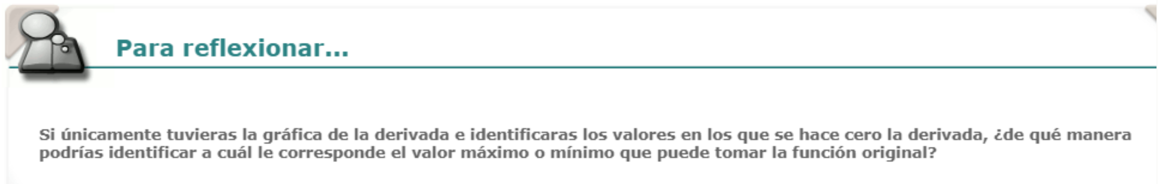


Ilustración 8 Pregunta para reflexionar.

Para responder a la pregunta planteada arriba, se propone como actividad al alumno que realice la gráfica de la segunda derivada de la función, realizando nuevamente tratamiento en el registro gráfico e implícitamente tratamiento en el registro algebraico al tener que realizar primero la segunda derivada algebraicamente para introducirla a la herramienta de graficación. Una vez realizada la gráfica, se guía al estudiante con preguntas para evaluar los resultados de la sección anterior respecto a la segunda derivada, visualizando únicamente la gráfica, para identificar si el valor resultante resultaría positivo o negativo. La actividad propuesta consiste en rellenar espacios con los valores faltantes. (Ilustración 9).

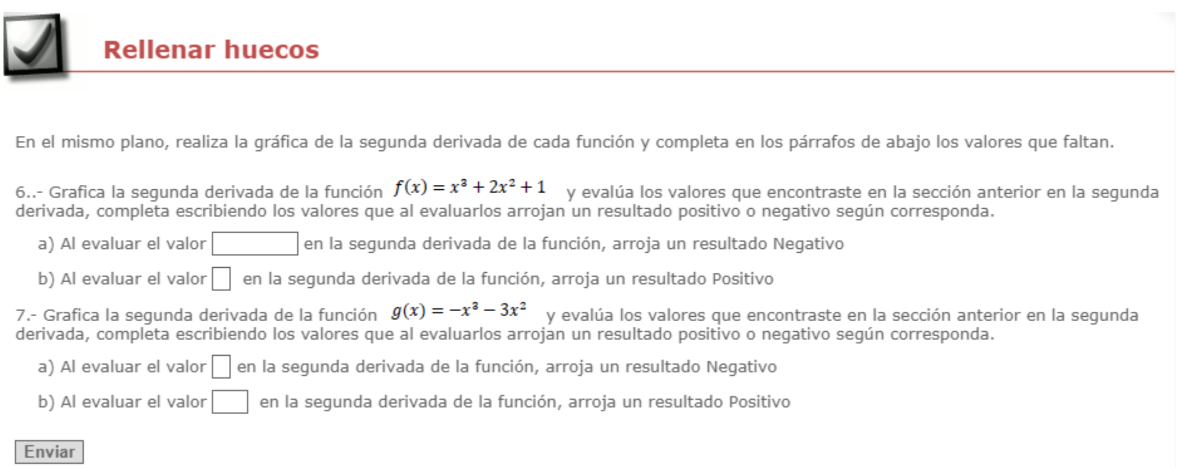


Ilustración 9 Actividad rellenar espacios en blanco.

Posteriormente, se presentan algunas preguntas para que el alumno relacione los valores que le resultaron negativos en el cálculo de la segunda derivada, con los valores que se establecieron desde la primera actividad como máximos y los valores que le resultaron positivos como los mínimos. (Ilustración 10).

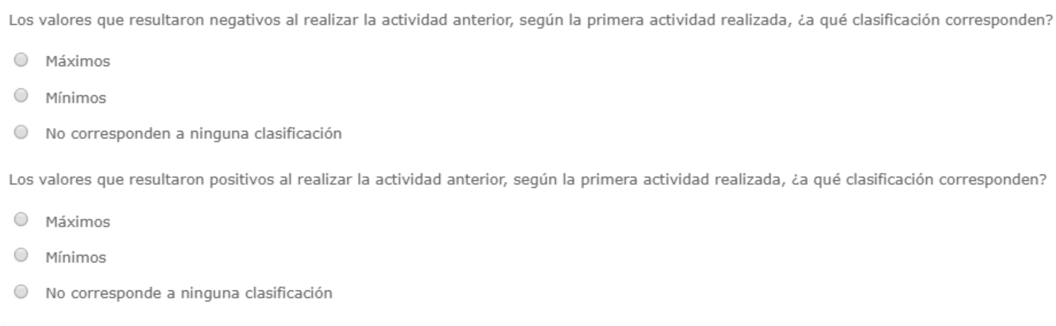


Ilustración 10 Preguntas para reflexionar y encontrar relaciones.

Mecanismo de evaluación:

Para evaluar este objeto de aprendizaje y generar evidencia del logro de la actividad de conversión entre el registro gráfico y el algebraico, se pide al alumno que suba a Moodle un documento con una reflexión en la que describa el procedimiento para encontrar los valores máximo y mínimo contando únicamente con la primera derivada y las raíces de ésta. La pregunta anterior se realizó en la parte intermedia de la actividad, pero se espera que, al término del objeto, pueda responderse con mayor facilidad. Para finalizar, se le solicita al alumno que describa el procedimiento que debe realizar para encontrar los puntos máximos y mínimos de una función, con el objetivo de que el alumno reflexione sobre las actividades que acaba de llevar a cabo, analice y realice una síntesis que demuestre su capacidad para encontrar relaciones y significados mediante la representación, el tratamiento y la conversión del objeto matemático y que dan lugar a su conceptualización (Ilustración 11).

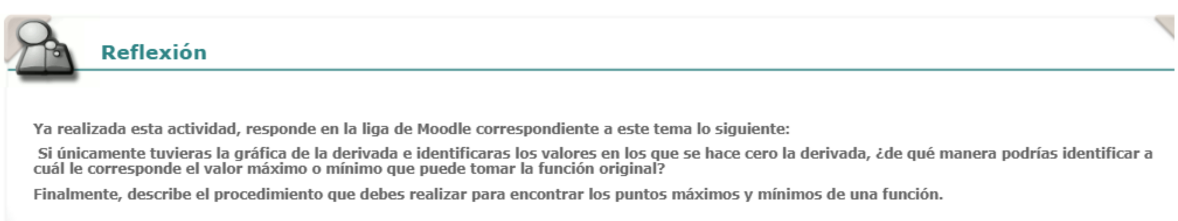


Ilustración 11 Mecanismo de evaluación.

La siguiente propuesta se realiza con la intención de mejorar los aspectos detectados al momento de la implementación de la estrategia y durante su revisión que pudieron ser factores para que no todos los equipos llegasen al objetivo de aprendizaje, a pesar de que fueron minoría en esta ocasión nuestro objetivo es que todos los alumnos logren aplicar sus conocimientos sobre el cálculo de máximos y mínimos para resolver problemas de optimización que se le puedan presentar en su quehacer laboral como Ingeniero Agrónomo Zootecnista.

Esta propuesta se diseña con el objetivo de aplicarla en un curso futuro como estrategia de enseñanza-aprendizaje y consiste en un Objeto de Aprendizaje (OdA), el cual se caracteriza por estar diseñado bajo el enfoque de la Etnomatemática (D' Ambrosio, 2004) al igual que nuestra estrategia didáctica aplicada, salvo que se propone como objeto de aprendizaje con el objetivo de que el alumno cuente con un lapso mayor para la resolución de la estrategia ya que al ser aplicado como una actividad extra clase el alumno podrá dedicar un momento específico para el planteamiento, reflexión y solución de la estrategia, sin excluir la oportunidad de extender el papel socializador en la clase de matemáticas ahora a través de dispositivos electrónicos y chats en tiempo real, es importante mantener la oportunidad de comunicación e interacción entre los alumnos ya que según nuestros resultados esto favoreció el desarrollo de la actividad. Cabe recordar que el único aspecto que se encontró debíamos mejorar es el tiempo dedicado para la resolución de la estrategia, por lo que consideramos que hacer uso de una herramienta como lo es el OdA resolverá de manera eficiente esta observación.

A continuación, se presenta y describe el objeto de aprendizaje propuesto y sus componentes, justificando cada parte del diseño con el referente teórico propuesto por D' Ambrosio (2004), está diseñado en el software libre exeLearning y para su implementación será insertado en la plataforma Moodle para la aplicación a la próxima generación de Ingenieros Agrónomos Zootecnistas de la Facultad de Agronomía y Veterinaria de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí (en Schoology para fines de revisión del documento de tesis, código de acceso al curso: GH279-B4GWQ, Unidad 2 – Tema 9: Optimización).

5.2 Objeto de Aprendizaje 2: Optimización

2.- Estrategia de enseñanza-aprendizaje para el tema de “Problemas de optimización que impliquen la aplicación de máximos y mínimos” para la modalidad a distancia.

Objetivos:

- **El alumno aplicará sus conocimientos sobre el cálculo de máximos y mínimos para resolver problemas de optimización que se le pueden presentar en su quehacer laboral como Ingeniero Agrónomo Zootecnista.**

Contenido o Actividades:

El diseño de este objeto de aprendizaje está basado en la teoría de la Etnomatemática (Ambrosio, 2004), por lo que se busca que el alumno identifique las matemáticas en su contexto y sobre todo en su actividad laboral, procurando que no vean las matemáticas sin aplicación, sino como parte de lo que para ellos será una actividad laboral y que les resultarán útiles; una de esas actividades laborales que deberán enfrentar es la de la optimización de recursos tanto materiales, financieros y espaciales en la construcción de espacios propicios para la conservación del alimento del ganado para engorda.

Es por eso, que se propone un problema rico, en el que se demuestre la utilidad del cálculo y sobre todo de las derivadas, con las características de motivar el planteamiento de preguntas interesantes, fomentar la toma de decisiones, adecuarse a lo que el alumno sabe, incentivar la curiosidad y la creatividad en el alumno, ser accesible a todo el alumnado y aflorar los valores culturales del alumnado, lo que es un problema propio de su práctica laboral; además se cuenta con una actitud Etnomatemática y con un ambiente de resolución de problemas ya que el profesor muestra problemas significativos para el alumno ya que como se mencionó con anterioridad, la mayoría de los alumnos son personas cuyos padres poseen ranchos o trabajan para ranchos y conocen las necesidades que se presentan para optimizar recursos, minimizar costos de inversión y aprovechar al máximo los espacios con los que se cuenta.

Por lo que se propone el siguiente caso práctico (Ilustración 12):

La optimización de costos, materiales y espacio es una acción indispensable en la práctica profesional de diversas áreas, incluyendo la del Ingeniero Agrónomo Zootecnista.

En una granja engordadora de bovinos de la cual tú eres el Ingeniero encargado, se quiere construir una bodega para almacenar forrajes, el dueño te indica que la construcción será de madera y que se deben considerar 3 paredes, el techo y el suelo; además la construcción deberá tener una base cuadrada horizontal para que se adapte mejor al terreno con el que se cuenta, las paredes deben ser rectangulares verticales y debe contar con una capacidad de 200 metros cúbicos para almacenar el forraje.

Por otro lado, el dueño te pide que realices la construcción con el menor gasto en materiales posible, por lo que una vez contemplado esto, te diste a la tarea de cotizar la madera y te convenció la madera de pino que está en $600 el metro cuadrado.

Antes de realizar las compras y la construcción, responde las siguientes preguntas para cumplir con las condiciones que debe cumplir la bodega.

- **¿Qué dimensiones debe tener la bodega para que el costo de materiales para la construcción sea el menor posible?**
- **¿Cuántos metros cuadrados de madera se utilizarán para la construcción?**
- **¿Cuál será el gasto mínimo que tendremos para la compra de la madera necesaria para construir la bodega?**

El dueño de la granja te muestra un bosquejo de la bodega a realizar:

- **¿Cuál será el gasto mínimo que tendremos para la compra de la madera necesaria par construir la bodega?**

El dueño de la granja te muestra un bosquejo de la bodega a realizar:

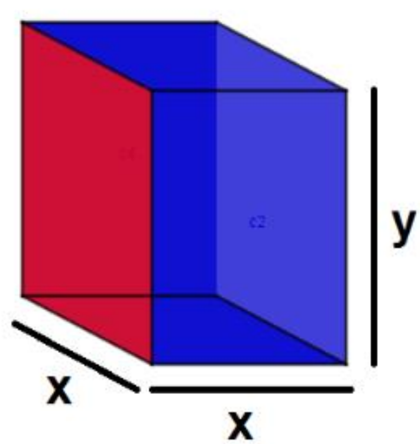


Ilustración 12 Objeto de aprendizaje: Optimización.

Ahora, plantea una función que modele el problema y realiza el procedimiento de optimización aplicando el procedimiento de cálculo de máximos y mínimos para dar respuesta a las preguntas planteadas.

Realiza tu actividad en un documento de Word, respondiendo a las preguntas planteadas, justifica tus respuestas y súbelo a la liga de Moodle correspondiente a este tema.

Ilustración 13 Mecanismo de evaluación.

Mecanismo de evaluación:

Como evaluación, se propone que el alumno proporcione una respuesta a las preguntas planteadas en la actividad y que realice un documento en Word escribiendo su procedimiento, ya conociendo la metodología para encontrar los máximos y mínimos de una función y gracias al objeto de aprendizaje anterior. (Ilustración 13).

CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES

De la aplicación, análisis e interpretación de resultados de la estrategia de enseñanza-aprendizaje “Determinación de valores máximo y mínimo” concluimos lo siguiente:

1. No basta con que una estrategia didáctica esté bien diseñada bajo referentes teóricos sólidos, la presentación e impresión de una estrategia didáctica también son relevantes; de no serlo, pueden ser un impedimento para que su implementación sea eficiente y eficaz, y puede dar lugar a dificultades para que el alumno logre desarrollar adecuadamente las actividades planteadas y obstaculizar el desarrollo de las diferentes actividades cognitivas a tratar en el alumno que son esenciales para lograr la conceptualización de algún objeto matemático.
2. Trabajar utilizando recursos tecnológicos como: herramientas de graficación, dispositivos portátiles (como los teléfonos inteligentes y las tabletas), y computadoras portátiles, resulta útil y eficiente como complemento para facilitar acciones como la presentación visual que es fundamental para la visualización en el registro gráfico de la representación del objeto matemático a tratar, pero se debe ser muy cuidadoso al momento de trabajar con valores extraídos únicamente de la visualización de una gráfica debido a que el alumno trata con aproximaciones que le pueden resultar confusas, especialmente si se busca comparar datos, encontrar relaciones entre ellos, y cotejar sus observaciones con los resultados teóricos encontrados.
3. Al aplicar y posteriormente analizar los resultados obtenidos con nuestra estrategia de enseñanza-aprendizaje diseñada bajo el enfoque de las Representaciones Semióticas (Duval, 2004) utilizando la tecnología como una herramienta de apoyo, percibimos que la mayoría de los alumnos son capaces de desarrollar tareas operativas de forma adecuada pero presentan dificultades para desarrollar actividades meta-cognitivas de reflexión, análisis y síntesis, por lo que es necesario aplicar actividades y estrategias diseñadas con el objetivo de fomentar el desarrollo de estas actividades en el alumno,

además, estas deben aplicarse de forma continua para mejores resultados llevando al alumno en un proceso de desarrollo de las actividades mencionadas anteriormente.

4. Para la adecuada resolución de una estrategia de enseñanza-aprendizaje es fundamental considerar que el tiempo que se ha estipulado para la aplicación podría no ser suficiente para lograr responder por completo la actividad o para lograr que los alumnos se tomen un momento para reflexionar sobre los ejercicios y las preguntas planteadas, en especial, porque los alumnos pueden tener competencias diferentes; por lo que al aplicarse en un horario de clase podría distribuirse en varias sesiones, pero como en nuestro caso se consideró necesario aplicarlo en una sola sesión por grupo, por cuestiones de tiempo y de distribución de las sesiones en la semana que no favorecían la aplicación de la estrategia además de contar con un programa de la materia muy extenso que se debía cumplir, se propone complementar las sesiones presenciales con material de apoyo a distancia que puede aplicarse en horario extra clase como lo son los objetos de aprendizaje.
5. Aunque el material diseñado presentó áreas de oportunidad para mejorar y lograr ser potencialmente significativo para el desarrollo del aprendizaje en el alumno, los alumnos mostraron actitud positiva y de empeño para la resolución de la estrategia, éstos se esforzaron por resolverla y por responder acertadamente a las actividades planteadas logrando obtener un aprendizaje significativo.
6. Se considera que la aplicación de estrategias de enseñanza-aprendizaje diseñadas bajo las teorías de las Representaciones Semióticas (Duval, 2004) y el Aprendizaje Significativo (Ausubel, 1983) puede favorecer el aprendizaje de los alumnos siempre y cuando el material presentado esté distribuido de tal manera que resulte accesible al alumno y no genere confusión; en caso de que el material presente dificultades en su organización y distribución pero se encuentre diseñado bajo las sólidas bases teóricas mencionadas y además el alumno se encuentre lo suficientemente motivado para esforzarse y a pesar de las dificultades del material lograr concretar la estrategia, éste

adquirirá un aprendizaje. Es muy importante mencionar que las secuencias didácticas no son definitivas: esto es, deben estar en constante actualización y análisis, por lo que el docente debe tener la capacidad de encontrar su mejoramiento permanente y su adaptación al contexto del estudiante.

De la aplicación, análisis e interpretación de resultados de la estrategia de enseñanza-aprendizaje “Problemas de optimización que impliquen la aplicación de máximos y mínimos” concluimos que:

1. La interacción entre el grupo y el profesor mediante la socialización de ideas, conclusiones y dudas favorece el ambiente de aprendizaje, llegando a despejar dudas, obteniendo conclusiones y puntos de partida generales de forma grupal, a partir de la comunicación y explicación entre pares guiados bajo la tutela del profesor, y puestos en un contexto de socialización, por ejemplo, cuando algunos alumnos han llegado a las conclusiones y objetivos esperados pero otro grupo de alumnos no lo ha logrado aún.
2. La retroalimentación continua e inmediata por parte del profesor es de suma importancia, ya que fomenta el desarrollo del proceso de metacognición en el alumno, en donde éste reflexiona sobre los errores cometidos durante la resolución de la estrategia, errores que pudieron haber sido operativos, de omisión de datos, o de otra índole considerados sencillos, pero que impiden que se demuestre la capacidad completa del alumno para realizar tareas de mayor complejidad.
3. Presentar estrategias de enseñanza-aprendizaje en las que se plantee una situación problema contextualizada, donde las matemáticas sean fundamentales para resolver problemas que competen al alumno como podrían ser de tipo laboral en la educación superior, resulta favorable para captar el interés del alumno para la resolución y su participación activa, además de obtener los resultados de aprendizaje esperados.
4. Contar con material potencialmente significativo y con una actitud de aprendizaje por parte de los alumnos motivada por el planteamiento de

problemas contextualizados y que implican actividades propias del quehacer laboral del alumno, nos conduce a lograr un aprendizaje significativo en ellos.

De manera general concluimos que:

Complementar una estrategia de enseñanza-aprendizaje enfocada en el desarrollo cognitivo con otra estrategia que contemple el conocimiento construido de forma social, resulta favorecedor y enriquecedor en cuanto a reconocer la aplicación que tiene el objeto matemático estudiado con el contexto del alumno y además presenta oportunidades para la socialización de las matemáticas, en donde si a partir de la primer estrategia aplicada no todos los alumnos lograron los objetivos de aprendizaje esperados que serán necesarios para resolver la siguiente estrategia, mediante actividades de intercambio de ideas, conclusiones y dudas, todos los alumnos con el profesor como guía puedan alcanzar los objetivos de aprendizaje esperados y obtener un punto de partida general para la resolución de la situación problema que implica la aplicación del conocimiento matemático, además, considerar estrategias de enseñanza-aprendizaje que fomenten el desarrollo cognitivo del alumno resulta favorable siempre y cuando el material proporcionado cumpla con todas las características para ser un material potencialmente significativo, de lo contrario puede que funcione pero solamente cuando el alumno presente una actitud de aprendizaje con la que a pesar de encontrar dificultades con el material, éste se esfuerce de tal manera que esas dificultades no sean impedimento para lograr el aprendizaje y la conceptualización del objeto matemático.

REFERENCIAS

Aragón Caraveo, E., Castro Ling, C. C., Gómez Heredia, B. A., & González Plascencia, R. (2009). Objetos de aprendizaje como recursos didácticos para la enseñanza de matemáticas. *Revista de Innovación Educativa*.

Arguedas Flatts, J., Coto Jiménez, M., & Trejos Zelaya, J. (2010). Propuesta para la enseñanza del cálculo utilizando las TICs como recurso didáctico en el curso MA-1210. *Universidad de Costa Rica*, 1-18.

Briones, G. (2002). *Metodología de la investigación cuantitativa en las ciencias sociales.* Bogotá: INSTITUTO COLOMBIANO PARA EL FOMENTO DE LA EDUCACIÓN SUPERIOR, ICFES.

Cano Pineda, M., Ruíz Flores González, É., Salazar Córdoba , P., & Tlachy Anell, M. (2018). *Matemáticas. Primer grado. Libro para el maestro.* Ciudad de México: TELEsecundaria.

Cuevas Salazar, O., García López, R. I., & Cruz Medina, I. R. (2008). Evaluación del impacto de una plataforma para la gestión del aprendizaje utilizada en cursos presenciales en el Instituto Tecnológico de Sonora. *Revista mexicana de investigación educativa*.

D'Ambrosio, A. (1985a). *Socio-Cultural Bases for Mathematics Education .* Campinas,Brasil: UNICAMP.

Duval, R. (2004). Semiosis y pensamiento humano. En *Registros semióticos y aprendizajes intelectuales.* Colombia: Universidad del Valle.

Facultad de Agronomía y Veterinaria Universidad Autónoma de San Luis Potosí. (06 de Agosto de 2018). *Ingeniero Agrónomo Zootecnista*. Obtenido de Facultad de Agronomía y Veterinaria: http://www.agronomia.uaslp.mx/Paginas/Zootecnia/Inicio.aspx

Garrido M, J. M. (s/f). DISEÑO DE INVESTIGACIÓN CUALITATIVA EN EDUCACIÓN. *APUNTE DE CONSULTA PARA ASIGNATURA INVESTIGACIÓN DE LA PRÁCTICA EDUCATIVA*.

Jiménez López, E., Luna Cámara, M., Cepeda Mendivil, M. H., Amavizca Valdez, L. O., Tolano Gutiérrez, H. K., Reyes Ávila, L., . . . Peraza Arrollo , R. (2013). Desarrollo de un objeto de aprendizaje para la enseñanza de las matemáticas: el caso de las funciones. *11th Latin American and Caribbean Conference for Engineering and Technology*.

L'Allier, J. J. (1997). *Frame of reference: NETg's Map to It's Products, Their Structures and Core Beliefs.*

Leal, C. F. (2014). Algunos enfoques de investigación en Etnomatemática/Some approaches about Ethnomathematc's research. *Latinoamericana de Etnomatemática 7(1)*, 155.

Magri, L., & Fusiello, A. (2014). T-linkage: A continuous relaxation of j-linkage for multi-model fitting. En *Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition* (págs. 3954-3961).

Morales Martínez, Z. E. (2012). Enseñanza de la función logarítmica por medio de una secuencia didáctica basada en sus representaciones con uso del software GeoGebra. En *IV Coloquio Internacional de Enseñanza de las Matemáticas.* Lima: HOZLO S.R.L.

Muñoz Arteaga, J., Álvarez Rodríguez , F. J., Osorio Urrutia, B., & Cardona Salas, J. P. (2006). Objetos de aprendizaje integrados a un sistema de gestión de aprendizaje. *Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal*, 109-117.

Organista Sandoval, J., & Cordero Arroyo, G. (Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal). Estadística y objetos de aprendizaje. Una experiencia in vivo. *Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal*, 22-35.

Paz Sandín, E. (2003). TRADICIONES EN LA INVESTIGACIÓN CUALITATIVA. En *INVESTIGACIÓN CUALITATIVA EN EDUACIÓN FUNDAMENTOS Y TRADICIONES.* Madrid : Mc Graw Hill.

Planas, N. (1999). Etnomatemáticas . En *Construir la escuela intercultural: reflexiones y propuestas para trabajar la diversidad étnica y cultural* (págs. 123-132). Graó.

Senso, J. A., & de la Rosa Piñero, A. (2003). El concepto de metadato. Algo más que descripción de recursos electrónicos. *Revista mexicana de investigación educativa* , 95-106.

Stewart, J. (2012). *Cálculo de una variable trascendentes tempranas.* México: Cengage Learning .

Vanegas Sevilla, E., Bermúdez Vargas, Y., & López Mairena, L. A. (2015). Propuesta metodológica en la aplicación de la derivada en Ingeniería Agroforestal, II semestre 2013. *CIENCIA E INTERCULTURALIDAD*, 51-66.

Villaverde, M. G. (2013). La Etnomatemática como campo de investigación y acción didáctica: su evolución y recursos para la formación de profesores desde la equidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática 6(1)*, 27.

ANEXOS

ANEXO 1 INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN VERSIÓN 1

	UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ	
	FACULTAD DE AGRONOMÍA Y VETERINARIA	
	EXAMEN DEL SEGUNDO PARCIAL DE LA MATERIA DE MATEMÁTICAS PARA IAZ (versión 1)	

	FECHA:	***GRUPO:***

ALUMNO (A):	***ACIERTOS***	***CALIFICACION***
APELLIDO PATERNO ***APELLIDO MATERNO*** ***NOMBRE(S)***		

1. Calcula los siguientes límites dejando constancia de tu procedimiento.

$$a)\ \lim_{x\to 4}\frac{x^2+x-20}{x^2-16}$$

$$b)\ \lim_{t\to 0}\frac{(t+3)^2-9}{t}$$

$$c)\ \lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{3-h}-\sqrt{3}}{h}$$

2. Determina los siguientes límites, si es que existen. (Puedes apoyarte graficando en el inciso *a*).

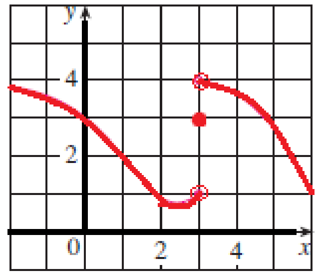
$$a)\ \lim_{x\to 2}\ f(x) =$$

$$f(x)=\begin{cases} x^2-1, & x\geq 2 \\ 3, & x<2 \end{cases}$$

b) $\lim_{x \to 3} f(x) =$

$\lim_{x \to 3^-} f(x) =$

$\lim_{x \to 3^+} f(x) =$



3.- Encuentra la derivada de la siguiente función mediante la definición de derivada como límite, deja constancia de tu procedimiento completo.

$a)\ \ f(x) = 3x^2 - 4x + 5$

4.- Encuentra la derivada de las siguientes funciones utilizando reglas de derivación y simplifica. Realiza tu procedimiento completo y en limpio.

$a)\ \ f(x) = \dfrac{x^2 + 4x + 3}{\sqrt{x} - 5}$

$b)\ \ g(x) = (2x^3)(\text{sen}(4x))$

$c)\ \ y = \dfrac{e^{x^2+1} - e^x}{7}$

$d)\ \ h(x) = (2x^2 - 3x + 1)(6x^2 - 5)$

$e)\ \ f(x) = (\ln(5x))^5$

ANEXO 2 INSTRUMENTO DE EVUALUCIÓN VERSIÓN 2

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ		
FACULTAD DE AGRONOMÍA Y VETERINARIA		
EXAMEN DEL SEGUNDO PARCIAL DE LA MATERIA DE MATEMÁTICAS PARA IAZ (versión 2)		
	FECHA:	**GRUPO:**
ALUMNO (A):	**ACIERTOS**	**CALIFICACION**
APELLIDO PATERNO **APELLIDO MATERNO** **NOMBRE(S)**		

1. **Calcula los siguientes límites dejando constancia de tu procedimiento.**

$a)\ \lim_{x\to 4}\frac{x^2+x-20}{x^2-16}$

$b)\ \lim_{t\to 0}\frac{(t+3)^2-9}{t}$

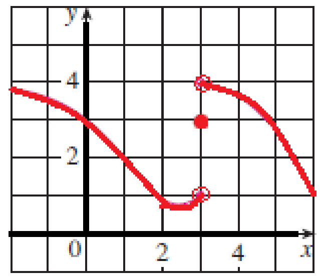
$c)\ \lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{3-h}-\sqrt{3}}{h}$

2. **Determina los siguientes límites, si es que existen. (Puedes apoyarte graficando en el inciso a).**

$a)\ \lim_{x\to 2}\ f(x) =$

$$f(x)=\begin{cases} x^2-1, & x\geq 2\\ 3, & x<2\end{cases}$$

b) $\lim_{x \to 3} f(x) =$



$\lim_{x \to 3^-} f(x) =$

$\lim_{x \to 3^+} f(x) =$

3.- Encuentra la derivada de la siguiente función mediante la definición de derivada como límite, deja constancia de tu procedimiento completo.

$a)\ f(x) = 3x^2 - 6x + 10$

4.- Encuentra la derivada de las siguientes funciones utilizando reglas de derivación y simplifica. Realiza tu procedimiento completo y en limpio.

$a)\ \ h(x) = (4x^2 - 3x + 6)(3x^2 - 7)$

$b)\ \ f(x) = (\ln(4x))^3$

$c)\ \ g(x) = (5x^4)(\cos(8x))$

$d)\ \ y = \dfrac{e^{x^3-4} - e^x}{\pi}$

$e)\ \ f(x) = \dfrac{x^2 - 10x + 2}{\sqrt{x} + 8}$

ANEXO 3 DIARIOS DE CAMPO

<table>
<tr><td colspan="2">INSTITUCIÓN: Facultad de Agronomía y Veterinaria UASLP</td></tr>
<tr><td>FECHA: 24 de noviembre de 2017</td><td>HORA: 10:00 – 11:00</td></tr>
<tr><td colspan="2">ASIGNATURA: Matemáticas</td></tr>
<tr><td colspan="2">DOCENTE DE APOYO: Gabriela del Carmen Rodríguez Torres</td></tr>
<tr><td colspan="2">TEMA: Determinación de valores máximo y mínimo</td></tr>
<tr><td colspan="2">OBJETIVO:
El alumno visualizará de manera gráfica la relación que existe entre los máximos y mínimos de una función y las raíces de la primera derivada; asimismo, interpretará la acción de obtener valores positivos o negativos al evaluar las raíces de la primera derivada en la segunda derivada.</td></tr>
<tr><td>PLANEADO:
Sección 1:
En esta etapa nos basaremos en la teoría de las Representaciones Semióticas para lograr que el alumno visualice los máximos y mínimos de funciones básicas, apoyándonos además en el software GeoGebra para la graficación. En el primer punto se busca que el alumno represente e identifique en el registro gráfico los valores en x para los cuales se encuentran el valor máximo y mínimo de diversas funciones en un intervalo determinado, graficando con apoyo de GeoGebra y se le presentará también la función en el registro algebraico.

Sección 2:
Posteriormente, en el segundo punto se le pedirá al alumno que grafique en GeoGebra la derivada de cada una de las funciones que se les presente; es aquí donde se presenta un tratamiento en el registro gráfico e implícitamente se realiza un tratamiento en el registro algebraico al tener que encontrar primero la derivada de manera algebraica para posteriormente introducirla al graficador. Se le pedirá al alumno que encuentre los ceros de la derivada y los anote. Después se le preguntará la relación que encuentra</td><td>OBSERVACIONES:

-Algunos alumnos mostraron confusión al ubicar en qué intervalo se les estaba pidiendo ubicar los puntos máximos y mínimos, pero una vez guiados, continuaban con la actividad.
-Al referirnos a “valor máximo” o “valor mínimo”, en diversas ocasiones debió hacerse énfasis que valor máximo se refiere al valor más grande que puede tomar la función en ese intervalo (localmente) y análogamente con el valor mínimo.
-Se tuvieron algunas diferencias de centésimas en algunos casos para la ubicación del valor en x, ya que, al estar trabajando la mayoría en la app de GeoGebra para celular, el punto observado era muy pequeño y complicado de manipular para interactuar con precisión.

-La mayoría de los alumnos pudieron realizar correctamente la derivada de la función algebraicamente, muy pocos necesitaron apoyo para recordar cómo encontrarla.
-No hubieron dificultades al encontrar los puntos críticos de la derivada, ya que situaban el punto justamente donde</td></tr>
</table>

entre los valores obtenidos en la sección 1 y los obtenidos en la sección dos, esperando que conteste que se trata de los mismos valores. **Sección 3:** Se le solicitará al alumno que grafique la segunda derivada en el mismo plano, realizando otro tratamiento en el registro gráfico y a su vez, otro tratamiento en el registro algebraico que consiste en encontrar la segunda derivada antes de introducirla al graficador. Posteriormente, se le pedirá que evalúe los puntos encontrados en la sección 2 en la segunda derivada, únicamente visualizando si el resultado sería positivo o negativo y lo deberá anotar. Finalmente, se le solicitará al alumno que indique la relación entre los valores que resultaron positivos o negativos con la clasificación encontrada en la sección 1, cuáles corresponden a los máximos y cuáles a los mínimos. A manera de conclusión y como actividad de conversión entre el registro gráfico y algebraico se le solicitará al alumno que describa el proceso realizado para identificar los valores máximo y mínimo	se marcaba el cruce de la derivada con el eje de las x. - Al haber variaciones de décimas (si es que no fue lo suficientemente precisa la ubicación de los puntos), algunos alumnos no llegaron por ellos mismos a la conclusión de que los valores encontrados en la primera sección y en la segunda sección eran los mismos, salvo los que fueron muy precisos al encontrar los valores. -La visualización en el plano de GeoGebra en el celular no resultó de gran ayuda, ya que para la determinación de los puntos debían realizar mucho aumento de la imagen con la herramienta ‘zoom’ de GeoGebra, perdiendo la visibilidad general del plano en donde se encontraban ambas gráficas inscritas, las cuales al ver juntas ayudaron a encontrar visualmente la relación buscada. -No fue complicado encontrar la segunda derivada de la función, habiéndola recordado en la sección anterior. -Para evaluar los valores encontrados en el ejercicio anterior en la segunda derivada únicamente observando en la gráfica y su ubicación en el plano, debió guiarse al alumno con el primer ejemplo para que entendiera cómo identificar si el resultado sería positivo o negativo. -Al pedirles que trabajaran con los valores encontrados en la sección anterior, y al haber tantas hojas en el material proporcionado (ver página ¿?), a algunos alumnos se les hacía confuso y se perdían al ubicar los valores correspondientes a cada ejercicio, les era un poco complicado ver tantos cuadros y valores simultáneamente. -Al momento de vaciar en la tabla los valores que al evaluar en la segunda

	derivada les resultaban negativos, algunos llegaron a confundirse poniendo los valores de x que eran negativos, no llegando a la conclusión correcta hasta que yo se los indicaba. -Algunos alumnos no comprendieron a qué clasificación se refería (valor máximo o valor mínimo). Ya una vez especificado de mi parte que debían identificar si correspondían a los mínimos o a los máximos, ya les parecía más sencillo. -Para la conclusión, fue necesario guiarlos a recapitular todo lo que habían hecho durante la actividad, para que pudieran sintetizarlo en puntos concretos. -La actividad tardó más de lo pensado (una hora y media, respecto a una hora que se había planeado) y algunos alumnos al verse presionados por el tiempo, ya que tenían examen de la materia siguiente, llegaron a estar desesperados ya en esta última pregunta y no se daban el tiempo de analizar la pregunta y la actividad como se requería, principalmente los que demoraron más tiempo en las secciones anteriores. -Hubo dos equipos que trabajaron muy bien, concentrados, sin distracciones y a buen ritmo, los demás demoraban mucho en algunas secciones, haciendo un tanto tediosa la actividad para ellos y demasiado larga. Al trabajar en equipos, fue evidente cómo de esos dos equipos todos los integrantes trabajaron cooperativamente y activamente, a comparación de los equipos que tardaron más, en los que había uno o dos integrantes que al no trabajar cooperativamente distraían a sus compañeros o no aportaban ideas, además que pudieron haber corroborado los datos de sus compañeros como en los otros equipos.

	-La práctica fue realizada por 22 alumnos de 31 inscritos. -El curso terminó con 27 alumnos. -En el otro grupo, la práctica fue realizada por 21 alumnos de 26 inscritos. -El curso terminó con 23 alumnos.

Reflexión:

-Al aplicar esta estrategia, considero que una de las problemáticas más fuertes durante su aplicación fue la cuestión del tiempo, ya que solamente se tenía un módulo de dos horas para el cual aplicaríamos dos estrategias, y la primera ocupó más tiempo del que se había planeado.

-La presentación del material impreso no fue adecuada, ya que éste contenía demasiada información, la cual se incluyó inicialmente con el propósito de que fuera auto-contenido; pero al tener tantas hojas con cuadros y características muy similares visualmente, daba paso a la confusión entre los diversos ejercicios y además, al tener que comparar resultados de la sección 3 con resultados de la sección 1 y tener que buscar entre tantas hojas y cuadros, no facilitaba el encontrar las relaciones que se buscaba que el alumno identificara.

- El tamaño del dispositivo tecnológico empleado para realizar las gráficas en GeoGebra (que en su mayoría fue el celular) no facilitaba la manipulación de puntos para encontrar una precisión exacta de los valores requeridos, además que no permitía visualizar por completo el plano cartesiano mostrando las dos gráficas (la función, su derivada y en algunos casos, la segunda derivada) y al mismo tiempo tener una apreciación de los valores a analizar y las escalas.

<table>
<tr><td colspan="2">INSTITUCIÓN: Facultad de Agronomía y Veterinaria UASLP</td></tr>
<tr><td>FECHA: 24 de noviembre de 2017</td><td>HORA: 11:00 – 12:00</td></tr>
<tr><td colspan="2">ASIGNATURA: Matemáticas</td></tr>
<tr><td colspan="2">DOCENTE DE APOYO: Gabriela del Carmen Rodríguez Torres</td></tr>
<tr><td colspan="2">TEMA: Problemas de optimización que impliquen la aplicación de máximos y mínimos</td></tr>
<tr><td colspan="2">OBJETIVO:
El alumno aplicará sus conocimientos sobre el cálculo de máximos y mínimos para resolver problemas de optimización que se le pueden presentar en su quehacer laboral como Ingeniero Agrónomo Zootecnista.</td></tr>
<tr><td>PLANEADO:

La optimización de costos, materiales y espacio es una acción indispensable en la práctica profesional de diversas áreas, incluyendo la del Ingeniero Agrónomo Zootecnista.

Supongamos que en una granja engordadora de bovinos de la cual es el Ingeniero encargado, se quiere construir una bodega para almacenar forraje; el dueño le indica que la construcción será de madera y que se deben considerar 3 paredes, el techo y el suelo; además la construcción deberá tener una base cuadrada horizontal para que se adapte mejor al terreno con el que se cuenta, las paredes deberán ser rectangulares verticales y que la bodega deberá tener una capacidad de 200 metros cúbicos para almacenar el forraje.

Por otro lado, el dueño le pide que realice la construcción con el menor gasto material posible; por lo que una vez contemplado esto, se dio a la tarea de cotizar la madera, encontrando como mejor opción la madera de pino que está en $600 el metro cuadrado.

Antes de realizar las compras y la construcción, responda las siguientes</td><td>OBSERVACIONES:

-Este problema se aplicó al finalizar la actividad anterior, ya que no se contaba con otro día para aplicar, debido a que ya estaba por finalizar el curso y muchos alumnos ya no asistían a clase.
-Al ser aplicado después de la actividad anterior, muchos alumnos ya estaban cansados y poco dispuestos a concentrarse en la actividad.
-Algunos alumnos debían presentarse a examen en la hora posterior por lo que querían acabar rápido.
-Al momento de presentarles directamente el problema, los alumnos no supieron qué hacer, por lo que hicieron algunos planteamientos por su cuenta, pero ninguno conducía a la solución, por lo que al finalizar la mayoría la actividad anterior, tomé la palabra frente al pizarrón para que juntos entre todos, organizáramos la información del problema y encontráramos la relación entre las condiciones que se pedían, para así plantear la función costo que es la que necesitábamos optimizar (minimizar, en este caso).
Una vez planteada en grupo la función costo, los alumnos procedieron a encontrar el valor mínimo con ayuda de la última pregunta de la actividad anterior, en la que se resume el</td></tr>
</table>

preguntas para cumplir con las condiciones que debe cumplir la bodega. ○ **¿Qué dimensiones debe tener la bodega para que el costo de materiales de construcción sea el menor posible?** ○ **¿Cuántos metros cuadrados de madera se utilizarán para la construcción?** ○ **¿Cuál será el gasto mínimo que haremos para la compra de la madera necesaria para la construcción?** Ahora, plantee una función que modele la situación y realice el procedimiento de optimización aplicando el procedimiento de cálculo de máximos y mínimos para dar respuesta a las preguntas planteadas.	procedimiento para encontrar máximos y mínimos. -Una vez encontrado el mínimo y observando la interpretación que tenía ese valor dentro del problema (era una de las medidas que debía tener la bodega), a la mayoría de los alumnos les fue muy sencillo responder a las preguntas planteadas. -Otros alumnos necesitaron orientación para identificar por ejemplo de dónde obtener la medida que debía tener la altura de la bodega. -Esta actividad fue planeada para una hora y duró 40 minutos aproximadamente, de los cuales, más de la mitad del tiempo los alumnos realizaron planteamientos sin éxito alguno.

Reflexión:

-Al aplicar esta estrategia considero que una de las problemáticas más fuertes durante su aplicación fue la cuestión del tiempo, ya que solamente se tenía un módulo de dos horas para el cual aplicaríamos dos estrategias, y ésta segunda se limitó al poco tiempo restante de la aplicación de la primera estrategia más unos cuantos minutos (10 aproximadamente) que los alumnos decidieron tomar de su clase siguiente.

-El momento en que se aplicó considero que no fue conveniente, ya que además de contar con poco tiempo, los alumnos ya se encontraban cansados y saturados por lo demandante que consideraron la primera estrategia, por lo que les costaba más trabajo concentrarse, analizar y plantear el problema.

-Considero que antes de proponer este problema de aplicación, debieron proponérseles más problemas de este tipo para que estuvieran familiarizados, ya que tuvieron muchas dificultades para lograr plantear la función que debían minimizar, tomando en cuenta varias condiciones a la vez (costo, material y espacio disponible).

INSTITUCIÓN: Facultad de Agronomía y Veterinaria UASLP	
FECHA: 23 de noviembre de 2017	**HORA:** 12:00 – 13:00
ASIGNATURA: Matemáticas	
DOCENTE DE APOYO: Gabriela del Carmen Rodríguez Torres	
TEMA: Determinación de valores máximo y mínimo	
OBJETIVO: El alumno visualizará de manera gráfica la relación que existe entre los máximos y mínimos de una función y las raíces de la primera derivada; asimismo, interpretará la acción de obtener valores positivos o negativos al evaluar las raíces de la primera derivada en la segunda derivada.	
PLANEADO: **Sección 1:** En esta etapa nos basaremos en la teoría de las Representaciones Semióticas para lograr que el alumno visualice los máximos y mínimos de funciones básicas, apoyándonos además en el software GeoGebra para la graficación. En el primer punto se busca que el alumno represente e identifique en el registro gráfico los valores en x para los cuales se encuentran el valor máximo y mínimo de diversas funciones en un intervalo determinado, graficando con apoyo de GeoGebra y se le presentará también la función en el registro algebraico. **Sección 2:** Posteriormente, en el segundo punto se le pedirá al alumno que grafique en GeoGebra la derivada de cada una de las funciones que se les presente; es aquí donde se presenta un tratamiento en el registro gráfico e implícitamente se realiza un tratamiento en el registro algebraico al tener que encontrar primero la derivada de manera algebraica para posteriormente introducirla al graficador. Se le pedirá al alumno que encuentre los ceros de la derivada y los anote. Después se le preguntará la relación que encuentra entre los valores obtenidos en la sección 1 y los obtenidos en la sección	**OBSERVACIONES:** -Algunos alumnos mostraron confusión al ubicar en qué intervalo se les estaba pidiendo ubicar los puntos máximos y mínimos, pero una vez guiados, continuaban con la actividad. -Al referirnos a “valor máximo” o “valor mínimo”, en diversas ocasiones debió hacerse énfasis que valor máximo se refiere al valor más grande que puede tomar la función en ese intervalo (localmente) y análogamente con el valor mínimo. -Se tuvieron algunas diferencias de centésimas en algunos casos para la ubicación del valor en x, ya que, al estar trabajando la mayoría en la app de GeoGebra para celular, el punto observado era muy pequeño y complicado de manipular para interactuar con precisión. -La mayoría de los alumnos pudieron realizar correctamente la derivada de la función algebraicamente, muy pocos necesitaron apoyo para recordar cómo encontrarla. -No hubieron dificultades al encontrar los puntos críticos de la derivada, ya que situaban el punto justamente donde se marcaba el cruce de la derivada con el eje de las x.

dos, esperando que conteste que se trata de los mismos valores. **Sección 3:** Se le solicitará al alumno que grafique la segunda derivada en el mismo plano, realizando otro tratamiento en el registro gráfico y a su vez, otro tratamiento en el registro algebraico que consiste en encontrar la segunda derivada antes de introducirla al graficador. Posteriormente, se le pedirá que evalúe los puntos encontrados en la sección 2 en la segunda derivada, únicamente visualizando si el resultado sería positivo o negativo y lo deberá anotar. Finalmente, se le solicitará al alumno que indique la relación entre los valores que resultaron positivos o negativos con la clasificación encontrada en la sección 1, cuáles corresponden a los máximos y cuáles a los mínimos. A manera de conclusión y como actividad de conversión entre el registro gráfico y algebraico se le solicitará al alumno que describa el proceso realizado para identificar los valores máximo y mínimo	- Al haber variaciones de décimas (si es que no fue lo suficientemente precisa la ubicación de los puntos), algunos alumnos no llegaron por ellos mismos a la conclusión de que los valores encontrados en la primera sección y en la segunda sección eran los mismos, salvo los que fueron muy precisos al encontrar los valores. -La visualización en el plano de GeoGebra en el celular no resultó de gran ayuda, ya que para la determinación de los puntos debían realizar mucho aumento de la imagen con la herramienta ‘zoom’ de Geogebra, perdiendo la visibilidad general del plano en donde se encontraban ambas gráficas inscritas, las cuales al ver juntas ayudaron a encontrar visualmente la relación buscada. -No fue complicado encontrar la segunda derivada de la función, habiéndola recordado en la sección anterior. -Para evaluar los valores encontrados en el ejercicio anterior en la segunda derivada únicamente observando en la gráfica y su ubicación en el plano, debió guiarse al alumno con el primer ejemplo para que entendiera cómo identificar si el resultado sería positivo o negativo. -Al pedirles que trabajaran con los valores encontrados en la sección anterior, y al haber tantas hojas en el material proporcionado (ver página ¿?), a algunos alumnos se les hacía confuso y se perdían al ubicar los valores correspondientes a cada ejercicio, les era un poco complicado ver tantos cuadros y valores simultáneamente. -Al momento de vaciar en la tabla los valores que al evaluar en la segunda derivada les resultaban negativos, algunos llegaron a confundirse

	poniendo los valores de x que eran negativos, no llegando a la conclusión correcta hasta que yo se los indicaba. -Algunos alumnos no comprendieron a qué clasificación se refería (valor máximo o valor mínimo). Ya una vez especificado de mi parte que debían identificar si correspondían a los mínimos o a los máximos, ya les parecía más sencillo. -Para la conclusión, fue necesario guiarlos a recapitular todo lo que habían hecho durante la actividad, para que pudieran sintetizarlo en puntos concretos. -La actividad tardó más de lo pensado (una hora y media, respecto a una hora que se había planeado) y algunos alumnos al verse presionados por el tiempo, ya que tenían examen de la materia siguiente, llegaron a estar desesperados ya en esta última pregunta y no se daban el tiempo de analizar la pregunta y la actividad como se requería, principalmente los que demoraron más tiempo en las secciones anteriores. -Hubo dos equipos que trabajaron muy bien, concentrados, sin distracciones y a buen ritmo, los demás demoraban mucho en algunas secciones, haciendo un tanto tediosa la actividad para ellos y demasiado larga. Al trabajar en equipos, fue evidente cómo de esos dos equipos todos los integrantes trabajaron cooperativamente y activamente, a comparación de los equipos que tardaron más, en los que había uno o dos integrantes que al no trabajar cooperativamente distraían a sus compañeros o no aportaban ideas, además que pudieron haber corroborado los datos de sus compañeros como en los otros equipos. -La práctica fue realizada por 22 alumnos de 31 inscritos. -El curso terminó con 27 alumnos.

	-En el otro grupo, la práctica fue realizada por 21 alumnos de 26 inscritos. -El curso terminó con 23 alumnos.

INSTITUCIÓN: Facultad de Agronomía y Veterinaria UASLP	
FECHA: 23 de noviembre de 2017	**HORA:** 13:00 – 14:00
ASIGNATURA: Matemáticas	
DOCENTE DE APOYO: Gabriela del Carmen Rodríguez Torres	
TEMA: Problemas de optimización que impliquen la aplicación de máximos y mínimos	
OBJETIVO: **El alumno aplicará sus conocimientos sobre el cálculo de máximos y mínimos para resolver problemas de optimización que se le pueden presentar en su quehacer laboral como Ingeniero Agrónomo Zootecnista.**	
PLANEADO: La optimización de costos, materiales y espacio es una acción indispensable en la práctica profesional de diversas áreas, incluyendo la del Ingeniero Agrónomo Zootecnista. Supongamos que en una granja engordadora de bovinos de la cual es el Ingeniero encargado, se quiere construir una bodega para almacenar forraje; el dueño le indica que la construcción será de madera y que se deben considerar 3 paredes, el techo y el suelo; además la construcción deberá tener una base cuadrada horizontal para que se adapte mejor al terreno con el que se cuenta, las paredes deberán ser rectangulares verticales y que la bodega deberá tener	**OBSERVACIONES:** -Este problema se aplicó al finalizar la actividad anterior, ya que no se contaba con otro día para aplicar, debido a que ya estaba por finalizar el curso y muchos alumnos ya no asistían a clase. -Al ser aplicado después de la actividad anterior, muchos alumnos ya estaban cansados y poco dispuestos a concentrarse en la actividad. -Algunos alumnos debían presentarse a examen en la hora posterior por lo que querían acabar rápido. -Al momento de presentarles directamente el problema, los alumnos no supieron qué hacer, por lo que hicieron algunos planteamientos por su cuenta, pero ninguno conducía a la solución, por lo que al finalizar la mayoría la actividad anterior, tomé la

una capacidad de 200 metros cúbicos para almacenar el forraje. Por otro lado, el dueño le pide que realice la construcción con el menor gasto material posible; por lo que una vez contemplado esto, se dio a la tarea de cotizar la madera, encontrando como mejor opción la madera de pino que está en $600 el metro cuadrado. Antes de realizar las compras y la construcción, responda las siguientes preguntas para cumplir con las condiciones que debe cumplir la bodega. ○ **¿Qué dimensiones debe tener la bodega para que el costo de materiales de construcción sea el menor posible?** ○ **¿Cuántos metros cuadrados de madera se utilizarán para la construcción?** ○ **¿Cuál será el gasto mínimo que haremos para la compra de la madera necesaria para la construcción?** Ahora, plantee una función que modele la situación y realice el procedimiento de optimización aplicando el procedimiento de cálculo de máximos y mínimos para dar respuesta a las preguntas planteadas.	palabra frente al pizarrón para que juntos entre todos, organizáramos la información del problema y encontráramos la relación entre las condiciones que se pedían, para así plantear la función costo que es la que necesitábamos optimizar (minimizar, en este caso). Una vez planteada en grupo la función costo, los alumnos procedieron a encontrar el valor mínimo con ayuda de la última pregunta de la actividad anterior, en la que se resume el procedimiento para encontrar máximos y mínimos. -Una vez encontrado el mínimo y observando la interpretación que tenía ese valor dentro del problema (era una de las medidas que debía tener la bodega), a la mayoría de los alumnos les fue muy sencillo responder a las preguntas planteadas. -Otros alumnos necesitaron orientación para identificar por ejemplo de dónde obtener la medida que debía tener la altura de la bodega. -Esta actividad fue planeada para una hora y duró 40 minutos aproximadamente, de los cuales, más de la mitad del tiempo los alumnos realizaron planteamientos sin éxito alguno.

ANEXO 4 EVIDENCIAS EQUIPO 1 (las gráficas fueron enviadas por correo ya que se solicitó tomar captura de pantalla en cada ejercicio, se muestran al final)

ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE PARA EL TEMA DE MÁXIMOS Y MÍNIMOS (OPTIMIZACIÓN)

SECCIÓN 1

Con apoyo del software GeoGebra, realiza la gráfica de las siguientes funciones, toma captura o imprime pantalla para completar la tabla, responde las preguntas apoyándote insertando puntos sobre la gráfica para obtener las coordenadas con mayor precisión.

Función	Gráfica	Preguntas:
a) $f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$		1.- En el intervalo [-1.5,0.5], ¿En qué valor de x se encuentra el valor máximo que puede tomar la función? X: (-1.33) 2.- En el intervalo [-1.5,0.5], ¿En qué valor de x se encuentra el valor mínimo que puede tomar la función? x = (0)
b) $g(x) = -x^3 - 3x^2$		1.- En el intervalo [-2.5,1], ¿En qué valor de x se encuentra el valor máximo que puede tomar la función? X = (0) 2.- En el intervalo [-2.5,1], ¿En qué valor de x se encuentra el valor mínimo que puede tomar la función? X = (-2)

c) $h(x) = 5x^5 + 4x^2$		**1.- En el intervalo [-0.8,0.5], ¿En qué valor de *x* se encuentra el valor máximo que puede tomar la función?** $X = (-0.68)$ **2.- En el intervalo [-0.8,0.5], ¿En qué valor de *x* se encuentra el valor mínimo que puede tomar la función?** $x = (0)$

SECCIÓN 2

Sobre el mismo plano en el que graficaste cada una de las funciones, grafica la derivada de cada función y responde las preguntas.

Función:	**Gráfica:**	**Preguntas:**
a) $f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$ $3x^2 + 4X$ Derivado		**¿En qué valores de *x* se hace cero la derivada? (Puedes apoyarte insertando un punto en la gráfica para tener las coordenadas con mayor precisión).** $X_1 = (-1.33)$ $X_2 = (0)$

b) $g(x) = -x^3 - 3x^2$ $-3x^2 - 6x$		¿En qué valores de *x* se hace cero la derivada? **(Puedes apoyarte insertando un punto en la gráfica para tener las coordenadas con mayor precisión).** $x_1 = (-2)$ = E $x_2 = (0)$ B
c) $h(x) = 5x^5 + 4x^2$ $25x^4 + 8x$		¿En qué valores de *x* se hace cero la derivada? **(Puedes apoyarte insertando un punto en la gráfica para tener las coordenadas con mayor precisión).** $x_1 = (-0.68)$ $x_2 = (0)$

¿Qué relación encuentras entre los resultados obtenidos en la sección 1 de actividades y los resultados obtenidos en esta segunda sección?

Que los valores de X cuando se hace 0 en las derivadas de la sección 2 es lo mismo que el máximo y el minimo de las funciones de la sección 1.

Si únicamente tuvieras la gráfica de la derivada e identificaras los valores en los que se hace cero la derivada, ¿de qué manera podrías identificar a cuál le corresponde el valor máximo o mínimo que puede tomar la función original?

Al comparar la derivada con los ceros en "x" con la función original y verificar que los ceros queden en el mismo lugar que el max y el min.

SECCIÓN 3

En el mismo plano, realiza la gráfica de la segunda derivada de cada función y responde las siguientes preguntas:

Función:	**Gráfica:**	**Pregunta:**
a) $f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$ $3x^2+4x$ $6x+4$		**Evalúa los valores que encontraste en la sección anterior en la segunda derivada y escribe únicamente si el resultado es positivo o negativo.** Raíz / Positivo/Negativo: $x_1 = (-1.33)$ — Negativo $x_2 = (0)$ — positivo
b) $g(x) = -x^3 - 3x^2$ $-3x^2-6x$ $-6x-6$		**Evalúa los valores que encontraste en la sección anterior en la segunda derivada y escribe únicamente si el resultado es positivo o negativo.** Raíz / Positivo/Negativo: $x_1 = (-2)$ — Positivo $x_2 = (0)$ — Negativo

c) $h(x) = 5x^5 + 4x^2$ $25x^4 + 8x$ $100x^3 + 8$		Evalúa los valores que encontraste en la sección anterior en la segunda derivada y escribe únicamente si el resultado es positivo o negativo.

Raíz	Positivo/Negativo
$x_1 =$ (-0.68)	negativo
$x_2 =$ 0	positivo

1.- Anota en la tabla todos los valores que te resultaron negativos al realizar la actividad anterior:

Negativos
x1= -1.33
x2 = 0
x1 = -0.68

a) Este conjunto de valores, según la actividad realizada en la sección 1, ¿a qué clasificación corresponden?

Al valor máximo

2.- Ahora en la siguiente tabla anota todos los valores que te resultaron positivos al realizar la actividad anterior:

Positivos
x2 = 0
x1 = -2
x2 = 0

a) Este conjunto de valores, según la actividad realizada en la sección 1, ¿a qué clasificación corresponden?

Al valor minimo

1.- Ya realizada esta actividad, responde nuevamente la siguiente pregunta:
Si únicamente tuvieras la gráfica de la derivada e identificaras los valores en los que se hace cero la derivada, ¿de qué manera podrías identificar a cuál le corresponde el valor máximo o mínimo que puede tomar la función original?

Evaluar los ceros en x, en la segunda derivada de la función para obtener los valores positivos y negativos e identificar cual seria el máximo y el minimo.

2.- Finalmente, describe el procedimiento que debes realizar para encontrar los puntos máximos y mínimos de una función.

Primer paso, gráficar la función original de cada ejercicio.
Segundo paso, identificar el valor máximo y minimo en x
Tercer paso, gráficar la derivada de cada función
Cuarto paso, identificar los valores de x cuando se hace cero la derivada
Quinto paso, evaluar los valores de x cuando se cero en la segunda derivada.
sexto paso, identificar si es negativo o positivo donde se cruzarian las dos gráficas.

Como conclusión, cuando los valores son negativos representan el valor máximo de la función y cuando son positivos representan el minimo de la función

Integrantes: 6 ... s)

La optimización de costos, materiales y espacio es una acción indispensable en la práctica profesional de diversas áreas, incluyendo la del Ingeniero Agrónomo Zootecnista.

Supongamos que en una granja engordadora de bovinos de la cual es el Ingeniero encargado, se quiere construir una bodega para almacenar forraje, el dueño le indica que la construcción será de madera y que se deben considerar 3 paredes, el techo y el suelo; además la construcción deberá tener una base cuadrada horizontal para que se adapte mejor al terreno con el que se cuenta, las paredes deben ser rectangulares verticales y debe tener una capacidad de 200 metros cúbicos para almacenar el forraje.

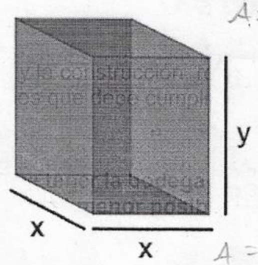
Por otro lado, el dueño le pide que realice la construcción con el menor gasto en material posible, por lo que una vez contemplado esto, se dio a la tarea de cotizar la madera, encontrando como mejor opción la madera de pino que está en $600 el metro cuadrado.

Antes de realizar las compras y la construcción, responda las siguientes preguntas para cumplir con las condiciones que debe cumplir la bodega.

- **¿Qué dimensiones debe tener la bodega para que el costo de materiales para la construcción sea el menor posible?** $x = 5.31$ $Y = 7.09$
- **¿Cuántos metros cuadrados de madera se utilizarán para la construcción?** $169.33\ m^2$
- **¿Cuál será el gasto mínimo que haremos para la compra de la madera necesaria para la construcción?** $101598

El dueño de la granja le muestra un bosquejo de la bodega a realizar:

A= 28.19



7.09

A = 28.19

Ahora, plantee una función que modele la situación y realice el procedimiento de optimización aplicando el procedimiento de cálculo de máximos y mínimos para dar respuesta a las preguntas planteadas.

$$C = 1200x^2 + \frac{360000}{x}$$

Área de piso $= x^2$ Á de pared $= xy$ 3 paredes

$C = 600 m^2$

$A = 2x^2 + 3xy$

$V = 200 m^3$ $V = x^2 y$

$200 = x^2 y$

$y = \frac{200}{x^2}$

$2x^2 + 3x\left(\frac{200}{x^2}\right) = 2x^2 + \frac{600x}{x^2}$

$A = \left(2x^2 + \frac{600}{x}\right)(600)$

$C = 1200x^2 + \frac{360\,000}{x}$ $= 1200x^2 + 360\,000x^{-1}$

$C' = 2400x^2 - 360\,000x^{-2}$

$C' = 2400x - \frac{360\,000}{x^2}$

$2400x - \frac{360\,000}{x^2} = 0$

$\frac{360\,000}{x^2} = 2400x$ $x^2 = 2400x$

$360\,000 = 2400x\,(x^2)$

$360\,000 = 2400\,x^3$

$\frac{360\,000}{2400} = x^3$

$150 = x^3$

$x = \sqrt[3]{150} = \sqrt[3]{x}$

$x = 5.31$

$A = 2(5.31)^2 + 3(5.31)(7.09)$

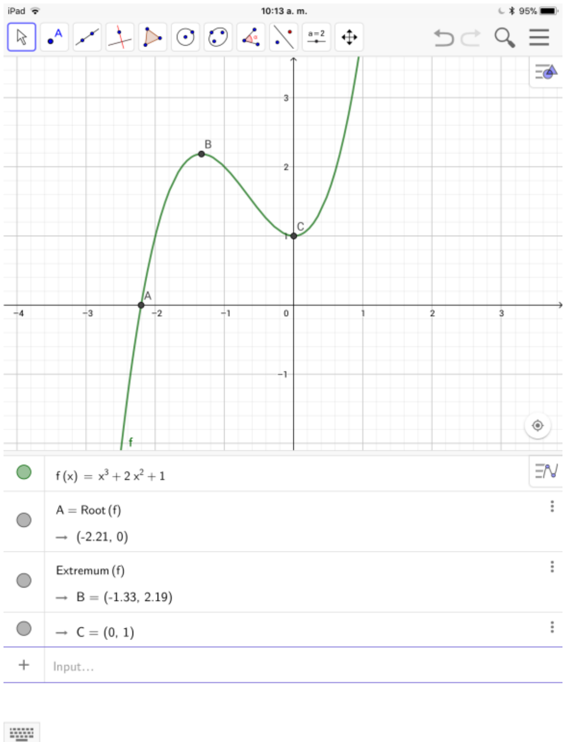
$A = 56.39 + 112.94$

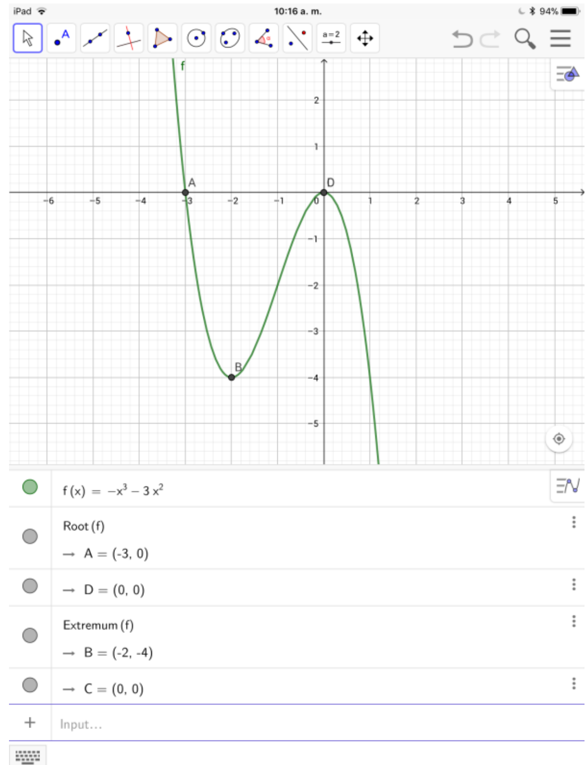
$A = 169.33$

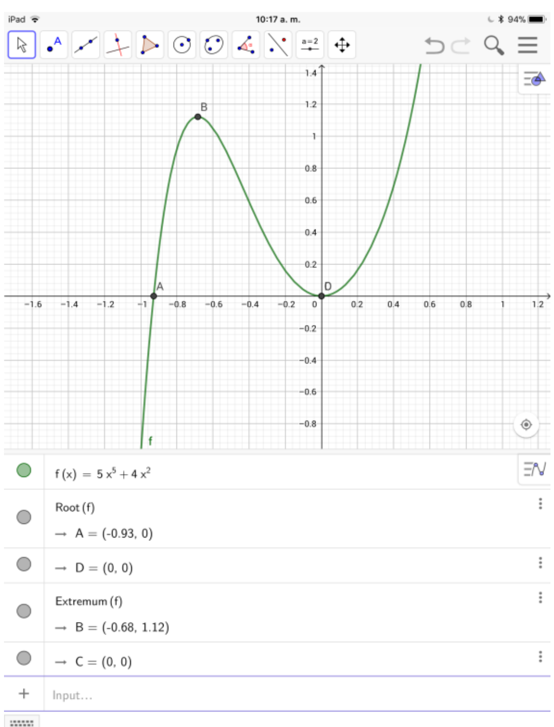
$C = 101598$

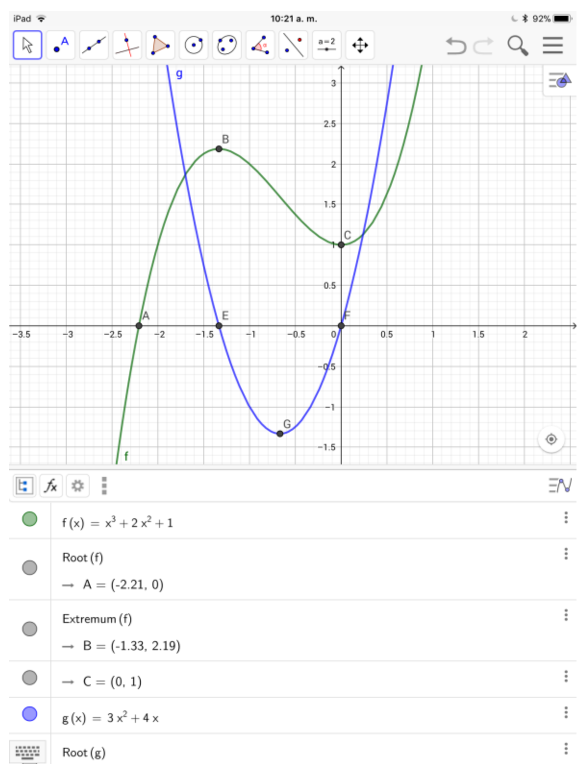
$x = 5.31$

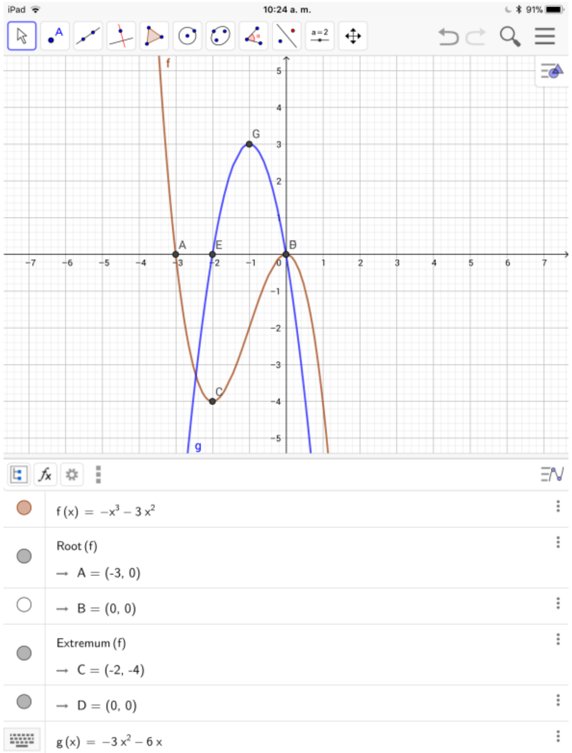
$y = 7.09$


f (x) = x³ + 2 x² + 1
A = Root (f)
→ (-2.21, 0)
Extremum (f)
→ B = (-1.33, 2.19)
→ C = (0, 1)
Input…

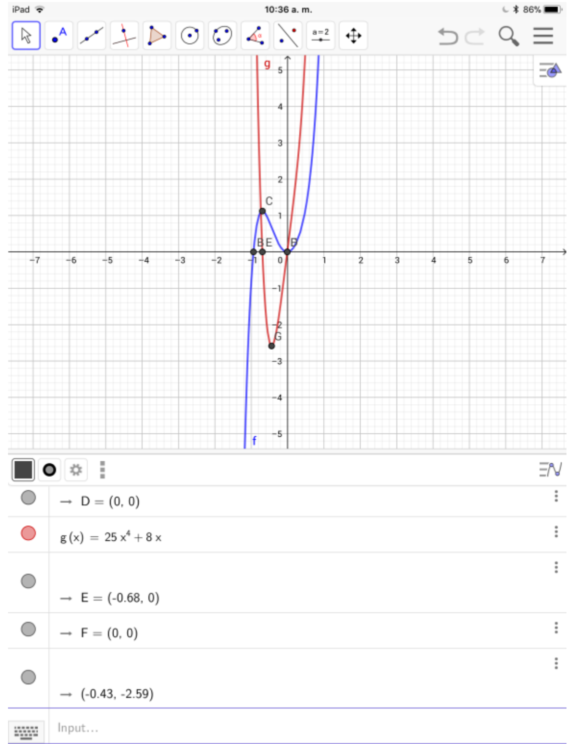

f (x) = −x³ − 3 x²
Root (f)
→ A = (-3, 0)
→ D = (0, 0)
Extremum (f)
→ B = (-2, -4)
→ C = (0, 0)
Input…


f (x) = 5 x³ + 4 x²
Root (f)
→ A = (-0.93, 0)
→ D = (0, 0)
Extremum (f)
→ B = (-0.68, 1.12)
→ C = (0, 0)
Input…

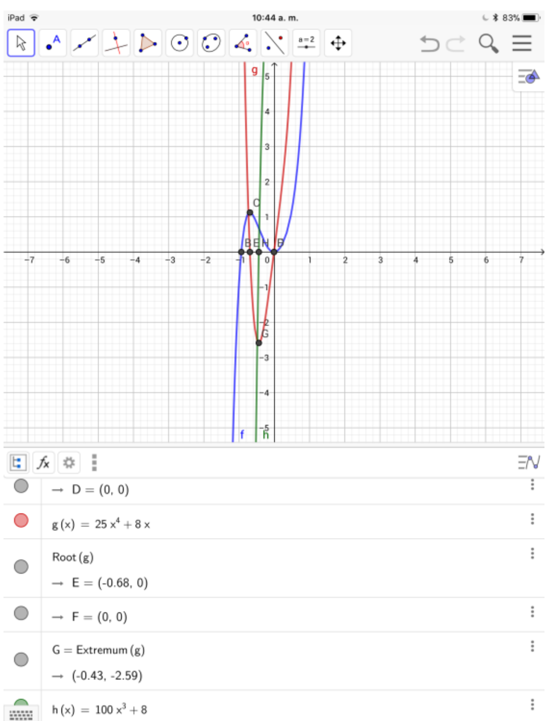

f (x) = x³ + 2 x² + 1
Root (f)
→ A = (-2.21, 0)
Extremum (f)
→ B = (-1.33, 2.19)
→ C = (0, 1)
g (x) = 3 x² + 4 x
Root (g)



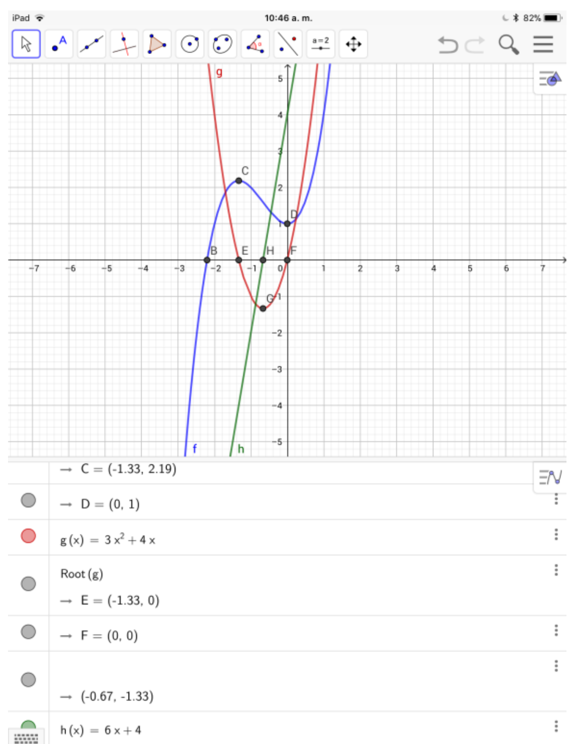
$f(x) = -x^3 - 3x^2$
Root (f)
→ A = (-3, 0)
→ B = (0, 0)
Extremum (f)
→ C = (-2, -4)
→ D = (0, 0)
$g(x) = -3x^2 - 6x$



→ D = (0, 0)
$g(x) = 25x^4 + 8x$
→ E = (-0.68, 0)
→ F = (0, 0)
→ (-0.43, -2.59)
Input…

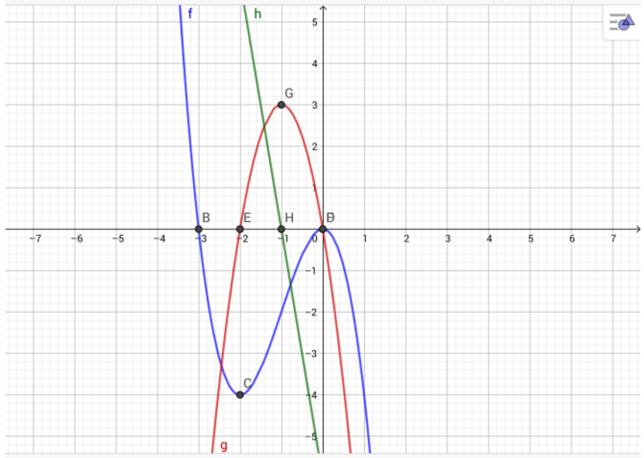


→ D = (0, 0)
$g(x) = 25x^4 + 8x$
Root (g)
→ E = (-0.68, 0)
→ F = (0, 0)
G = Extremum (g)
→ (-0.43, -2.59)
$h(x) = 100x^3 + 8$



→ C = (-1.33, 2.19)
→ D = (0, 1)
$g(x) = 3x^2 + 4x$
Root (g)
→ E = (-1.33, 0)
→ F = (0, 0)
→ (-0.67, -1.33)
$h(x) = 6x + 4$

iPad 10:48 a. m. 81%



$g(x) = -3x^2 - 6x$

Root (g)

→ E = (-2, 0)

→ F = (0, 0)

→ (-1, 3)

$h(x) = -6x - 6$

H = Root (h)

→ (-1, 0)

ANEXO 5 EVIDENCIAS EQUIPO 2

ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE PARA EL TEMA DE MÁXIMOS Y MÍNIMOS (OPTIMIZACIÓN)		
SECCIÓN 1		
Con apoyo del software GeoGebra, realiza la gráfica de las siguientes funciones, toma captura o imprime pantalla para completar la tabla, responde las preguntas apoyándote insertando puntos sobre la gráfica para obtener las coordenadas con mayor precisión.		
Función	Gráfica	Preguntas:
a) $f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$		1.- En el intervalo [-1.5,0.5], ¿En qué valor de *x* se encuentra el valor máximo que puede tomar la función? (G,B)- 1.32 = 0.66 2.- En el intervalo [-1.5,0.5], ¿En qué valor de *x* se encuentra el valor mínimo que puede tomar la función? (C,F): 0, 1
b) $g(x) = -x^3 - 3x^2$		1.- En el intervalo [-2.5,1], ¿En qué valor de *x* se encuentra el valor máximo que puede tomar la función? 0 2.- En el intervalo [-2.5,1], ¿En qué valor de *x* se encuentra el valor mínimo que puede tomar la función? -2

c) $h(x) = 5x^5 + 4x^2$		**1.- En el intervalo [-0.8,0.5], ¿En qué valor de *x* se encuentra el valor máximo que puede tomar la función?** -0.68 **2.- En el intervalo [-0.8,0.5], ¿En qué valor de *x* se encuentra el valor mínimo que puede tomar la función?** 0
SECCIÓN 2		
Sobre el mismo plano en el que graficaste cada una de las funciones, grafica la derivada de cada función y responde las preguntas.		
Función:	**Gráfica:**	**Preguntas:**
a) $f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$ $3x^2 + 4x$		**¿En qué valores de *x* se hace cero la derivada? (Puedes apoyarte insertando un punto en la gráfica para tener las coordenadas con mayor precisión).** $D = -1.33$ $E = 0$

b) $g(x) = -x^3 - 3x^2$ $-3x^2 - 6x$		¿En qué valores de *x* se hace cero la derivada? (Puedes apoyarte insertando un punto en la gráfica para tener las coordenadas con mayor precisión). E = -2 (D,B) = 0
c) $h(x) = 5x^5 + 4x^2$ $25x^4 + 8x$		¿En qué valores de *x* se hace cero la derivada? (Puedes apoyarte insertando un punto en la gráfica para tener las coordenadas con mayor precisión). E = -0.68 F = 0

¿Qué relación encuentras entre los resultados obtenidos en la sección 1 de actividades y los resultados obtenidos en esta segunda sección?

La relacion es que los valores son los mismos.

Si únicamente tuvieras la gráfica de la derivada e identificaras los valores en los que se hace cero la derivada, ¿de qué manera podrías identificar a cuál le corresponde el valor máximo o mínimo que puede tomar la función original?

Igual, porque los valores que nos arroja son de x.

SECCIÓN 3

En el mismo plano, realiza la gráfica de la segunda derivada de cada función y responde las siguientes preguntas:

Función:	Gráfica:	Pregunta:
a) $f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$ $3x^2 + 4x$ $6(x) + 4$		Evalúa los valores que encontraste en la sección anterior en la segunda derivada y escribe únicamente si el resultado es positivo o negativo.
b) $g(x) = -x^3 - 3x^2$ $-3x^2 - 6x$ $-6x - 6$		Evalúa los valores que encontraste en la sección anterior en la segunda derivada y escribe únicamente si el resultado es positivo o negativo.

a)

Raíz	Positivo/Negativo
$x_1 =$ 0	Positivo
$x_2 =$ −1.33	Negativo

b)

Raíz	Positivo/Negativo
$x_1 =$ 0	Negativo
$x_2 =$ −2	Positivo

c) $h(x) = 5x^5 + 4x^2$

$25x^4 + 8x$

$100x^3 + 8$

Evalúa los valores que encontraste en la sección anterior en la segunda derivada y escribe únicamente si el resultado es positivo o negativo.

Raíz	Positivo/Negativo
$x_1 =$ 0	Positiva
$x_2 =$ −0.68	Negativa

1.- Anota en la tabla todos los valores que te resultaron negativos al realizar la actividad anterior:

Negativos
−1.33
0
−0.68

a) Este conjunto de valores, según la actividad realizada en la sección 1, ¿a qué clasificación corresponden?

Pertenece a los máximos

2.- Ahora en la siguiente tabla anota todos los valores que te resultaron positivos al realizar la actividad anterior:

Positivos
0
−2
0

a) Este conjunto de valores, según la actividad realizada en la sección 1, ¿a qué clasificación corresponden?

Pertenece a los minimos

1.- Ya realizada esta actividad, responde nuevamente la siguiente pregunta:
Si únicamente tuvieras la gráfica de la derivada e identificaras los valores en los que se hace cero la derivada, ¿de qué manera podrías identificar a cuál le corresponde el valor máximo o mínimo que puede tomar la función original?

Evaluar nuestros puntos de ~~en~~ la 2da derivada.

2.- Finalmente, describe el procedimiento que debes realizar para encontrar los puntos máximos y mínimos de una función.

Observando en nuestra grafica los puntos donde puede cortar la derivada a ~~la f~~ 2da derivada.

1. Encontrar la 1ra derivada.
2. Sacamos los puntos donde se hace 0.
3. Los puntos se evaluan en la 2da derivada.
4. Se observa donde cortan a la 2da derivada
5. Verificamos si son positivos (minimos)
Negativos (Máximos)

Integrantes:

La optimización de costos, materiales y espacio es una acción indispensable en la práctica profesional de diversas áreas, incluyendo la del Ingeniero Agrónomo Zootecnista.

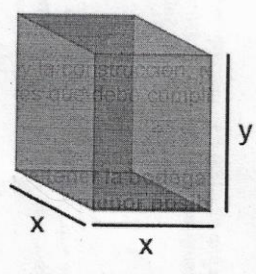
Supongamos que en una granja engordadora de bovinos de la cual es el Ingeniero encargado, se quiere construir una bodega para almacenar forraje, el dueño le indica que la construcción será de madera y que se deben considerar 3 paredes, el techo y el suelo; además la construcción deberá tener una base cuadrada horizontal para que se adapte mejor al terreno con el que se cuenta, las paredes deben ser rectangulares verticales y debe tener una capacidad de 200 metros cúbicos para almacenar el forraje.

Por otro lado, el dueño le pide que realice la construcción con el menor gasto en material posible, por lo que una vez contemplado esto, se dio a la tarea de cotizar la madera, encontrando como mejor opción la madera de pino que está en $600 el metro cuadrado.

Antes de realizar las compras y la construcción, responda las siguientes preguntas para cumplir con las condiciones que debe cumplir la bodega.

- **¿Qué dimensiones debe tener la bodega para que el costo de materiales para la construcción sea el menor posible?** 7.09 y 5.31
- **¿Cuántos metros cuadrados de madera se utilizarán para la construcción?** 169.33
- **¿Cuál será el gasto mínimo que haremos para la compra de la madera necesaria para la construcción?** $101 598.00

El dueño de la granja le muestra un bosquejo de la bodega a realizar:



$A = 2x^2 + 3xy$

$V = x^2 y = 200 \quad y = \frac{200}{x^2}$

$C = \_\_\_ (600)$

Ahora, plantee una función que modele la situación y realice el procedimiento de optimización aplicando el procedimiento de cálculo de máximos y mínimos para dar respuesta a las preguntas planteadas.

$x^2 = 2x^2 \quad = \quad xy = 3xy$

Area

Piso & techo

$y = \frac{200}{x^2}$

$A = 2x^2 + 3x\left(\frac{200}{x^2}\right)$

$A = 2x^2 + \frac{600x}{x^2}$

$A = 2x^2 + \frac{600}{x}$

$C = 600\left(2x^2 + \frac{600}{x}\right)$

$C = 1200x^2 + \frac{360000}{x}$

$V = x^2 y = 200$

$y = \frac{200}{x^2}$

$y = \frac{200}{(5.31)^2}$

$y = \frac{200}{28.19}$

$y = 7.09\ m$

$f'(x) = 2400x + 360000x^{-1}$

$-360000x^{-2}$

$f'(x) = 2400x \frac{-360000}{(x)^2}$

$2400x - \frac{360000}{x^2} = 0$

$2400x = \frac{360000}{x^2}$

$x = \frac{360000}{2400x^2}$

$x^2(x) = \frac{360000}{2400}$

$x = (150)^{\frac{1}{3}}$

$x = 5.31\ m$