Universidad Autónoma de San Luis Potosí

Facultad de Ciencias

Uso y significado de las matemáticas en la conversión de una señal analógica a digital, en una práctica de referencia.

Tesis que presenta:

José Israel Martínez Medina

Para obtener el Grado de

Lic. En Matemática Educativa

Director de Tesis

Dra. Lilia María Del Riego Senior

Co- asesora de Tesis

M.C. Edith Miriam Soto Pérez

San Luis Potosí, S.L.P. Septiembre 2017

FORMATO DE AUTORIZACIÓN PARA LA IMPRESIÓN FINAL DE LA TESIS

SECRETARIA GENERAL

FACULTAD DE CIENCIAS

Nombre: José Israel Martínez Medina

Clave: 0191206

Fecha: 18 de Julio 2017

Carrera: Lic. Matemática Educativa

Especialidad: ____________

Generación: 2010

Título de la Tesis:
Uso y significado de las matemáticas en la conversión de una señal analógica a digital, en una práctica de referencia.

Asesor: Directora: Dra Lilia María Del Riego Senior \ co-asesora: M.C. Edith Miriam Soto Pérez

Adscripción del Asesor: ____________

SINODALES ASIGNADOS

Presidente: Dra. Martha Eugenia Compean Jasso

Secretario: Sánchez Noe, Dr.

Vocal: Dra. Lilia María Del Riego Senior

Suplente: Moreno Nehemías, Dr.

Por medio de la presente atestiguamos que después de leer el documento de tesis puesto a nuestra consideración, no tenemos recomendaciones o sugerencias a su contenido y damos nuestra aprobación para que se impriman las versiones finales del mismo.

Firmas:

Sinodal Presidente

Sinodal Secretario

Sinodal Vocal

Sinodal Suplente

Vo.Bo.

Secretario General

SECRETARIA GENERAL

Agradecimientos

Esta investigación nunca pudo haber sido concluida sin la ayuda moral, profesional y monetaria que tuvieron algunas personas en el trayecto de mi carrera universitaria.

Principalmente me gustaría agradecer el apoyo de mis padres Margarita y Jesús, que con mucho sacrificio me dieron la oportunidad y la confianza de poder desarrollarme en un nivel académico, lo cual yo sé que les costó muchas horas extra de trabajo humildemente ganado. Muchas gracias por todos sus consejos y por mantenerse siempre al pendiente de mí, los quiero mucho.

También quiero agradecer a mis hermanos Yazmin, Lourdes y Jesús, que me brindaron su ayuda para por fin alcanzar esta meta en mi vida.

A mi asesora de tesis, la Dra. Lilia Del Riego por sus valiosas recomendaciones académicas para el logro de esta investigación, y más que nada ser un gran ser humano.

A mi co-asesora de tesis, la Mtra. Edith Miriam Soto, por ser una amiga, una maestra y un ejemplo de persona. Siempre diré que fue la mejor maestra que tuvo alguna vez la carrera de matemática educativa en la UASLP.

A mi mejor amigo Raymundo García, por apoyarme como si fuera su hermano.

A la mujer que llego al final de este recorrido, pero que se sintió como si lo hubiera caminado conmigo todo este tiempo, mi Bárbara.

A mis amigos, Cristian Mata, Juan Carlos García y Miguel Angel López. Por estar siempre ahí cuando los necesite y por creer siempre en mí.

A mi amiga Diana, por todos los consejos y opiniones, muchas gracias.

A los profesores de la Facultad de Ciencias, en especial al Dr. Flavio que siempre decía “si empiezas algo hay que terminarlo”, a la Dra. Rita por hacerme ver que un profesor debe saber de todo y no solo de matemáticas, al Dr. Camacho por enseñarme tantos valores en su clase de cálculo integral, al Maestro Noé por

siempre creer en que puedo, al Dr. Molgado porque me enseño el valor del esfuerzo en cada una de sus clases que no eran nada fáciles.

Al Físico Alejandro Ochoa, por su gran apoyo en cada uno de los congresos de matemáticas, muchas gracias.

"No conozco a la mitad de ustedes, ni la mitad de lo que querría, y lo que yo querría es menos de la mitad de lo que la mitad de ustedes se merece"

Bilbo Bolson

INDICE

Introducción

Los que nos identificamos con la Teoría Socioepistemológica, reconocemos la importancia del análisis de prácticas sociales y de referencia, es decir, la forma peculiar en que las personas resuelven situaciones problematizadas que suelen ser generadoras de conocimiento matemático. Específicamente, asumimos que la forma en como se genera el conocimiento depende fuertemente del contexto. Por lo que es importante centrar nuestra atención en lo que hacen los individuos y los significados que la matemática adquiere en un contexto determinado.

Dado lo anterior, el objetivo de esta investigación es el análisis de una práctica de referencia en el contexto de un proyecto realizado por un estudiante de Ingeniería Electrónica de la Facultad de Ciencias, de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí (UASLP). Dicho proyecto pertenece a la asignatura de señales, y consiste en la conversión de una señal analógica de sonido a una señal digital (A/D), para el procesamiento de ésta. Consideramos que la importancia de nuestro trabajo para la Matemática Educativa radica en que las prácticas sociales y de referencia, como la que nos ocupa en este trabajo, genera una construcción de conocimiento matemático impregnado de significados propios del contexto en el que se realiza la práctica en cuestión, propiciado por la necesidad de convertir una señal de sonido de una representación a otra. Creemos pues, que estas experiencias de resignificación de conceptos matemáticos podrían sentar las bases para que en un futuro se elaboren diseños didácticos.

Las preguntas de investigación que guían este trabajo son: ¿Qué conceptos matemáticos se utilizan dentro de la conversión analógico/digital?, ¿Qué es lo que hace nuestro sujeto de estudio?, ¿Para qué lo hace?, ¿Cómo hace lo que hace?, ¿Con qué lo hace?

La metodología está basada en un estudio de caso, a fin de aportar referente empírico. Se eligió esta metodología, puesto que nos centraremos en la recolección de información cualitativa, que nos ayude a describir qué matemáticas usa nuestro sujeto de estudio en la conversión A/D, así como aportar información del porqué hace lo que hace, para qué lo hace y qué significados adquiere la matemática en ese contexto.

Reportaremos esta investigación en cinco capítulos, que muestran el trabajo realizado alrededor de nuestro problema de estudio. En el capítulo uno, se presenta la problemática, profundizando en las motivaciones y objetivos de la investigación. En el capítulo dos, se describen los antecedentes y una explicación del marco teórico que sustenta nuestro proyecto. En el capítulo tercero, se define y se expone la metodología que nos ayudará en el análisis de la práctica social en cuestión. En el cuarto capítulo, se desarrolla el análisis y los resultados. Por último, se formulan las conclusiones y reflexiones que se generan de la investigación realizada.

Capítulo 1

Introducción a la problemática

1.1 Problemática y problema

Cuando se planea hacer una investigación que contribuya en un futuro a una mejor enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, el investigador suele en principio imaginarse su vida de estudiante antes de llegar a un estudio más elaborado y objetivo de las cosas que suceden a su alrededor, recuerda los profesores que tuvo en su vida académica y cuáles fueron las cosas que le fue difícil aprender a lo largo de ésta. Sin embargo, viéndome hoy como una persona que está por concluir sus estudios profesionales de licenciatura, me convenzo a través de mi experiencia que el enfoque conductista que la mayoría de los profesores de matemáticas utilizan, no es más que una memorización de fórmulas y procedimientos, dejando de lado el sentido y significado de la matemática. Recuerdo muy bien en una clase de matemáticas en la secundaria, que el profesor explicaba las propiedades de un triángulo rectángulo y el método que se utiliza para encontrar el valor los catetos y la hipotenusa. Un compañero que solía sentarse atrás de mí, le preguntó al profesor "¿Y eso en dónde lo voy a utilizar?", por lo que su respuesta fue un simple "Para todo se utilizan las matemáticas". Como es común a esa edad, mi compañero dejo de preguntarle al profesor y actuó como si hubiera comprendido el mensaje, pero ¿es clara la respuesta que dio el profesor?, ¿mi compañero a partir de ahí fue buscando las matemáticas que se utilizan en "todo"?, probablemente no. Si bien es cierto que las matemáticas son una herramienta útil para muchas áreas, pocos profesores se dan a la tarea de investigar en qué prácticas académicas, laborales, y de la vida cotidiana se utiliza el conocimiento matemático y cómo el uso de éste llega a transformar la realidad dentro de un contexto determinado; así entonces, la mayoría de los profesores convierten sus clases en una copia del libro de texto, aprendiendo recetas y haciendo cálculos sin sentido; nuestra postura radica en recuperar el sentido y significado que la matemática adquiere en un contexto determinado para un posterior uso didáctico.

Para los matemáticos educativos, ha sido relevante alejarse de las teorías generales de enseñanza-aprendizaje y construir sus propias teorías para explicar los problemas que se generan en la construcción de saberes matemáticos y su apropiación por parte del aprendiz (Montiel, 2005, p. 7). Una de estas teorías es la Socioepistemología, en la que se considera importante el contexto de construcción, sea éste profesional, cotidiano o el correspondiente a una comunidad específica, de donde se rescata el significado y sentido de los saberes matemáticos en juego dentro una situación a resolver, a través del análisis del uso funcional de dichos saberes. Lo cual deriva en el concepto de práctica social o de referencia.

Algunos trabajos que giran en torno al estudio de las prácticas sociales y de referencia son Gómez (2015) y Tovar (2015), donde su importancia radica en el hecho de que en ambas se dio a la tarea de investigar y descubrir las matemáticas que se utilizan para resolver situaciones dentro de un contexto determinado, en el primer caso se analiza la práctica de referencia de un ingeniero electrónico sobre un proyecto de robótica que explica el método de programación para la visualización e identificación de objetos de parte del robot. La segunda está dentro del contexto profesional de los estudiantes de la carrera de diseño gráfico de la UASLP, donde se analiza principalmente la geometría que se utiliza dentro de esta área de estudio, así como las distintas formas que combinan los usos de ese conocimiento matemático, qué problemas le resuelve, cómo y para qué, son algunas de las preguntas que intenta responder. Covián (2005) es una investigación que aporta mucha información de cómo una cultura (en este caso la cultura Maya) construía el conocimiento matemático a partir de la necesidad de elaborar viviendas con ciertas características importantes dentro de su cultura, así como también para la comodidad y la seguridad de los habitantes frente a cambios climáticos, como el viento, la lluvia, etc. Una investigación de gran relevancia dentro del aspecto socioepistemológico es Tuyub (2008), que analiza la práctica de un científico dentro del contexto de una comunidad científica de toxicólogos, mostrando la función normativa de la práctica social dentro de lo que realiza el sujeto de estudio, todo esto con el uso de un modelo que explica la construcción de conocimientos matemáticos a partir de la práctica normativa de la práctica social.

Para poder llegar a un objetivo claro en la investigación, se considera necesario indagar en las motivaciones tanto sociales y personales, contextualizar el problema, y finalmente construir un objetivo de investigación, por lo que posteriormente se dará a la tarea de explicar cada uno de estos apartados.

1.2 Motivación

En mi carrera, he tenido la fortuna de empezar a dar clase de matemáticas a nivel preparatoria gracias a la necesidad de cubrir con un servicio social de 480 horas, tiempo en el que pude iniciarme en el mundo de un profesor de matemáticas, y lograr experimentar lo que es tener un grupo de jóvenes que está en plena preparación para continuar su camino de estudios en la universidad, recuerdo que me toco impartir la clase de trigonometría y como todo "buen" profesor busque formas variadas de dar mi clase, pero me di cuenta que buscar formas distintas de enseñar es verdaderamente complicado, y muchas veces mis clases fueron una reproducción de cuando me enseñaban a mi ese tema (normalmente con un sentido conductista). Hablando con mis colegas y reflexionando sobre nuestras prácticas, nos dimos cuenta que el sistema educativo no permite la reflexión, construcción y resignificación de conocimientos por parte de los alumnos, y por otra parte, las investigaciones previas y las teorías que sustentan los métodos de enseñanza y diseños didácticos que se imponen en las instituciones, limitan la creatividad de los alumnos para resolver problemas en situaciones reales. Por lo que mi principal motivo, en este caso personal, para llevar a cabo esta investigación, es el de contribuir con un trabajo que no solo será para descubrir cómo se comporta la matemática cuando se usa en otras áreas de estudio, a partir del análisis de las prácticas sociales, sino, que sirva en un futuro para poder ayudar a los alumnos a construir conceptos matemáticos, a partir de la reflexión sobre situaciones reales, bajo el sustento teórico de la Socioepistemología.

1.3 Contextualización

Nuestra investigación se lleva a cabo en la Universidad Autónoma de San Luis Potosí (UASLP), específicamente en la Facultad de Ciencias, en el contexto de la materia de **Señales** de la carrera de Ingeniería Electrónica. Nuestro sujeto de estudio es un alumno de octavo semestre, que desarrolla un proyecto sobre el tema de conversión y procesamiento de señales analógicas de sonido.

1.4 Objetivo

Recopilar y sistematizar la información que emane de un análisis de la práctica de referencia de nuestro sujeto de estudio, con el fin de rescatar el sentido y significado de las matemáticas que se emplean dentro de su contexto.

Capitulo II

Antecedentes y Marco Teórico

2.1 Antecedentes

Los trabajos que se han hecho a lo largo del tiempo en el área de matemática educativa, han abierto puertas a la creación de diseños didácticos que ayudan al rediseño del Discurso Matemático Escolar (dME), que es la forma en la que se exponen los distintos saberes matemáticos dentro del aula de clase en forma de discurso o libros de texto, generalmente usando un enfoque conductista impuesto por alguna institución o reforma educativa del país, por lo que es sumamente difícil cambiarlo, más no modificarlo para algunos temas de gran relevancia dentro de la comunidad matemática. Por esto, es importante nombrar algunos de estos trabajos que contribuyen a la obtención de información a través del análisis de prácticas sociales y algunos otros no menos importantes, que contribuyen desde otro enfoque a la obtención de información para el entendimiento y mejoramiento de los cursos dentro de las instituciones.

Una de estas investigaciones donde su principal problemática surge de la pregunta que todo estudiante alguna vez se ha hecho en una clase de matemáticas "¿Y eso para qué me va a servir?" es Gómez (2015), que plantea el problema que se vive dentro de las aulas escolares de nivel medio y medio superior, donde el dME se centra en la transmisión de saberes abstractos, sin dotarlos de sentido y significado, aprendiendo formulas y mecanizando procedimientos para resolución de ejercicios. Esto conlleva a realizar un análisis minucioso de una práctica social, donde su sujeto de estudio es un ingeniero electrónico que realiza un proyecto de robótica, programando un robot para permitirle a éste moverse e identificar objetos a través de imágenes en dos dimensiones. Las preguntas de investigación están relacionadas con cada función de la práctica social: qué hace el ingeniero electrónico, para qué lo hace, cómo lo hace, y qué matemáticas surgen dentro de su práctica social. Las conclusiones que se presentan en este trabajo, están relacionadas con el uso de una función de correspondencia por parte del sujeto de estudio, que programa la instrucciones necesarias para que el robot asocie cada pixel de la imagen identificada como un grado de intensidad, creando así una matriz de intensidades que es comparada con otras matrices guardadas en la base de datos y así identificar el objeto que se está viendo, esto conlleva a responder las preguntas asociadas a cada función de la práctica social, lo que al final se obtiene, es información sobre la matemática que se vive en ese contexto y el significado que el sujeto de estudio le da, transformando su realidad al ponerlo en uso, aportando así referente empírico que ayudará a la creación de diseños didácticos que mejoren el proceso de enseñanza-aprendizaje en un futuro dentro del aula escolar.

Tovar (2015) es una investigación que nos expone las situaciones a las que están sometidos los alumnos de primer semestre de la carrera de Diseño en la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, haciendo un análisis cualitativo y usando un estudio de casos para identificar los usos de la geometría dentro de las situaciones que se le presentan a un estudiante en particular de esta materia, utilizando como fundamento la Teoría Socioepistemológica. El objetivo de la investigación es el de identificar, describir y caracterizar el sentido y significado que la geometría adquiere en esta área, y cómo la geometría y otro tipo de matemática transforma la realidad del sujeto de estudio, haciendo uso de ésta y sin siquiera darse cuenta en algunas ocasiones que están utilizando conceptos matemáticos para la solución a distintos problemas de diseño. La pregunta de investigación que se plantea en este trabajo es: "*¿cuáles, cómo, por qué y para qué son los usos del conocimiento geométrico del diseñador en formación básica en el curso de Taller de síntesis I del hábitat, durante el semestre Agosto – Diciembre del 2014?*". La cual implica un análisis de la práctica social o de referencia que está asociada a este contexto, identificando cada una de sus funciones para responder a la pregunta planteada. Las conclusiones que se presentan permiten identificar el sentido y significado que la geometría adquiere en esta área de estudio, respondiendo al cuáles, cómo, por qué y para qué son los usos del conocimiento geométrico en la práctica que realiza el sujeto de investigación, dando como resultado una valiosa información que puede ser aprovechada en algún futuro por la comunidad de matemáticos educativos, para la creación de diseños didácticos que permitan a los estudiantes en general, ver el uso de la matemática y su significado en ese contexto.

Tuyub (2008) es una de esas investigaciones que tratan de explicar y evidenciar las funciones de la práctica social, especialmente evidenciar la función normativa en un proyecto biológico que se desarrolla dentro de un contexto científico, éstos estudian los efectos que producen las sustancias químicas en los seres vivos, qué reacciones tienen, qué afecta al organismo el uso de alguna sustancia, etc. Todo esto llevado a cabo a través de una metodología microetnográfica, con técnicas de observación no participativa, para analizar el quehacer cotidiano de un solo sujeto de estudio, y así poder observar dentro de este contexto como se construye el conocimiento matemático, entendiendo los procesos y las necesidades que justifican el cómo y por qué hace lo que hace, así como dar a conocer los saberes funcionales de los que hace uso. Esta investigación tiene tres objetivos específicos para el análisis de la práctica toxicológica, que son: “Identificar prácticas que permitan ser estudiadas a través de sus actividades, cómo estás se relacionan y afectan la práctica profesional a analizar; tomar de referencia un saber funcional y determinar en qué momento éste se hace presente y cómo afecta o contribuye a la práctica científica; cómo se presentan procesos de institucionalización dentro de ésta”. La pregunta de investigación que motivó la investigación fue: “*¿Cómo se produce una norma en el proceso de institucionalización de las prácticas en un ambiente científico biológico, en particular la práctica toxicológica?*". Como conclusión, este trabajo presenta una reflexión sobre el día a día del científico, las interacciones con sus colegas y el discurso oral que él emplea para nombrar acciones o procesos que se llevan a cabo a lo largo del proyecto, todo esto sin llegar a un lenguaje formal de la matemática, evidenciando la función normativa de su práctica, y el uso funcional que la matemática adopta en el contexto profesional del científico toxicológico.

Una investigación que se centró en el contexto cultural y cómo éste afectaba en la toma de decisiones y la forma de resolver los problemas, utilizando lógica matemática no formalizada es Covián (2005), donde se aborda como sujeto de estudio la cultura Maya, haciendo un análisis sobre su educación y forma de vida, para posteriormente centrar el proyecto en el estudio de la construcción de una vivienda tradicional Maya utilizando como base la teoría socioepistemológica, para saber el cómo lo hacían, para qué lo hacían, con qué lo hacían y consecuentemente encontrar las matemáticas no formalizadas que surgían de la construcción de dichas viviendas. La pregunta de investigación que se planeó contestar es: *"¿cuál es el papel que juega el conocimiento matemático en las prácticas de la cultura maya?"*. Por lo que el objetivo de la investigación es el de *"estudiar los mecanismos de construcción social del conocimiento matemático"*, donde se eligió la construcción de la vivienda Maya tradicional, para así identificar cada una de las funciones de la práctica social. Las conclusiones a las que se llega es que la cultura juega un papel muy importante en la construcción de la vivienda Maya tradicional, ya que por ejemplo la altura de la vivienda se definía de acuerdo a la altura que tuviera el jefe de familia, entre otras cosas. Los cambios climáticos también influían en la forma de abordar el problema, qué forma darle al techo, de qué material hacerlo, qué forma darle a las paredes, etc. En resumen, la construcción de la vivienda tradicional maya se efectuaba de acuerdo a sus necesidades, donde se logró desarrollar un conocimiento matemático informal, como el uso de derivadas, formas geométricas, entre otras cosas, por lo que el papel que juega el conocimiento matemático en este contexto es para solucionar los problemas que conllevaba construir una vivienda que cumpliera con las necesidades que ellos tenían y que a su vez contribuyera a darle identidad a esa cultura.

López (2011) en una investigación, fundamentada por la teoría socioepistemológica, desarrolla una problemática con respecto a las matemáticas que se enseñan en clase y su escasa vinculación con aspectos reales o de la vida cotidiana del alumno, específicamente del concepto de función, por lo que los procesos cognitivos y sociales juegan un papel importante en esta vinculación de contenido. Esto llevo a "…*analizar la forma en que tales procesos tienen lugar en un grupo de estudiantes y generar posibles explicaciones sobre las etapas o fases de aprendizaje que se alcanzan…"*. Las preguntas que se plantean como base para llevar a cabo el proyecto son: *"¿Qué niveles o etapas cognitivas se identifican en estudiantes durante su proceso de aprendizaje de una noción o concepto matemático? ¿Qué papel juegan los aspectos socioculturales en procesos de aprendizaje matemático específicos?*". El objetivo general que se plantea es

"…*reconocer e identificar etapas o niveles de aprendizaje respecto al concepto de función".* Dos de las conclusiones más importantes a la que llego esta investigación fue que *"…se encontraron en estudiantes de segundo año de bachillerato, los niveles de pre-acción, acción, proceso y una transición entre nivel de proceso y objeto, cuando se enfrentan a cierto tipo de actividades relacionadas con el concepto de función.*" Y por último que:

> "*Se descubrió también que los niveles cognitivos de los estudiantes se encuentran en una estrecha relación con el tipo de actividad planteada al estudiante, de tal forma que se podría decir que si bien es común pensar que lo cognitivo obedece a implicaciones propias de un individuo, la realidad es que las condiciones socio-culturales (su contexto) en las que se encuentra el individuo, hacen que su manera de actuar se encuentre condicionada a ciertas características y por consiguiente, lo que piensa y hace también*."

Una investigación que tiene como idea central los efectos de la violencia en el dME del profesor de matemáticas hacia los alumnos, es Polanco (2013), donde su problemática se centra en que no solo la violencia se puede generar en las calles o en los hogares, sino, también en el aula de clases, por causa de las interacciones sociales que generan muchas veces conflictos, la rivalidad, la competencia, etc. Así como la violencia por parte del profesor, en el mal uso del dME que pretende enseñar bajo un ambiente de tensión y escaso de respeto, esta investigación es realizada en el Instituto Politécnico Nacional (IPN) con alumnos de nivel medio superior, en el que las preguntas que guían la investigación son: *"…¿los alumnos han experimentado algún tipo de violencia por parte del profesor?, ¿los estudiantes han sido víctimas de algún tipo de abuso?, ¿su actual condición está asociada a algún tipo de violencia?*". Mientras que su objetivo general es: "*Evidenciar la existencia de violencia ejercida por el profesor en la clase de matemáticas desde la* *perspectiva de los alumnos en el CECyT 8 del Instituto Politécnico Nacional*". Las conclusiones a las que llega al estudiar la violencia desde la perspectiva de los alumnos, es la existencia de la violencia del profesor a través del trato físico y verbal, verificando a través de un cuestionario aplicado a los alumnos, donde expresan que el profesor empuja e insulta a los compañeros, sin embargo también demuestra que la violencia pasa desapercibida para los alumnos de nuevo ingreso o que simplemente ignoran la violencia en el dME del profesor de matemáticas.

Existen diversas investigaciones que no solo tratan de abordar los temas enseñanza y aprendizaje dentro de un aula de clase, sino, también existen esas investigaciones que tratan de profundizar en la construcción social del conocimiento matemático, observando sectores de la población con su propia cultura y su propia manera de resolver cada situación que se le presenta, donde la teoría socioepistemológica tiene las bases suficientes para explicar las acciones de los individuos dentro de una necesidad o situación cotidiana, que requiera el uso de un conocimiento matemático, muchas veces no formalizado. Así, la Matemática Educativa ha puesto su atención no solo en las interacciones del saber, alumno y profesor, sino, que ha incluido un cuarto punto de convivencia que ayuda a entender el cómo, con qué y para qué hacen lo que hacen, y éste es el contexto.

2.2 Marco Teórico

La socioepistemología y las cuatro dimensiones del saber

En el área de la Matemática Educativa existen diversas teorías que tratan de explicar los fenómenos de enseñanza-aprendizaje ocurridos en contexto escolar, como la teoría de Representaciones Semióticas de Duval, la teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau, entre otras, dando cada una de éstas una descripción de la realidad que ayuda a la creación de diseños didácticos que contribuyan a un mejor aprendizaje de las matemáticas.

La socioepistemología por su parte, tiene como objeto de estudio *"la construcción social del conocimiento matemático y su difusión institucional, se caracteriza por ser una teoría contextualizada, relativista, pragmática y funcional"* (Cantoral, 2013).

Ésta teoría de la Matemática Educativa tomó el triángulo didáctico como principio del *sistema didáctico*, donde sus aristas P= profesor, A= alumno y S= saber, son los actores del sistema (D'Amore, Fandiño, 2002, citado en Cantoral, 2013), en las que sus relaciones alumno-profesor (A-P), profesor-saber (P-S) y alumno-saber (A-S), permite el funcionamiento del sistema educativo.

Sin embargo, la socioepistemología agrega el contexto social que es la cultura o comunidad determinada donde se construye el conocimiento en base a una necesidad, también integra de manera sistémica las cuatro dimensiones del saber matemático: epistemológica, didáctica, cognitiva y social (Reyes, 2011). Estas dimensiones son integradas de tal manera que se puedan estudiar sus interacciones entre la epistemología del saber matemático, la dimensión social donde encuentra ese saber, los procesos cognitivos asociados y la didáctica que se encarga de los mecanismos de institucionalización a través de la enseñanza, Montiel (2005, refiriendo a Cantoral y Farfán, 2004).

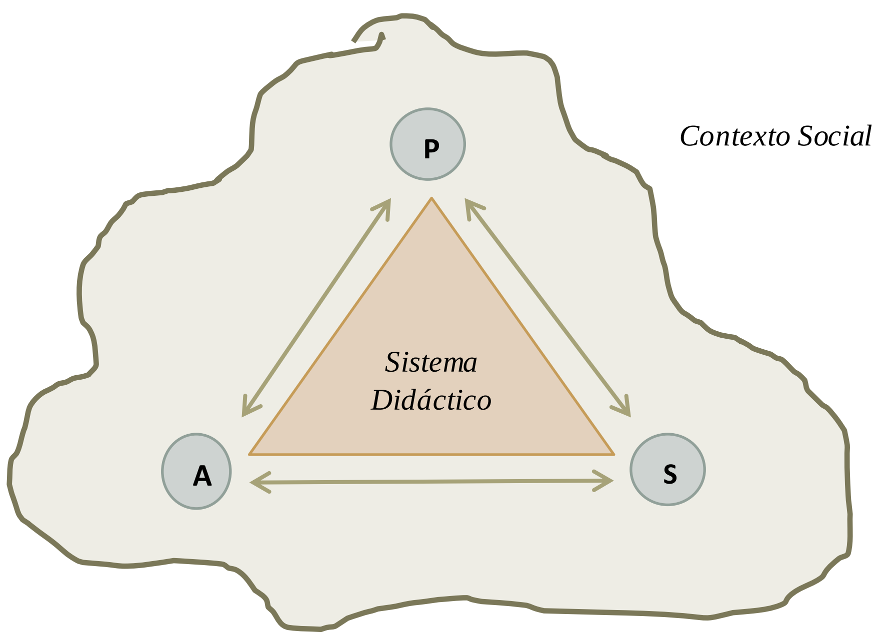


Figura 1. Triángulo didáctico extendido (tomado de Cantoral, 2013)

- *La dimensión epistemológica* es la que se preocupa por el tipo de circunstancias que hicieron y hacen posible la construcción del conocimiento, responde a las cuestiones sobre qué fue lo que dio pie a la construcción, el por qué se construyó y el cómo se construyó.

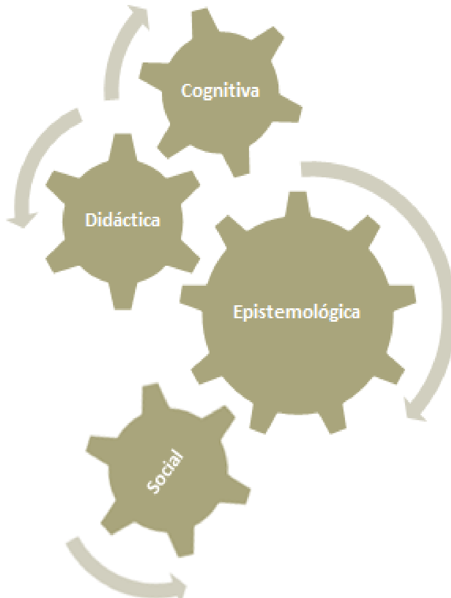
- *La dimensión didáctica* del saber matemático está relacionada con el proceso de trasmisión de saberes.

- *La dimensión cognitiva* analiza las diferentes formas en la que el aprendiz se apropia del conocimiento, cómo construye un significado y el proceso por medio del cual lo resignifica.

- *La dimensión social y cultural*, analiza los tipos de funciones o usos que se le otorgan al saber en situaciones ubicadas en un contexto específico, reconociendo que el aprendiz posee rasgos identitarios que provienen de su grupo o contexto sociocultural.

En la socioepistemología los actores más importantes del sistema son el aprendiz, el saber -que ahora es concebido como la construcción social del conocimiento- y los entornos socioculturales que traen consigo el mundo real (Cantoral, 2013). Por lo tanto una práctica social es el conjunto actividades realizadas por una cultura, que permiten la construcción del conocimiento matemático a partir de la solución de problemas o necesidades que sean parte de su vida.

Las prácticas sociales surgen de la necesidad de resolver situaciones que ayuden a solventar las necesidades dentro de un contexto o cultura determinada.



Dimensiones reguladas por la Práctica Social

Figura 2. Dimensiones sistémicas del saber.

Funciones de la Práctica Social

Dentro de las sociedades, constantemente se presentan situaciones donde las necesidades se tienen que solventar con el uso de saberes o conocimientos matemáticos. Cada sociedad o cultura resuelve estos problemas con un diferente proceso cognitivo que les da una identidad, esta identidad forma parte de un conjunto de funciones que permiten la construcción social del conocimiento matemático. Según ésta teoría las prácticas sociales son *"la base y orientación en los procesos de construcción del conocimiento, se constituyen, por así decirlo, en las generadoras del conocimiento"* (Cantoral, 2013).

Las prácticas sociales se componen de cuatro funciones fundamentales: normativa, identitaria, reflexiva-discursiva y pragmática.

Figura 3. Funciones de la práctica social

La **función identitaria** dota de identidad cultural a una comunidad, grupo, entidad o individuo, es decir, es lo que lo que los define como parte de una cultura. Esta función es esencial dentro de la socioepistemología, ya que permite analizar cómo un individuo se comporta frente a un problema y que tipos de procesos utiliza respecto a su cultura.

La **función reflexiva-discursiva** se ve reflejada cuando el individuo construye argumentaciones de acción, para explicar qué saberes utilizará para resolver una situación, y por qué esos saberes le son útiles.

La **función pragmática** justifica la acción a través de los significados.

La **función normativa** integra sistemáticamente las funciones identitaria, reflexiva-discursiva y pragmática, las cuales aportan condiciones que guían o norman la actividad humana.

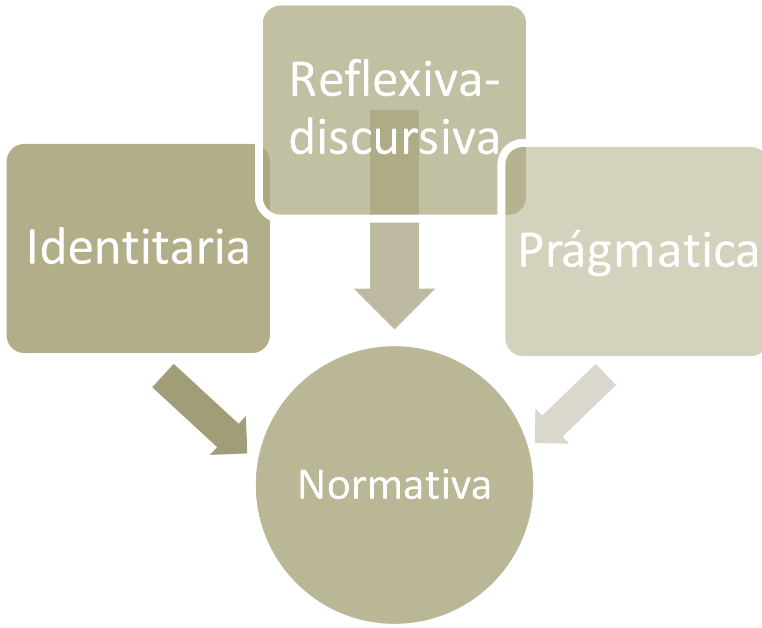


Figura 4. Normatividad de la práctica social

Práctica de Referencia

La práctica de referencia es una actividad llevada a cabo en un contexto especifico, donde en ésta, sus acciones son normadas por la práctica social, según Tuyub (2008, refiriendo a Suárez y Cordero, 2005, p.13) "*La práctica de referencia puede considerarse como una práctica situada en determinado contexto, parte de una comunidad, es donde se desarrolla la construcción de conocimiento, por eso la búsqueda de éstas obliga a romper la centración en los conceptos y dirige el camino hacia la rehabilitación de categorías del conocimiento matemático que provienen de la actividad humana*". Esto quiere decir que la centración en los conceptos como un conocimiento matemático abstracto cambia, ya que se dirige la atención a la construcción del conocimiento de tal manera que las categorías del conocimiento matemático se rehabiliten creando usos y significados a partir de problemas relacionados con la cultura y sus necesidades.

Figura 5. Práctica de referencia regulada por la práctica social

La jerarquía de las tres componentes se muestra en la figura 5, donde la práctica social es la que se encuentra en el nivel más alto ya que regula las prácticas de referencia, seguido de ésta, se encuentra la práctica de referencia y por último sus actividades que son organizadas e intencionales. Un ejemplo claro podría ser la práctica social que realiza un biólogo dentro de su trabajo profesional, donde la práctica de referencia tomada como un problema en específico trata de la interpretación matemática del crecimiento de bacterias y en qué cantidad éstas se reproducen a través del tiempo, en el cual las actividades o acciones ligadas a la práctica de referencia, tratarán de buscar solución y la mejor interpretación matemática posible para explicar el fenómeno.

Dentro de la socioepistemología una práctica es considerada como "*un conjunto organizado de actividades o acciones intencionales para resolver un problema dado*" (Tuyub, 2008, p.13). Por lo tanto, la práctica de referencia engloba el conocimiento generado dentro de distintas actividades humanas, a partir de la necesidad de resolver un problema dentro de un contexto determinado, esto quiere decir que para una práctica social existe una práctica de referencia y para una práctica de referencia existen distintas prácticas de referencia asociadas, que dan pie a distintas actividades o acciones, generadoras y constructoras del conocimiento matemático.

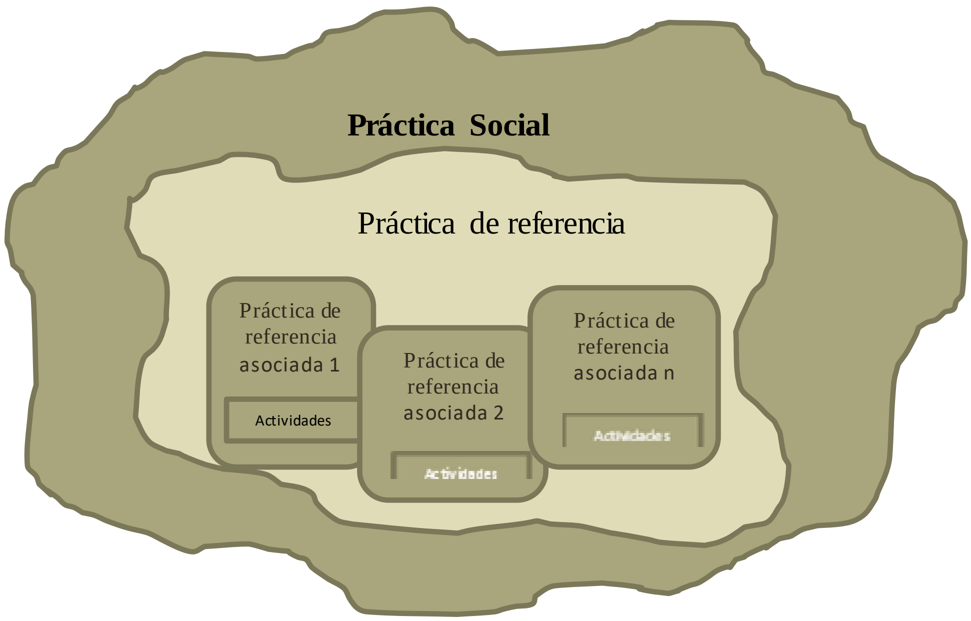


Figura 6: Esquema completo de la práctica de referencia

De manera general, la práctica de referencia se compone del estudio de las actividades humanas de la cual emerge el conocimiento matemático en un contexto en específico; dichas actividades varían dependiendo de las distintas prácticas de referencia asociadas, por lo que se requieren acciones distintas en cada una de ellas.

En nuestra investigación analizaremos la actividad de un ingeniero electrónico considerada ésta como una práctica de referencia. Estudiaremos particularmente el análisis y procesamiento de señales en un proyecto específico.

El discurso matemático escolar

En el sistema didáctico escolar, existen distintas nociones que tienen tanto los profesores como las instituciones del saber matemático, lo que conlleva a una transposición didáctica que pasa del saber sabio al saber enseñado, donde la mayor preocupación ya no es el cómo enseñar, sino, el qué enseñar. Lo que la socioepistemología propone, es un rediseño del discurso matemático escolar, con el fin de cambiar las nociones de profesores y principalmente las instituciones, que impiden la construcción social del conocimiento matemático.

En la acción de enseñar y difundir los saberes dentro del aula, se conforma lo que la socioepistemología llama el discurso matemático escolar, en el que *"…la estructura de dichos discursos no se reduce a la organización de los contenidos temáticos, ni a su función declarativa en el aula (el discurso escolar), sino que se extiende un tanto más allá, al llegar al establecimiento de bases de comunicación para la formación de consensos y la construcción de significados compartidos"* (Soto, 2010, p. 9).

Capítulo 3:

Metodología

Esta investigación se llevará a cabo mediante una metodología cualitativa, que tiene como objetivo describir las características de un fenómeno que ocurre en la realidad. Se tratará de analizar a través del método de estudio de caso la práctica de referencia que da lugar al uso de las matemáticas. El sujeto de estudio es un alumno de la carrera de Ingeniería en Electrónica, de la Facultad de Ciencias, en la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, mismo que realiza la conversión analógico digital (que resumiremos por las letras A/D) a través de un proyecto de la materia de **Señales**.

El objetivo de elegir esta metodología es el de facilitar la recaudación de información a través de la observación de una práctica de referencia, respondiendo el por qué lo utiliza y para qué utiliza la conversión A/D dentro del contexto de procesamiento de señales analógicas, entre otras preguntas planteadas al inicio de este trabajo. También debemos mencionar, que esta no es la única carrera que lleva esta materia, sino que es compartida con alumnos de la carrera de Ingeniería en Telecomunicaciones.

Para la recolección de datos, haremos uso de distintas técnicas cualitativas como entrevistas semiestructuradas, observación no participante, análisis de documentos y el análisis de material, que nos darán información de lo que hace el alumno en su vida académica, así como la importancia que él le da a los conceptos matemáticos, convirtiendo éste en un saber funcional dentro del contexto en donde se desarrolla.

Elegimos el método de estudio de caso, porque creemos que es el que mejor se adapta a lo que la investigación busca, que es rescatar las prácticas sociales que llevan a que el alumno utilice conceptos matemáticos para llevar a cabo una conversión A/D de una señal de sonido, ya que el objeto de estudio de la Socioepistemología son las prácticas sociales que se generan dentro de un grupo o cultura en la construcción social del conocimiento (Reyes, 2011).

Las técnicas que elegimos ayudarán al desarrollo del estudio de caso, para la obtención de información que darán respuesta al cómo, por qué y para qué utiliza el estudiante la conversión analógica/digital en su vida académica. Esto es porque la Socioepistemología toma en cuenta la *"… complejidad de la naturaleza del saber y su funcionamiento a nivel cognitivo, didáctico, epistemológico y social en la vida de los seres humanos*" (Cantoral 2011, citado en Reyes, 2011, p.27).

En esta investigación la metodología fue elegida en base a nuestro marco teórico, formulada para responder el tipo de preguntas que se plantea la Socioepistemología en el análisis de las Prácticas Sociales.

Programa de trabajo para el levantamiento de datos

El programa se dividió en tres etapas, que corresponden cada una a un proceso sistémico (Véase figura 7).

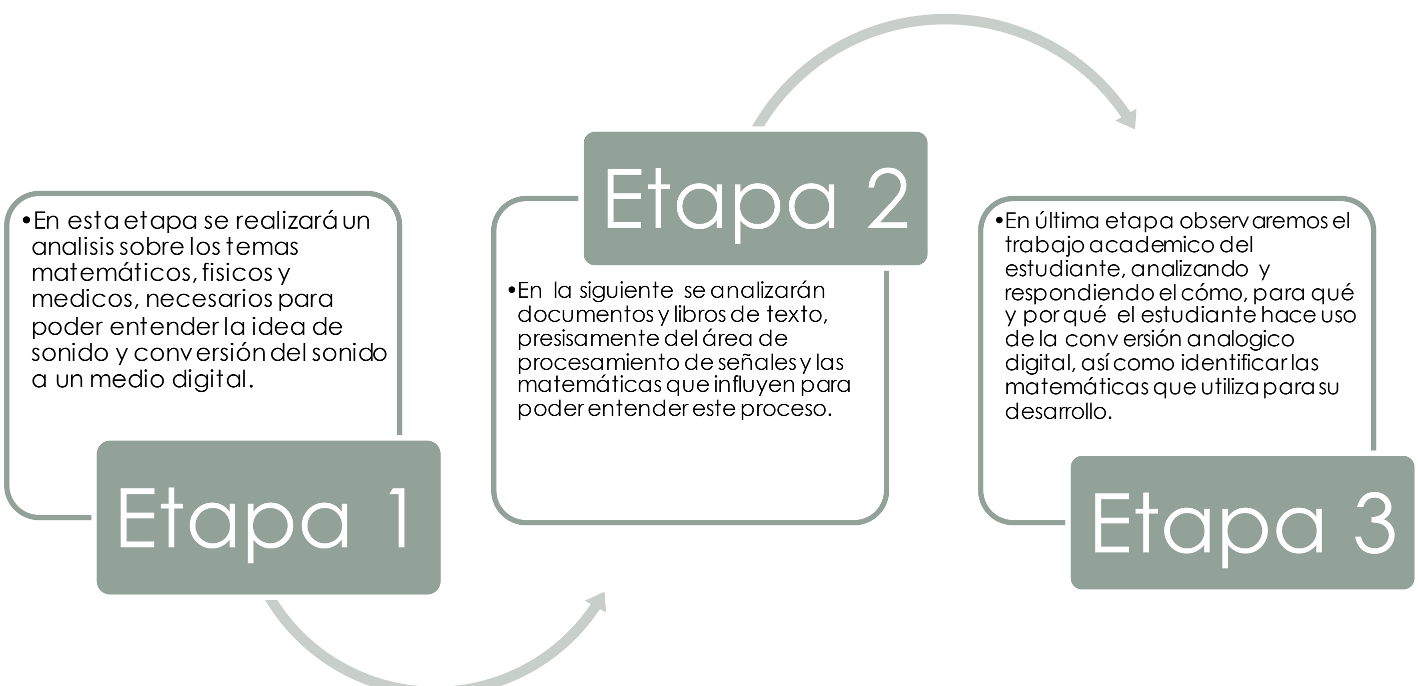


Figura 7: Etapas

Capítulo 4:

Etapas de Análisis y Resultados

4.1 Etapa I

En esta etapa se expondrá lo que se necesita saber antes de adentrarnos por completo al tema de conversión de señales de sonido analógicas a digital, por lo que se presenta una breve explicación de los temas de matemáticas, física y medicina que son importantes para que el lector establezca una conexión con lo que se tratará posteriormente.

4.1.1 Ondas

En nuestra vida diaria, hemos escuchado la palabra onda para describir diferentes fenómenos, como las olas que se producen al arrojar una piedra a un estanque de agua, las ondas ocasionadas por los terremotos, o para describir fuerzas aún más grandes, como la onda expansiva que se genera después de una explosión. Las ondas son portadoras de energía y no de materia, esto significa que el medio donde se transporta dicha energía, regresa a su lugar en un tiempo determinado, por ejemplo, las olas del mar al llegar a la costa, hace que aumente la marea dependiendo del nivel de energía que el agua este conduciendo, sin embargo, una vez que la ola u onda toca la costa y aumenta la marea, en un determinado tiempo cada partícula de agua se regresa al punto de inicio, con esto podemos decir que se le llama onda "*Al proceso mediante el cual una perturbación (o pulso) se propaga con velocidad finita de un punto (emisor o fuente) al otro del espacio (receptor) sin que se produzca transporte neto de materia, solo se transporta energía y cantidad de movimiento*" (Soldovieri, 2011, p.247).

Las ondas se clasifican dependiendo de sus características, que son:

- Del medio en que se propaguen,
- Del número de dimensiones que involucran,
- De la relación entre la vibración y la dirección de propagación,
- De acuerdo a las fronteras y por su periodicidad.

Dependiendo del medio en que se propaguen

Existen dos tipos de ondas que dependen del medio en donde la energía se transporta, son: Ondas Mecánicas y Ondas Electromagnéticas.

Las ondas mecánicas, son aquellas en la que la energía se transporta a través de un medio material, como el aíre o el agua, así como el sonido, las olas o la luz.

Las ondas electromagnéticas, son aquellas que propaga la energía a través de medios materiales, con la vibración de campos eléctricos y magnéticos, algunos ejemplos de este tipo de ondas, son las ondas de radio y televisión, los rayos x y la luz.

La luz viaja a través de la vibración de campos eléctricos y magnéticos, siendo la razón por la cual tiene la propiedad de transportarse en el vacío; sin embargo, también puede comportarse como una onda mecánica, utilizando un medio para transportarse, ya sean líquidos o gases.

Dependiendo del número de dimensiones que involucran

Las ondas pueden estar clasificadas también mediante el número de dimensiones que ésta involucra, pueden ser unidimensionales, bidimensionales o tridimensionales, un ejemplo de ondas unidimensionales, es la energía que se propaga a través de una cuerda o un resorte, mientras que de bidimensional podrían ser las olas que se producen al arrojar una piedra a un estanque de agua, y en ondas tridimensionales se tiene al sonido y a la luz.

Dependiendo de la relación entre la vibración y dirección de propagación

La relación entre la vibración y dirección de propagación, abre dos clasificaciones importantes para identificar los tipos de onda, que son: ondas transversales y longitudinales.

Las ondas transversales son aquellas que se propagan perpendicularmente a la dirección de la vibración, mientras que las ondas longitudinales son aquellas que se propagan en dirección paralela a su dirección de vibración, como se muestra en la siguiente figura:

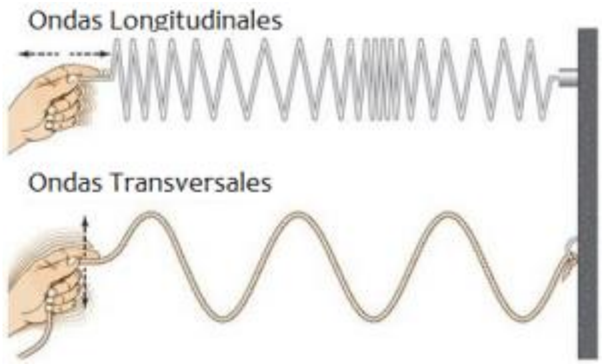


Figura 8. Ondas longitudinales y transversales. Imagen tomada de http://mitzi-blogdefisicap5666.blogspot.mx/2010/09/bioptron.html.

Las ondas longitudinales como transversales, representan diferentes movimientos ondulatorios dentro de la naturaleza. Las ondas sonoras tienen cabida en las ondas longitudinales, ya que la energía se propaga en la misma dirección o paralelamente a la dirección de la vibración, cosa que si comparamos con una onda transversal, no encontraríamos relación entre su dirección de vibración y la onda de propagación (Véase figura 9).

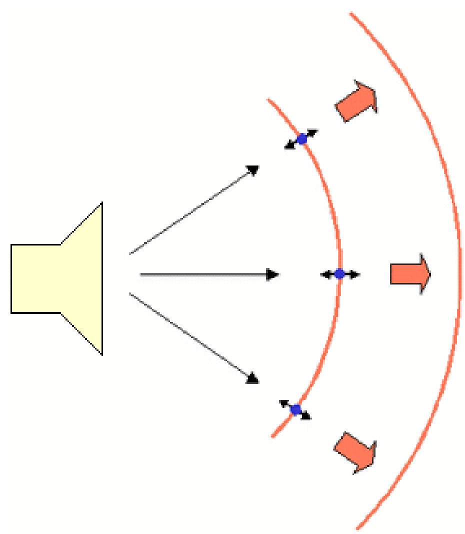


Figura 9: Onda de sonido. Tomada de http://enciclopedia.us.es/index.php/Onda_longitudinal.

Dependiendo de las fronteras

Otra forma de clasificar las ondas es dependiendo de las fronteras. En esta clasificación impacta al medio donde se propague la energía de una onda, ya sea material o magnético y se llaman ondas viajeras u ondas estacionarias. Las ondas viajeras son aquellas cuyo medio de propagación es infinito, mientras que para las ondas estacionarias su medio de propagación es finito, como el de la energía que se propaga a través de una cuerda sujeta a una pared.

Por su periodicidad

En esta última clasificación, las ondas se pueden encontrar como periódicas o no periódicas. Las ondas periódicas son aquellas en las que sus vibraciones siguen cierto patrón repetitivo, mientras que en las ondas no periódicas las vibraciones actúan de diferente manera en cada uno de los instantes.

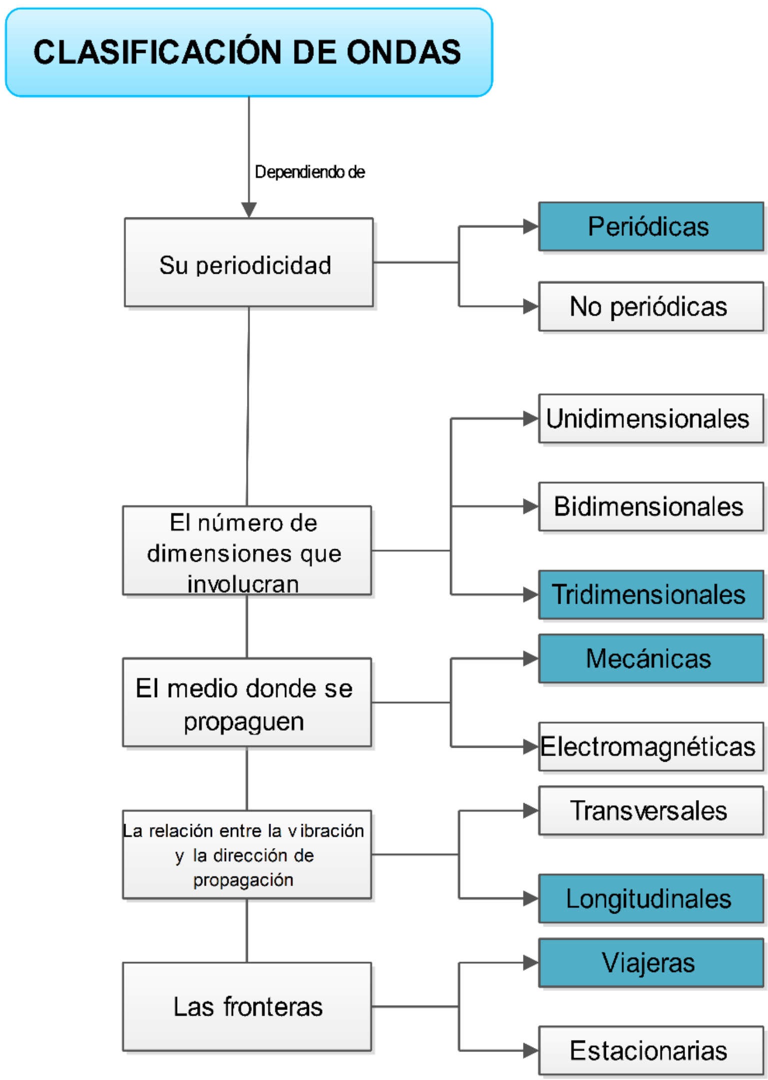


Diagrama 1: Clasificación de ondas.

En el Diagrama 1 se muestra la clasificación de las ondas, en el que los recuadros subrayados hacen referencia, al tipo de clasificación que corresponden con ondas sonoras, que es lo que a esta investigación le interesa.

4.1.2 Movimiento oscilatorio

Las ondas con Movimiento Periódico (MP), se caracterizan por cumplir ciclos de repetición en una determinada fracción de tiempo, por lo cual también se le llaman ondas de movimiento repetitivo. Existe un caso del movimiento periódico llamado Movimiento Armónico Simple (MAS), donde todas las ondas con movimiento periódico se representan como combinaciones de MAS (Serway & Jawett, 2009). El MAS es todo aquel movimiento en el cual una fuerza actúa sobre un objeto o partícula en vibración, regresándola a su punto de equilibrio o punto inicial.

El estudio del MAS, crea las bases dentro de las ondas mecánicas, éstas pueden ser encontradas en distintos fenómenos de la naturaleza, como las ondas de sonido, las ondas sísmicas, las olas del mar, entre otras. Las ondas sonoras, que comúnmente se generan al hablar o al emitir algún sonido, viajan a través del aire haciendo que sus partículas de nitrógeno y oxigeno oscilen para poder transportar la energía o información sonora.

El MAS, consiste en que la fuerza que se aplica sobre un objeto, es proporcional al desplazamiento del objeto respecto a su posición de equilibrio, por lo que al aplicarle una fuerza, éste oscila hasta poder llegar de nuevo a su posición de equilibrio, como lo hacen las partículas que transporta el sonido. Un ejemplo claro para saber cómo se comporta una partícula, oscilando respecto a su posición de equilibrio, es la del movimiento de un objeto sujeto a un resorte, como se muestra en la figura 10.

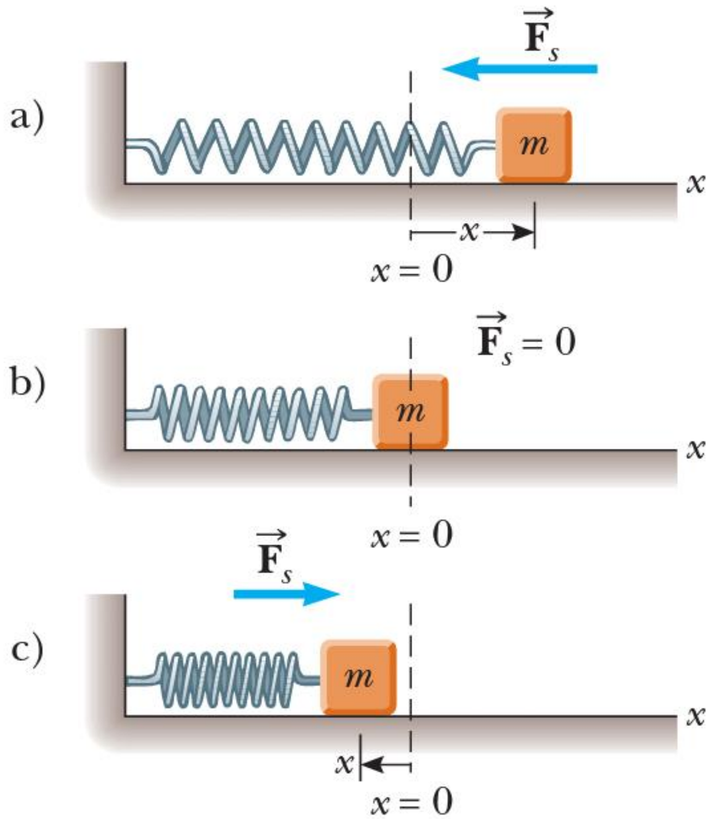


Figura 10: Movimiento de un objeto unido a un resorte. Tomada de (Serway & Jawett, 2009).

En la figura 10(b) se logra observar que se trata de un bloque de masa m unido a un resorte, estando este objeto en su posición de equilibrio x=0 respecto al eje x. Recordando la Ley de Hooke que dice que "*cuando el bloque se desplaza a una posición x, el resorte ejerce sobre el bloque una fuerza que es proporcional a la posición*" (Serway & Jawett, 2009, p.419). Supongamos que el suelo no ejerce ninguna fuerza de fricción sobre la base del bloque, por lo que este movimiento queda representado de la siguiente manera:

$$F_s = -kx \quad (1)$$

- F_s o fuerza restauradora, se define como la fuerza que actúa sobre el objeto de lado contrario a su desplazamiento, ésta ejerce sobre el objeto una fuerza para regresarlo a su posición de equilibrio.

- k es la constante de elasticidad del resorte.
- x la posición del bloque.

Según la Segunda Ley de Newton, la $F = ma$. Aplicando esto en la Ley de Hooke, quedaría como:

$$ma_x = -kx \quad (2)$$

Donde

$$a_x = -\frac{k}{m}x \quad (3)$$

La aceleración depende de la posición y es proporcional a ésta, mientras que su dirección es opuesta a la dirección del movimiento.

Cuando se mueve el bloque una distancia $x = A$, $F_s = -kA$, figura 10(a). Mientras que si se mueve hacia una distancia $x = -A$, $F_s = kA$, figura 10(c). Si se mantiene en reposo, podemos darnos cuenta que $F_s = 0$, como se muestra en la figura 10(b). Lo que se puede ver, es que el bloque oscila entre los puntos $\pm A$, ya que carece de fricción, cuando se mueve el bloque una distancia A, la F_S hace que el objeto regrese o pase por su posición de equilibrio $x = 0$, donde $a_x = 0$ y rapidez alcanzada haga que el bloque llegue hasta la distancia $-A$, y la fuerza restauradora se aplique pero ahora al lado contrario, esto se repetirá infinitamente a menos que se considere la fuerza de fricción.

El movimiento armónico simple de una partícula, se puede modelar a partir de la relación que existe entre las derivadas de la distancia, velocidad y aceleración, donde $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$, quedaría expresado de la siguiente manera:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \quad (4)$$

Aplicándose un cambio de variables con $\frac{k}{m}$, expresado con ω^2, la ecuación (4) queda de la siguiente forma:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x \quad (5)$$

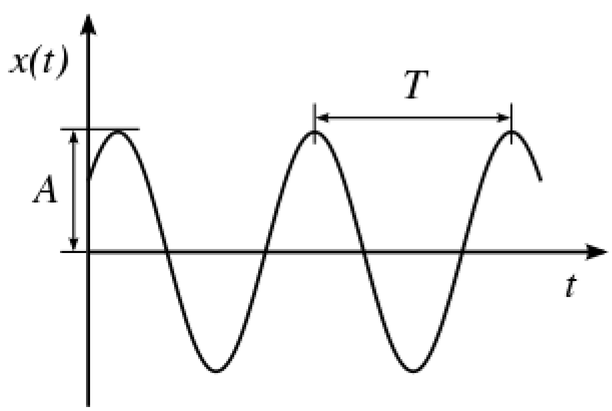
Resolviendo la ecuación diferencial (5), la cual consiste en encontrar una función $x(t)$, que es una función de posición respecto del tiempo, en la que su segunda derivada sea la misma que la ecuación original, multiplicada por un signo negativo y ω^2. Las funciones seno y coseno dan solución a la ecuación diferencial, mostrándose de la siguiente manera:

$$x(t) = Acos(\omega t + \phi) \quad (6)$$

En la que $A, \omega\ y\ \phi$ son constantes de movimiento. A es la amplitud de la onda que consiste en el valor máximo de la posición x. ω es la frecuencia angular en unidades de rad/s, mide la rapidez de las oscilaciones, entre más oscilaciones por fracción de tiempo se encuentre en la función, mayor será el valor de la frecuencia, la frecuencia angular es:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (7)$$

La constante de movimiento ϕ, se le llama constante de fase, es la que junto con la amplitud determina la posición inicial de la partícula en $t = 0$.

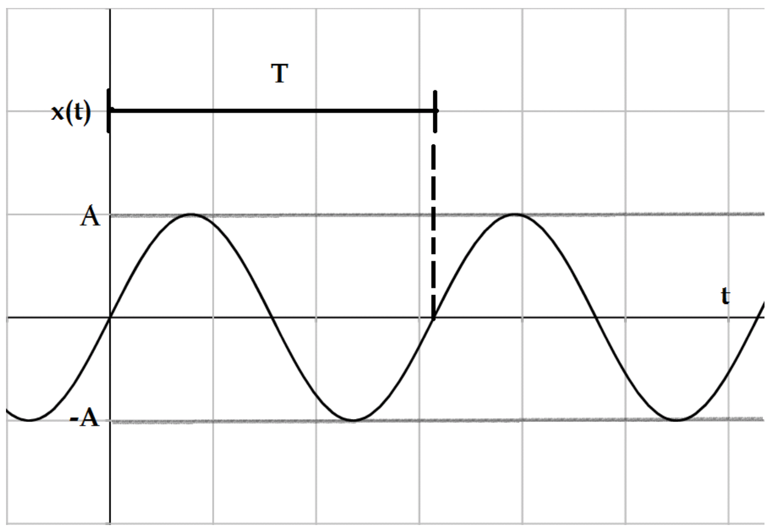


Gráfica 1: Movimiento armónico simple para $\phi \neq 0$.

Si la función $x(t)$, tiene una constante de movimiento diferente a cero, afecta la posición inicial, así como su amplitud en $t = 0$, como se muestra en la gráfica 1.

El **periodo del movimiento**, se define como "*El intervalo de tiempo requerido para que la partícula pase a través de un ciclo completo de su movimiento*" (Serway & Jawett, 2009, p.421). Esto quiere decir que el periodo (T), es el intervalo de tiempo $\Delta t = t_f - t_i$ que tarda la partícula en cumplir un ciclo completo, como se muestra en la figura 5.

La siguiente gráfica muestra un ejemplo de cuando $\phi = 0$.



Gráfica 2: Periodo.

Los valores de posición y velocidad de una partícula en un tiempo t, se repiten en el tiempo $t + T$ por ser un movimiento periódico, y la fase aumenta 2π radianes en cada intervalo de tiempo T, se podría decir que

$$[\omega(t + T) + \phi] - (\omega t + \phi) = 2\pi \quad (8)$$

Al efectuar las operaciones y reducir términos, tenemos:

$$\omega T = 2\pi \quad (9)$$

Donde T queda expresado de forma general como:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (10)$$

El inverso del periodo es la **frecuencia,** que es el "*Número de oscilaciones por unidad de tiempo; la unidad es el Hertz*" (Herder, 1972). El Hertz (Hz) es la unidad de frecuencia, 1 Hz equivale a 1 vibración/segundo. Como la frecuencia es el inverso del periodo, queda representado de la siguiente manera:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (11)$$

Las ecuaciones del periodo y la frecuencia, pueden depender únicamente de los valores de la masa y constante de fuerza del resorte, sustituyendo el valor de ω en (11), quedando de la siguiente forma:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad (12)$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (13)$$

El valor de la velocidad y aceleración de una partícula sometida a un movimiento armónico simple, se pueden obtener derivando la función de la posición $x(t)$, por lo que la función $v(t) = x'(t)$ y la función de la aceleración es $a(t) = x''(t)$, y quedan expresadas de la siguiente forma:

$$v(t) = -\omega A sen(\omega t + \phi) \quad (15)$$

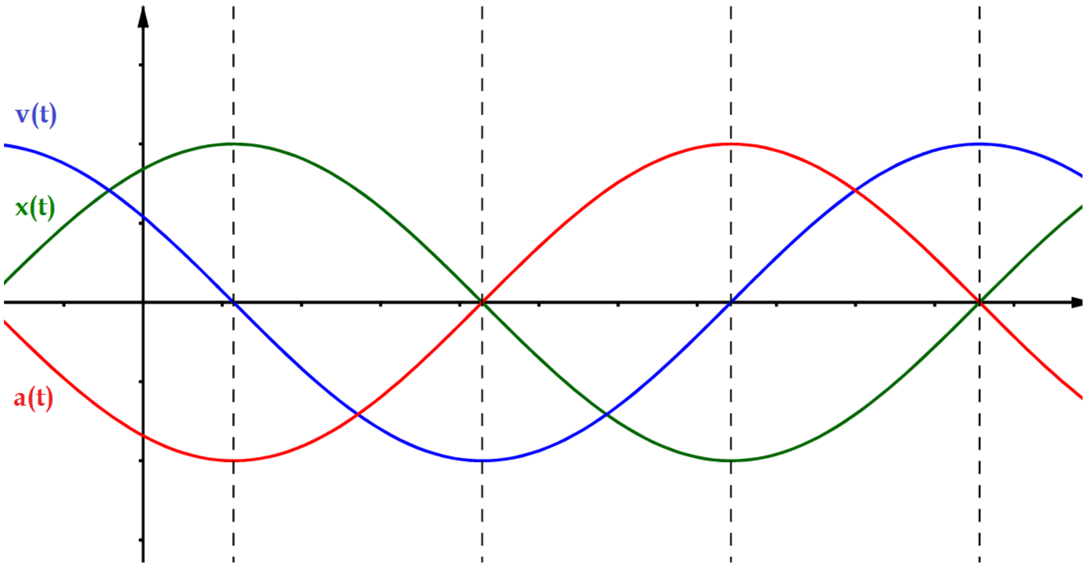
$$a(t) = -\omega^2 A con(\omega t + \phi) \quad (16)$$

Por lo tanto, la velocidad máxima y la aceleración máxima se pueden calcular con las siguientes ecuaciones:

$$v_{máx} = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m}} A \quad (17)$$

$$a_{máx} = \omega^2 A = \frac{k}{m} A \quad (18)$$

La relación que existe entre la posición, velocidad y aceleración, se muestra en la siguiente gráfica:



Gráfica 3: Relación entre la posición, velocidad y aceleración.

Como se puede ver cuando la posición $x(t)$ llega a su punto más alto o más bajo en la gráfica, la velocidad $v(t)$ es cero, mientras que la aceleración $a(t)$ aumenta a su punto mínimo y máximo. Cuando la gráfica de la posición intersecta al eje x, la velocidad es máxima, y su aceleración es cero. El movimiento oscilatorio de la partícula unida a un resorte, descrito como un movimiento armónico simple, logra tener tres representaciones que describen tanto la posición, la velocidad como la aceración en cada instante t, siendo éstas relaciones de una con otra.

4.1.3 Movimiento ondulatorio

El movimiento ondulatorio se produce mediante la vibración de partículas en cualquier medio, las cuales son transportadoras de energía, más no de materia. Dos tipos de ondas importantes, son las ondas mecánicas y las ondas electromagnéticas, las ondas mecánicas transfieren energía a través de un medio material, haciendo vibrar las partículas del medio en donde se transporta la energía, ya sea producida por el sonido, o por arrojar una piedra a un estanque de agua, entre otros ejemplos. Las ondas electromagnéticas, son aquellas que no necesitan un medio material para transportarse, como las ondas de radio, de tv o de luz.

Las ondas mecánicas, se originan durante un movimiento ondulatorio que hace vibrar las partículas de un medio específico. Este tipo de ondas requieren de tres características "*1) alguna fuente de perturbación, 2) un medio que contenga elementos que sean factibles de perturbación y 3) algún mecanismo físico a partir del cual los elementos del medio puedan influirse mutuamente*" (Serway & Jawett, 2009).

Para ejemplificar mejor el movimiento ondulatorio, supongamos que se tiene una cuerda unida a una pared como en la figura 7, tomando ésta del otro extremo y sacudiéndola, de tal manera que se genere un ***pulso de onda***.

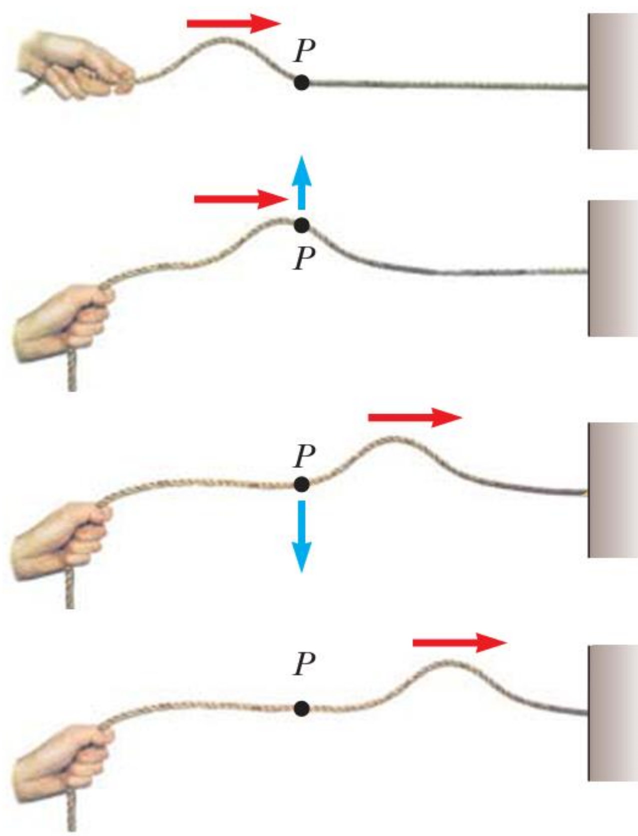


Figura 11: Pulso a través de una cuerda. Tomado de (Serway & Jawett, 2009).

Como podemos ver en la figura 11, la onda que se genera se mueve a lo largo de la cuerda hasta llegar a la pared, mientras que al pasar por el punto P hace que éste oscile y regrese a su origen cuando toda la energía se desplaza a otra posición. Por lo que se puede analizar un desplazamiento de energía y no de materia, mientas las partículas oscilan para desplazarla. Sin embargo, el ejemplo anterior caracteriza una onda transversal, mientras que lo que interesa para esta investigación son las ondas longitudinales, que están relacionadas con las ondas de sonido y que son también parte de las ondas mecánicas por disponer de un medio natural para su desplazamiento.

4.1.4 El sonido

El sonido se propaga a través de un medio natural, como en sólidos, gases y líquidos en forma de ondas mecánicas de presión, de éste podemos encontrar fácilmente dos estudios: fisiológica y física. La primera estudia el cómo el ser humano escucha y que características deben tener las ondas para que el sonido sea perceptible por el ser humano, la segunda nos habla más del aspecto físico del sonido, cómo se modela matemáticamente, dando gran importancia a la amplitud, frecuencia y contenido armónico.

El sonido es algo de lo que los seres vivos están en contacto diariamente, los seres humanos y algunos animales percibimos el sonido, a través de su principal medio de desplazamiento que es el aire, pero ¿qué es el sonido? Según Rodríguez (1998) "Definimos el sonido como el resultado de percibir auditivamente variaciones oscilantes de algún cuerpo físico, normalmente a través del aire". El diccionario de la Real Academia de la Lengua Española define el sonido como "*Del lat. Sonĭtus, por analogía prosódica con ruido, chirrido, rugido, etc. Sensación producida en el órgano del oído por el movimiento vibratorio de los cuerpos, transmitido por un medio elástico, como el aire*".

Como podemos ver, las dos definiciones enfatizan casos distintos de estudio del sonido, como movimiento vibratorio y variaciones oscilantes que entran en la categoría de la física del sonido, y la sensación producida en el órgano del oído que es la forma psicológica, fisiológica y comunicativa que los seres vivos tenemos del sonido.

Forma fisiológica del sonido

La forma en la que los humanos le damos sentido al sonido, tiene mucho que ver con la memoria y la asociación de estos sonidos con experiencias previas, como cuando escuchamos el sonido de un hombre golpeando una puerta, podremos predecir sin siquiera observar al hombre y a la puerta, si éste está tocando en una puerta de madera o de metal, ya que los sonidos emitidos en la colisión del puño del hombre contra la puerta, son sonidos distintos que nosotros asociamos a diferentes experiencias previas donde hayamos escuchado ese mismo golpe, por lo que podríamos decir metafóricamente que el ser humano escucha con la memoria, asociando sonidos con experiencias previas.

La comprensión básica sobre cómo escuchamos los seres humanos, empieza con comprender la anatomía del sistema auditivo. La figura 12 ilustra las partes del sistema auditivo, que ayudan al complejo proceso de decodificación de información contenidas en las ondas sonoras, para la comprensión de un receptor.

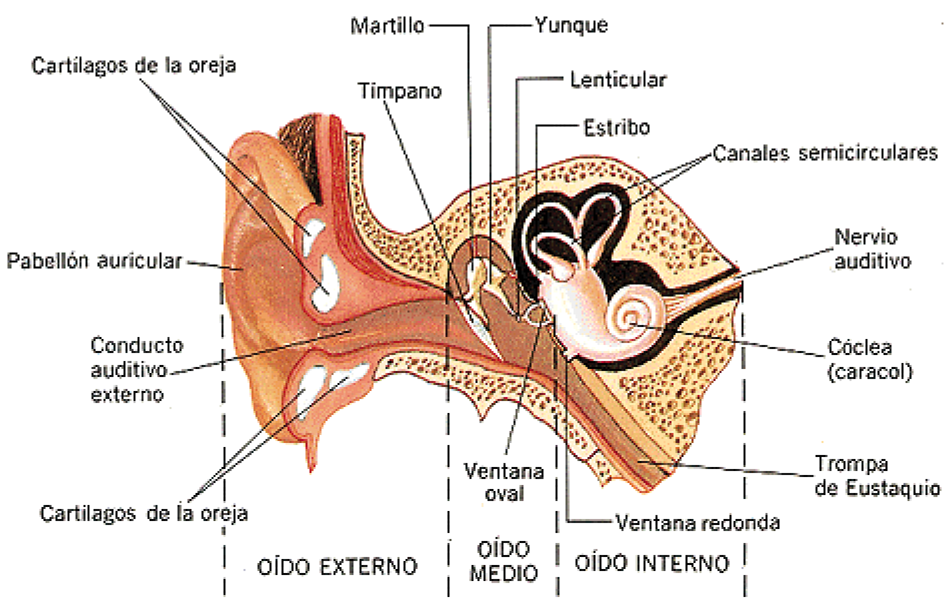


Figura 12. Fisiología del oído humano. Tomado de https://mcarmenfer.files.wordpress.com/2010/08/partes-del-oido.png

Las ondas sonoras entran por el Conducto Auditivo Externo (CAE), que forma parte del oído externo, su principal función es "*La captación de las ondas sonoras que viajan por el medio aéreo. La conformación cóncava del pabellón auricular y tubular del conducto auditivo externo permite la convergencia de las ondas hacia la membrana timpánica*" (Obando, y otros, 2004, p.31). El CAE permite que las ondas sonoras viajen hasta la membrana timpánica, funcionando como resonador, obteniendo sonidos desde 4.500 Hz, además de que protege al canal auditivo.

El oído medio o caja de tímpano, debe conseguir que "*El medio aéreo en el que viajan las ondas sonoras en el exterior, y el medio líquido en el oído interno, sean compatibles acústicamente*" (Obando, y otros, 2004, p.37). El oído medio sirve como amplificador, éste busca que el sonido que llega a través del CAE se adapte al oído interno, para lograrlo el sonido pasa por tres etapas dentro del oído medio que son:

1. Una ampliación mecánica de la energía sonora.
2. Un efecto de palanca.
3. Una acción hidráulica.

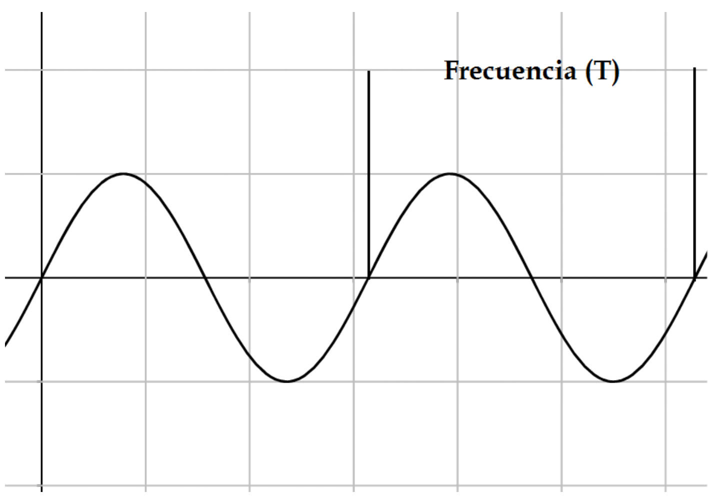
La primera de ellas es generada por la membrana timpánica, que sirve como principal amplificador de la onda sonora, la segunda se produce a partir de la cadena osicular, obteniendo el efecto mediante la diferencia de longitud entre el mango del martillo y el yunque, la cual consta de entre 1 y 1.3 mm, la última etapa se logra a partir de la diferencia de tamaño entre la membrana timpánica y la platina del estribo, en la que la primera tiene un área de vibración de $55mm^2$, mientras que la segunda tiene $3.2mm^2$, lo que hace amplificar la onda sonora. Sumando la amplitudes generadas en cada etapa, se logra amplificación de la onda de hasta 23 veces de su amplitud normal de entrada.

El oído interno, compuesto principalmente por los canales semicirculares y la cóclea o caracol, que tiene dos y medio vueltas de espiral, su estructura anatómica se compone del ligamento espiral, la cinta surcada, la membrana de reissner, la membrana basilar, una capa epitelial y el órgano de Corti (Obando, y otros, 2004). El órgano de Corti es la parte que transforma la energía mecánica sonora en energía eléctrica, que hace comprensible para el sistema nervioso central la información obtenida, este órgano no solo hace la transformación de la onda en energía eléctrica, sino también en código químico, en el que su extremos basal expulsa un neurotransmisor que activa la sinapsis con las vías de la fibra aferente, lo cual crea la comprensión de la información que se recibe. Básicamente y de forma rápida, este es el proceso del cómo escuchamos los seremos humanos, y el efecto que tienen las ondas sonoras en el órgano auditivo humano. Para mayor información en (Obando, y otros, 2004)

Física del sonido

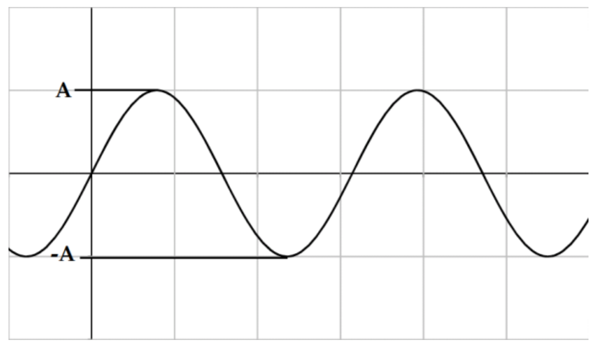
A la física del sonido le interesan dos cosas: la frecuencia y la amplitud. La frecuencia es "*La cantidad de oscilaciones por unidad de tiempo, es la que determina si el sonido es más agudo o más grave. A mayor frecuencia, el tono del sonido es más agudo, a menor frecuencia más grave*" (Asinsten, 2009, p.18)

Como vemos en la figura, la frecuencia de las oscilaciones es muy alta, por lo que el sonido emitido a través de ésta es más agudo. La frecuencia se mide en Hertzios (Hz) equivalente a un ciclo por segundo, para el que el oído humano puede percibir sonidos de entre 20 Hz hasta 20000 Hz (20 KHz), en el que los valores que están entre 20 Hz y 500 Hz son tonos graves, los que están entre 500 Hz y 2 KHz son tonos medios, mientras que los que están entre 2 KHz y 20 KHz son tonos agudos.



Gráfica 4: Frecuencia de una onda.

La amplitud es la altura de la onda y equivale al volumen del sonido. Mientras mayor sea la altura de la onda, mayor será el volumen, si la onda no tiene amplitud, se dice entonces que hay un silencio total.



Gráfica 5: Amplitud de una onda.

La amplitud, actualmente se mide en decibeles (dB), donde el ser humano puede alcanzar a escuchar sonidos de hasta 110 dB, ya que sobrepasando este nivel, el tono emitido puede causar sordera temporal o permanente en los oídos.

Por todo esto, podemos decir que el sonido es una onda de movimiento oscilatorio dotada de amplitud y frecuencia, que se desplaza a través de un medio material, causando vibraciones que generan en el ser humano un proceso de decodificación de la información recibida, a causa de la vibración de los diferentes elementos que conforman el órgano auditivo.

Ondas sonoras

Las ondas sonoras se desplazan a través de un medio natural, ya sean sólidos, líquidos y gases, y su rapidez radica principalmente en el tipo de medio donde la energía sonora se desplaza. Las ondas sonoras se clasifican en tres categorías de frecuencia que son:

1. Las ondas audibles,
2. Las ondas infrasónicas y
3. Las ondas ultrasónicas.

Las ondas audibles son aquellas que son perceptibles por el oído humano, que están entre la frecuencias de 20 Hz y 20000 Hz. Las ondas sonoras infrasónicas son aquellas que están por debajo de la frecuencia audible por el ser humano, mientras que las ondas ultrasónicas son las que están por encima de la frecuencia más alta percibida por el oído humano.

Las ondas sonoras las podemos describir como fluctuaciones de presión principalmente en el aire, sobre todo porque el oído humano es sensible a los cambios de presión (Young & Freedman, 2009). Esta investigación se centra principalmente en el estudio de las ondas sonoras que viajan a través del aire, ya que el interés principal es el estudio socioepistemológico del procesamiento digital de una señal sonora, principalmente de la conversión de una señal sonora analógica a una digital, por esto se dedicará a continuación a describir las ondas sonoras que viajan a través del aire en su forma física.

La rapidez de las ondas sonoras en los gases, depende de la densidad del gas y su compresibilidad, esto es que depende entre un módulo volumétrico B y su densidad ρ, por lo que la rapidez de cualquier onda sonora se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \quad (19)$$

Sin embargo, la rapidez de las ondas en un medio gaseoso también depende de la temperatura a la que ese medio este expuesto, para un sonido que viaja a través el aire, la ecuación para obtener su rapidez se calcula de la siguiente manera:

$$v = (331\, {}^{m}/_{s}) \sqrt{1 + \frac{T_c}{273°C}} \quad (20)$$

- $331\ {}^{m}/_{s}$ es la rapidez del sonido a una temperatura del aire de $0°C$.
- T_c es la temperatura del aire en grados centígrados.

Esto es que para una onda de sonido que viaja a través del aire comprimiendo sus partículas a una temperatura de $25°C$, la rapidez de la onda será de $346\, {}^{m}/_{s}$.

Para entender mejor el proceso de compresión de las partículas del aire, en este caso longitudinalmente, analizaremos la siguiente figura:

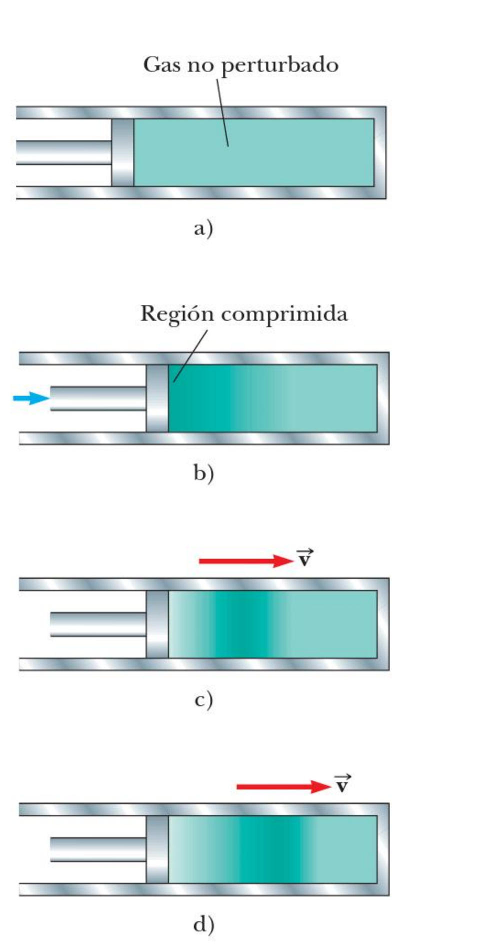


Figura 13: Compresión de aire al aplicarle un pulso. Tomado de (Serw ay & Jaw ett, 2009).

En la figura 11 inciso a) se muestra un tubo que contiene un gas no perturbado, significa que el gas un no está comprimido de ninguna manera y sus partículas se mantienen en una posición constante. En el inciso b) se aplica un pulso generado por el movimiento del pistón, la parte azul más oscura es el área comprimida del gas. En c) y d) se puede observar como esa región comprimida viaja a través de todo el tubo, en un movimiento paralelo (longitudinal) al movimiento de compresión que ejerce el pistón.

Las ondas sonoras periódicas se propagan en todas direcciones, dependiendo de su fuente de origen. Las ondas sonoras se describen en función de movimiento x respecto al tiempo t, que dan como resultado el desplazamiento instantáneo de la partícula en el medio y , es decir $y(x,t)$, y se expresa de la siguiente manera:

$$y(x,y) = Acos(kx - \omega t) \quad (21)$$

Hay que tener claro que por ser una onda longitudinal, el desplazamiento instantáneo de la partícula en y es paralelo a la dirección en que viaja la onda x, A se define como la amplitud de la onda, que es el punto máximo de desplazamiento de la partícula respecto a su posición de equilibrio, k es el número de onda y ω la frecuencia angulas, que ya se ha tratado anteriormente en esta investigación.

Para ilustrar mejor el comportamiento de una onda sonora, analicemos la siguiente figura:

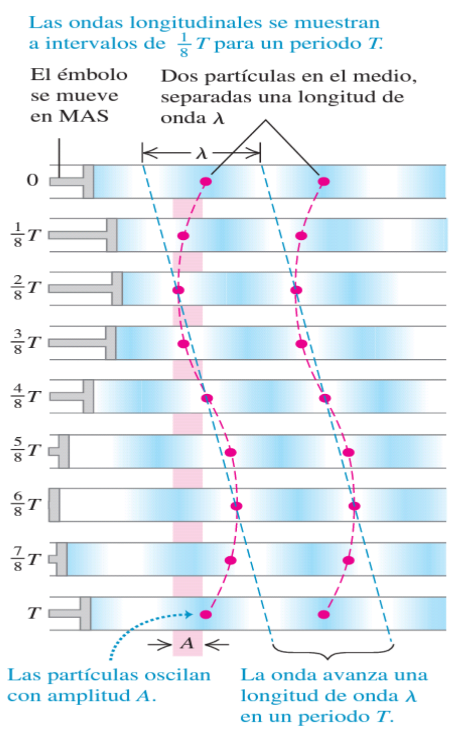


Figura 14: Onda longitudinal que viaja hacia la derecha. Tomado de (Young & Freedman, 2009).

Como se observa, el embolo se mueve en un movimiento armónico simple (MAS), donde comprime las partículas haciendo que oscilen con una amplitud A paralelamente al movimiento de la onda.

4.2 Etapa II

4.2.1 Señales analógicas

Dentro del procesamiento digital de señales analógicas, se encuentran distintas definiciones que dan pie a la explicación del sonido. Las señales pueden ser naturales o artificiales, por ejemplo, una señal natural podría ser el elevamiento de las mareas en el mar, la velocidad del viento, etc. Una señal artificial la podríamos encontrar dentro de los teléfonos celulares, en la tv, en radares, entre otras cosas que emiten señales eléctricas como fuentes de información. Según (Moya, 2011, p.1) una señal analógica es considerada como "*aquella observación de una magnitud física en función de variables independientes de tiempo y espacio, realizada de tal modo que la señal contenga información de los procesos observados*", esto significa que una señal contiene información que puede ser analizada o modificada dependiendo de los usos que se le dé en cada una de las aplicaciones.

Las señales pueden ser representadas con funciones matemáticas de una o más variables, por ejemplo, una señal de sonido se representa con una sola variable temporal independiente $f\ (t)$, las señales provenientes de las imágenes se consideran como señales de dos variables independientes espaciales $f(x,y)$, y las señales de video como una señal espacio-temporal con tres variables independientes $f(x,y,z)$ (Moya, 2011).

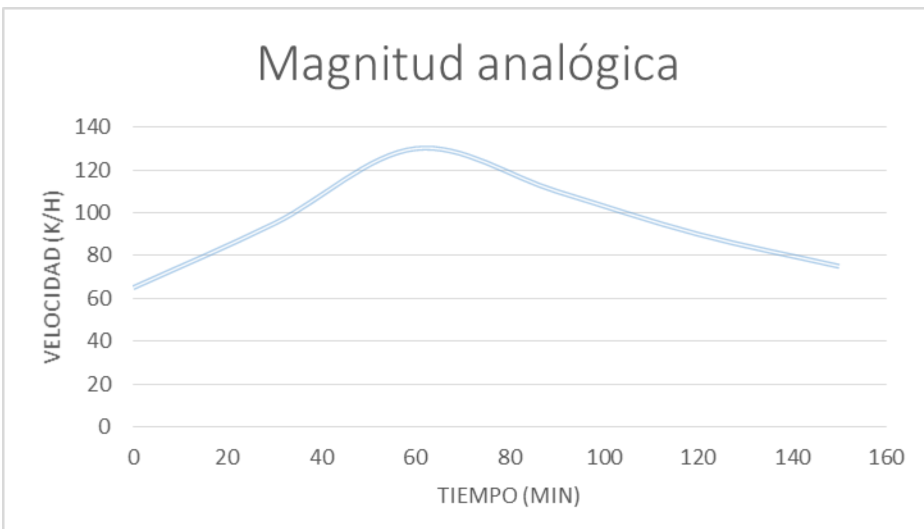
El procesamiento digital de señales, surge de la necesidad de modificar o transformar la información original de una señal analógica, según sea el propósito de la aplicación; sin embargo, encontramos un número considerable de aplicaciones, todas en diversas áreas de estudio, donde el uso del procesamiento digital de señales es esencial y sumamente importante para el desarrollo de dispositivos, redes de comunicación, compresión de datos, codificación, limpieza de imágenes y sonido, entre muchas cosas más.

El procesamiento digital de señales, según (Moya, 2011, p.7) tiene uso en distintas áreas de estudio como:

- Aplicaciones automotrices: Control del motor, sistemas antibloqueo (ABS), sistemas de navegación, análisis de vibración, etc.
- Electrónica de consumo: Radio y televisión digital, sistemas de video (DVD, Blue-Ray, etc.), juguetes educativos, instrumentos musicales, sistemas de impresión y despliegue, como monitores de plasma, LED, LCD, etc.
- Industria: Control numérico, monitorización de líneas de potencia, robótica, sistemas de seguridad.
- Instrumentación: Generación de funciones, emparejamiento de patrones, procesamiento sísmico, análisis espectral, análisis de transcientes.
- Medicina: Equipo de diagnóstico, monitorización de pacientes, prótesis auditivas, visuales y mecánicas, equipos de ultrasonido, tomografía, MRI, etc.
- Telecomunicaciones: Módems, ecualizadores de señal, codificadores y decodificadores, telefonía celular, multiplexación, cancelación de eco, repetidores de señal, compensación de canal, modulaciones de espectro ensanchado, video-conferencia, cifrado de datos
- Voz/Habla: Velicación de locutor, mejoramiento de señal, reconocimiento de habla, síntesis del habla.

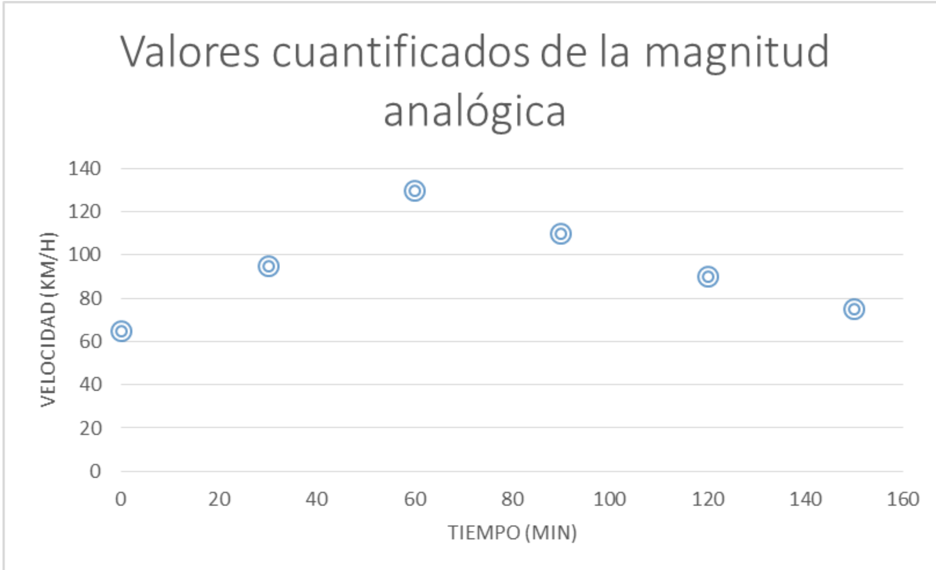
El principal interés de la investigación se centró en el área de sonido, específicamente en el análisis de la conversión de una señal de audio analógica a digital, la importancia de dicho análisis consiste en que lo anterior sirva como un recurso indispensable para el mejoramiento de señales de frecuencia, a través de la alteración de dichas señales en cuestiones de codificación y síntesis de habla.

Una señal la podemos encontrar en dos diferentes magnitudes: analógica y digital. La primera se refiere a un conjunto de información con valores continuos, mientras que la segunda contiene información con valores discretos. Con el fin de ejemplificar lo anterior y resaltar la diferencia entre las magnitudes analógicas y magnitudes discretas, se ha elegido para explicar dicha diferencia, por lo pronto, a la medición de la variación de la velocidad respecto al tiempo de un automóvil, dado que esto se encuentra más cercano a nuestra experiencia sensible que la medición de variación en el sonido. Así pues, sabiendo que en una autopista la velocidad máxima es de 130 km/h y la velocidad mínima es de 65 km/h, para un automóvil recorriendo un trayecto en un tiempo de dos horas y media, variando la velocidad entre estos intervalos, la velocidad toma una cantidad infinita de valores que se encuentran entre 130 y 65 km/h, un ejemplo de esto se muestra en la gráfica 1.1.



Gráfica 6: Magnitud analógica.

Para convertir esta información analógica, a una magnitud con valores discretos, se puede representar la información en intervalos de tiempo, tomando puntos de muestreo en cada intervalo, por ejemplo cada treinta minutos, como se muestra en la gráfica 1.2.



Gráfica 7: Valores cuantificados de la magnitud analógica.

Con el caso anterior ejemplificamos la diferencia entre una magnitud analógica y una magnitud discreta, sin embargo se caracterizó con un ejemplo fuera del contexto de las señales sonoras para dar al lector una mejor comprensión del tema tratado, por lo que más adelante utilizaremos ese concepto ya como un medio para la conversión de las señales analógicas a digital.

Ahora bien, para digitalizar una información con valores discretos, éstos se transforman en ceros y unos o código binario, que es el lenguaje de medios electrónicos digitales como la pc, tv, radares, celulares, etc. Para que la señal analógica se transforme en una señal digital con mayor calidad, basta solo con representar la señal con más puntos de muestreo, para que ésta se ajuste mejor a la señal original, reduciendo las pérdidas de información.

4.2.2 Números binarios y niveles lógicos

Cuando se transforma una magnitud analógica a una magnitud digital, y para que los dispositivos digitales puedan leer la información, ésta se convierte a lenguaje binario que tienen solo dos niveles de tensión existentes: Alto y bajo. A cada uno de los dígitos binarios 0 y 1, se le llama *bit,* y les corresponde lo siguiente:

$$Alto = 1 \qquad\qquad Bajo = 0$$

A esta representación de los estados de tensión de 1s y 0s, se les llama códigos, y están dentro de un nivel lógico positivo, un nivel lógico negativo seria la interpretación inversa, como es la siguiente:

$$Alto = 0 \qquad\qquad Bajo = 1$$

En esta investigación haremos uso solo del nivel lógico positivo, como vía de representación en código de un sistema analógico.

En la práctica, los niveles lógicos varían dependiendo de su rango de tensión, como se muestra en la figura 15, donde los valores que están entre el *Valor Alto Máximo* ($V_{A(MÁX)}$) y el *Valor Alto Mínimo* ($V_{A(MIN)}$) les corresponde el valor binario 1, mientras que los que están entre el Valor Bajo Máximo ($V_{B(MÁX)}$) y el Valor Bajo Mínimo ($V_{B(MÍN)}$) les corresponde el valor binario 0, y los que están entre el $V_{A(MÍN)}$ y $V_{B(MÁX)}$ no son aceptables dentro de la conversión.

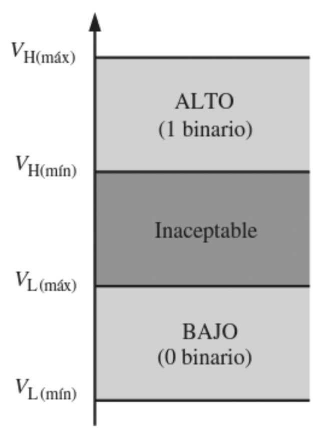


Figura 15: Rangos de niveles lógicos de tensión para un circuito digital. Tomado de (Floyd, 2006).

Las formas de ondas digitales consisten en "*niveles de tensión que varían entre los estados o niveles ALTO y BAJO*" (Floyd, 2006). Esto quiere decir que las formas de onda digital se muestrean mediante una serie de impulsos que van desde el nivel bajo hasta el nivel alto, regresando después al nivel bajo, como se muestra en la siguiente figura:

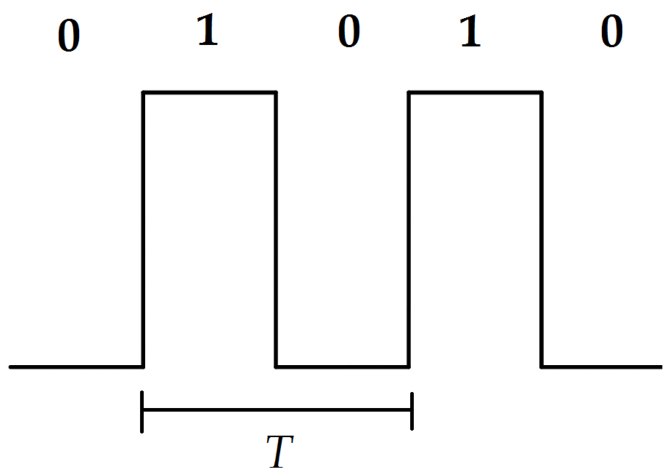


Figura 16. Tren de impulsos.

Los impulsos pueden ser periódicos y no periódicos, los periódicos son aquellos que se repiten en un determinado tiempo, llamado periodo T, mientras que los no periódicos, siguen impulsos de tensión diferentes en cada intervalo de tiempo.

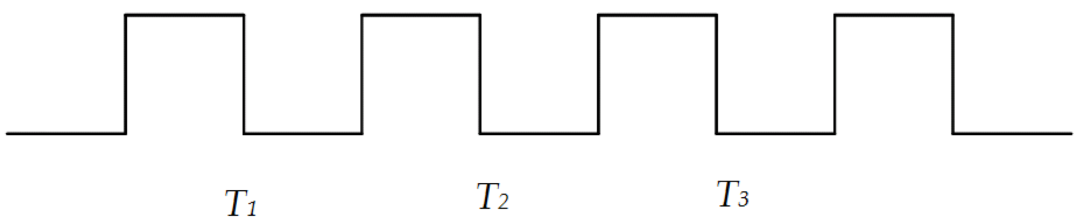


Figura 17: Tren de impulsos periódico.

Las formas de onda periódica o tren de impulsos periódico, se repiten en un intervalo de tiempo fijo y se le denomina periodo (T), mientras que la frecuencia (f) es la velocidad en la que se repite cada uno de los periodos y se representa en Hertzios (Hz), siendo éste denotado como el inverso del periodo.

$$f = \frac{1}{T} \quad (22)$$

Los trenes de impulsos no periódicos se pueden ejemplificar de la siguiente manera:

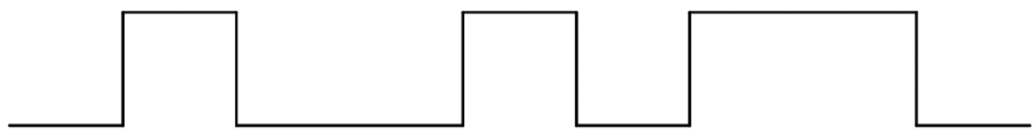


Figura 18: Tren de impulso no periódico.

La representación de señales analógicas a señales digitales y viceversa, es procedimiento esencial para efectuar el procesamiento digital de señales, ya que dentro del procesamiento de señales analógicas como el sonido, se siguen ciertos pasos que conllevan a una conversión de analógico/digital (A/D) y digital/analógico (D/A), que veremos con mayor detalle más adelante.

4.2.3 Procesamiento digital de señales

El procesamiento digital de señales tiene una gran diferencia con el análisis de señales, ya que "*El procesamiento digital de la señal convierte señales de naturaleza analógica, tales como el sonido, el vídeo e información procedente de sensores, en formato digital, utilizando técnicas digitales para mejorar y modificar los datos de las señales analógicas para distintas aplicaciones*" (Floyd, 2006, p.836), mientras que el segundo, únicamente se analiza la información que guarda la señal, sin modificarla, solo para conocer o mostrar su contenido.

En el diagrama 2, se muestra como es un procesamiento digital de señal reducido, donde la señal proveniente es tipo analógica, sufriendo un cambio de analógica a digital (A/D), donde posteriormente se mete a un procesador de señal, con el fin de alterarla, y finalmente se realiza el cambio inverso de digital a analógica (D/A), teniendo como resultado una señal de salida modificada.

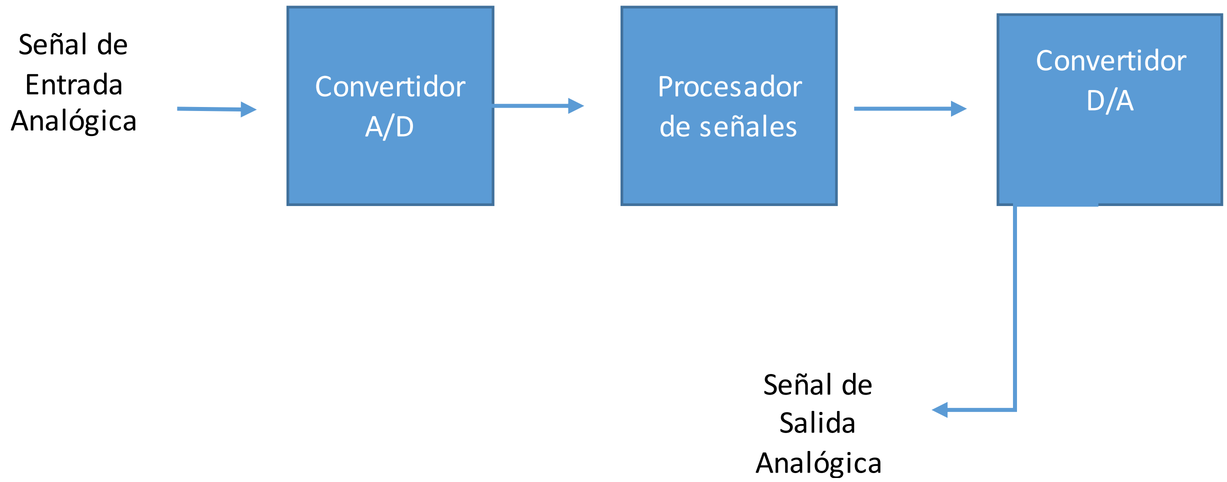


Diagrama 2: Diagrama básico del procesamiento digital de señales.

Sin embargo, esta investigación se centrará solo en el análisis de la conversión A/D de las señales analógicas de sonido, dejando para posteriores investigaciones los demás procesos para llevar a cabo un procesamiento de dichas señales sonoras.

4.2.4 Conversión A/D

Antes del proceso de conversión de A/D, se encuentran dos procesos esenciales para la trasformación de las señales, que son el filtro anti-aliasing y el circuito de muestreo y retención.

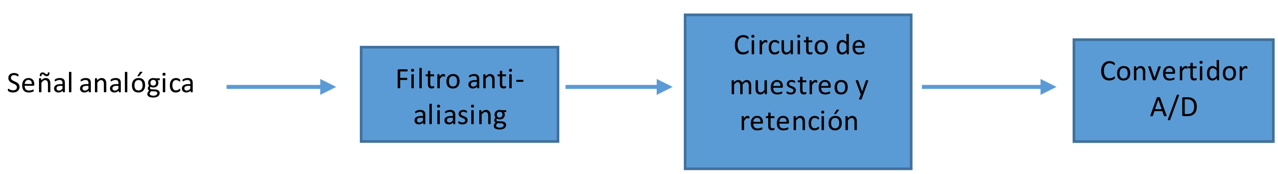


Diagrama 3: Procesos para convertir una señal analógica a digital.

El circuito de muestreo y retención, consta de dos operaciones, que son el muestro y la retención de la señal. El procedimiento de muestreo es el proceso de "*tomar un número suficiente de valores discretos en determinados puntos de una* *forma de onda como para poder definir adecuadamente esa forma de onda"*(Floyd, 2006, p.837), esto significa que el muestreo transforma una señal analógica continúa en una señal discreta, tomando únicamente puntos finitos que describen la trayectoria de la onda y sus propiedades, mientras más valores discretos o puntos de muestreo se tomen, mejor será la representación discreta de la señal analógica.

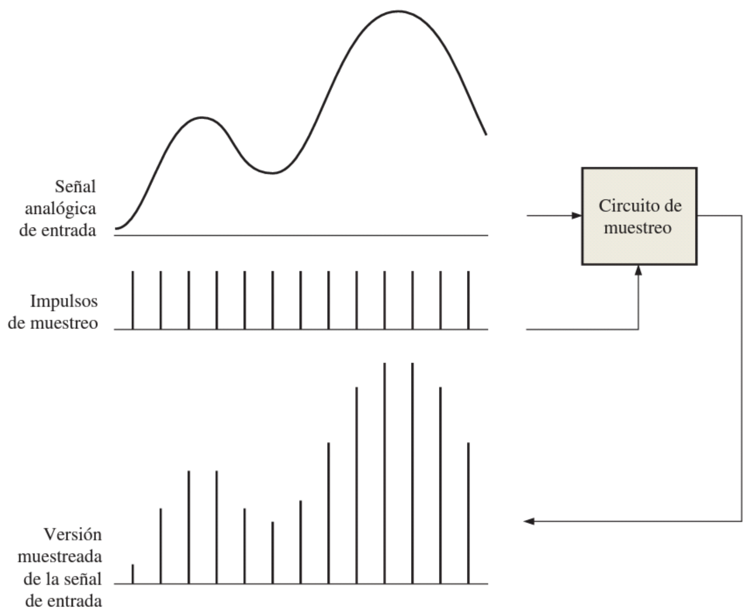


Figura 18 : Muestreo de una señal. Tomado de (Floyd, 2006).

En la figura 18, se observa el muestreo de una señal analógica de entrada, donde se determina primero los impulsos de muestreo, dando lugar posteriormente a la versión muestreada de la señal.

Para poder muestrear una señal analógica se requiere de ciertas condiciones a satisfacer: Primero debemos de tener en cuenta que las señales analógicas excepto las ondas sinusoidales puras, se componen de diferentes frecuencias y amplitudes, lo que se denomina armónicos de una señal analógica, éstos son "Ondas sinusoidales de diferentes frecuencias y amplitudes. Al sumar todos los armónicos de una cierta forma de onda periódica, el resultado es la señal original" (Floyd, 2006). Antes de poder muestrear la señal se necesita pasarla a través de un filtro paso-bajo o filtro anti-aliasing para poder eliminar los armónicos que estén por encima del valor esperado, obtenido del Teorema del Muestreo.

El Teorema del muestreo dice que para poder muestrear una señal analógica, la frecuencia de muestreo $f_{muestreo}$, debe ser al menos dos veces la frecuencia de la señal analógica de entrada $f_{a(máx)}$, o reciprocamente, que la frecuencia de señal analogica de entrada sea al menos la menos la mitad de la frecuencia de muestreo, y se establece de la siguiente manera (Floyd, 2006).

$$f_{muestreo} \geq 2f_{a(máx)} \quad (23)$$

La $f_{a(máx)}$ también es llamada frecuencia de Nyquist, por lo que la frecuencia de Nysquist no debe ser mayor que la mitad que la frecuencia de muestreo. La importancia del friltado anti-alaising radica en que ayuda a eliminar todas aquellas frecuencias que excedan la $f_{a(máx)}$ o frecuencia de Nyquist, ya que cuando existe una componente en la frecuencia analógica que exceda la frecuencia de Nyquist, produce una condición que se llama aliasing, y esta aparece cuando la frecuencia de muestreo es menor a dos veces la frecuencia de la señal, y produce una distorsión en el sonido, llamado ruido.

Aplicando el teorema del muestreo a la frecuencia usual de un CD de audio que es 44.1 kHz, nos dice que la frecuencia de la señal analógica de entrada debe ser menor o igual a la mitad de la $f_{muestreo}$, lo que significa que para este caso, la frecuencia de la señal de entrada debe ser menor o igual a los 22 kHz, es dos 2 kHz más de lo que especifican los equipos de sonido en su mayoría.

La retención del valor muestreado es parte del proceso de muestreo y retención, y que se hace después de pasar la señal a través del filtro anti-aliasing, éste retiene el valor muestreado con el fin de mantener constantes los valores y dar tiempo para convertir los valores muestreados en una serie de códigos binarios, la retención es necesaria para "*que el ADC disponga del suficiente tiempo como para procesar el valor muestreado. Esta operación de muestreo y retención genera una forma de onda "en escalera" que se aproxima a la forma de onda analógica de entrada*" (Floyd, 2006, p.841).

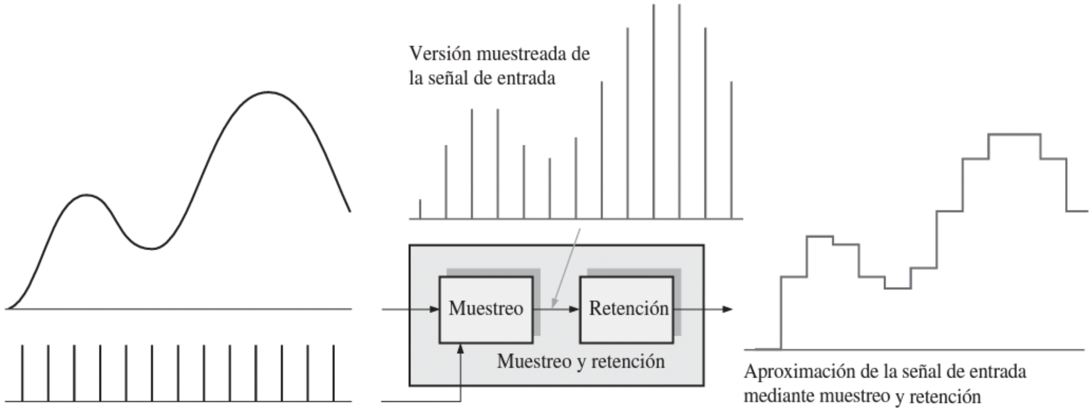


Figura 19: Proceso de muestro y retención. Tomado de (Floyd, 2006).

De manera general, los procesos realizados antes de llegar a la conversión de A/D, nos ayudan a pasar de una forma analógica de la señal a una discreta, pasando primero a través de un filtro anti-aliasing que ayuda a eliminar las frecuencias por encima de la frecuencia de Nysquist, posteriormente se muestrea la señal mediante impulsos de muestreo, convirtiéndola en una señal discreta, más adelante esos valores muestreados se retienen para su mejor manipulación, para finalmente tener un aproximado de la onda analógica de entrada, en una serie de muestras discretas y retenidas en forma de escalera, véase la figura 19.

La conversión de una señal de A/D consiste en convertir la señal de entrada analógica en una serie de códigos binarios, recordando que antes de hacer esta conversión se debe aplicar a la señal analógica los procesos de muestreo y retención, como se muestra en la siguiente figura:

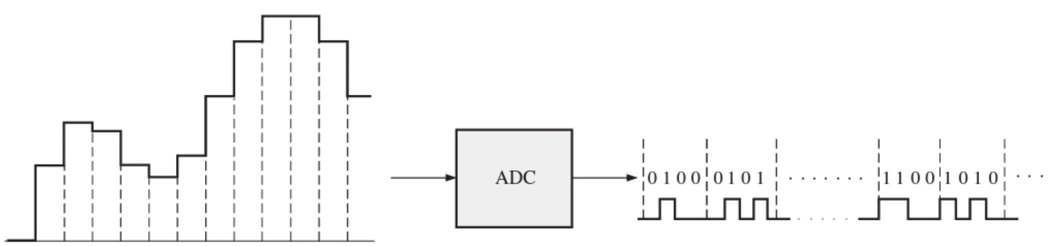
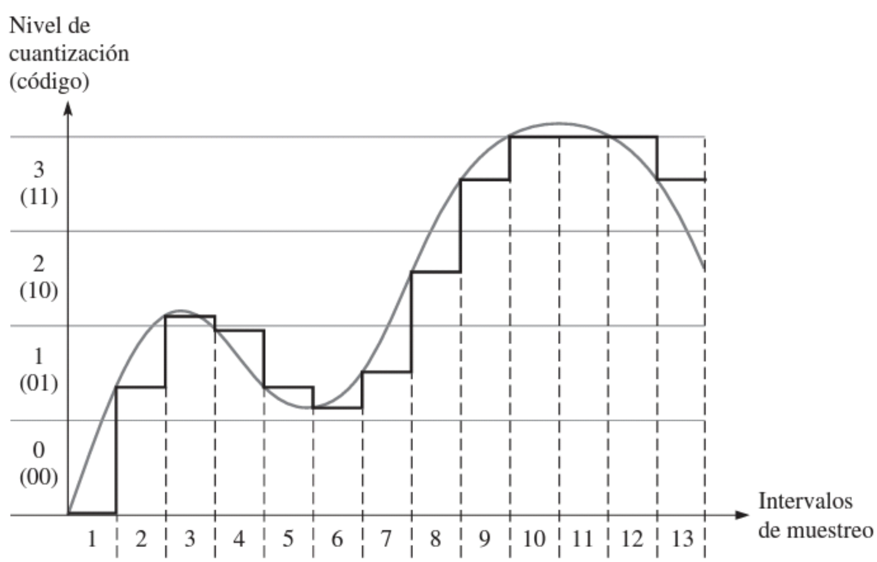


Figura 20: Convertidos de A/D a partir de la señal analógica muestreada y retenida. Tomado de (Floyd, 2006).

Con ayuda del muestreo y retención, el proceso de conversión de una señal de A/D se ve favorecida, haciendo que la amplitud de los valores muestreados se mantengan constantes, sin permitir que los valores de la señal varíen en los intervalos de tiempo y afecten a la cuantificación de los valores muestreados, que es el "*proceso de convertir un valor analógico en un determinado código*" (Floyd, 2006, p.841).

Para poder convertir la señal en una combinación de códigos binarios, es importante tener en cuenta que para una mejor aproximación de cuantificación, es necesario utilizar un número considerable de bits, en el siguiente ejemplo utilizaremos dos bits para poder cuantificar la señal, y se ilustraría de la siguiente manera, donde la señal analógica graficada, es solo como referencia para entender mejor la aproximación de muestreo.



Gráfica 7: Cuantificación de una señal analógica de sonido, utilizando dos bits. Tomado de (Floyd, 2006).

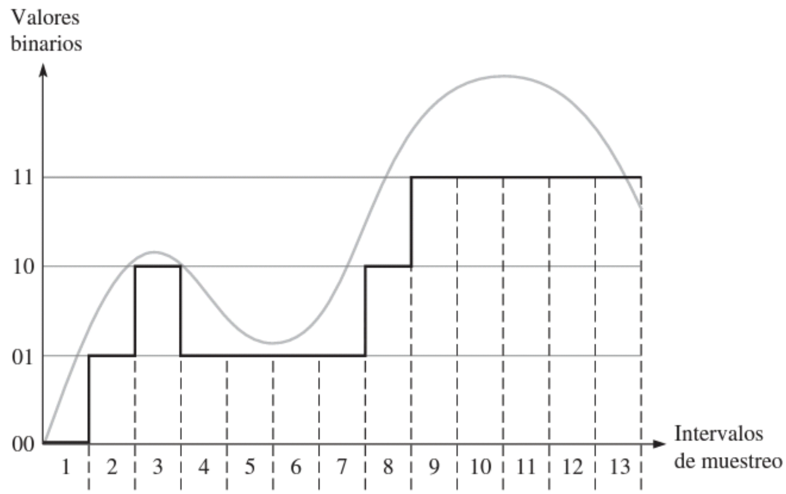
Cuando elegimos dos bits, automáticamente el nivel de cuantificación se genera elevando ese número de bits al cuadrado, empezando a crear los espacios de cuantificación iniciando por el 0 y llegando hasta el 3. En dos bits, los 0's y 1's se acomodan a partir del número de combinaciones posibles en esos dos espacios, lo que significa que en dos bits la combinatoria de 0's y 1's se da de la siguiente forma: (00), (01), (10), (11).

Para poder asignar el código binario que represente la señal, se asigna el código correspondiente a cada intervalo de muestreo, actuando como una función de asignación, esto significa que para el intervalo de muestreo 1, le corresponde el nivel de cuantificación cero y por ende el código binario (00), en el intervalo de muestreo número dos, el nivel de cuantificación que le corresponde es el número 1 por lo que le corresponde el código binario (01), y así sucesivamente en cada intervalo de muestreo, como se ve en la siguiente tabla.

Intervalo de muestreo	Nivel de cuantificación	Código
1	0	00
2	1	01
3	2	10
4	1	01
5	1	01
6	1	01
7	1	01
8	2	10
9	3	11
10	3	11
11	3	11
12	3	11
13	3	11

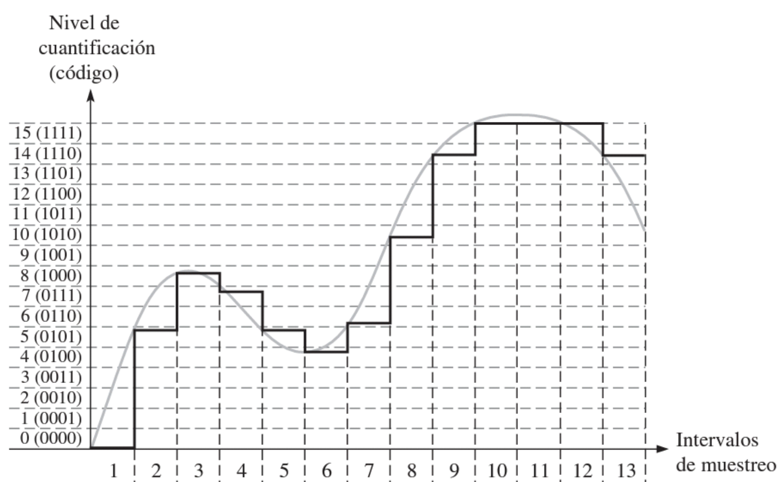
Tabla 1: Tabla de asignación de códigos, utilizando dos bits.

Si analizamos, podemos ver que utilizando dos bits, la aproximación de la señal analógica a digital, es de baja precisión (véase gráfica 8), por lo que utilizando mayor número de bits se esperaría una mejor aproximación.



Gráfica 8: Análisis de precisión de la señal con dos bits. Tomado de (Floyd, 2006).

Ahora se utilizará la cantidad de 4 bits para aproximar la señal, por lo que le corresponden 16 niveles de cuantificación, y la combinación de 0's y 1's correspondientes a cuatro espacios, quedando representándose de la siguiente forma:



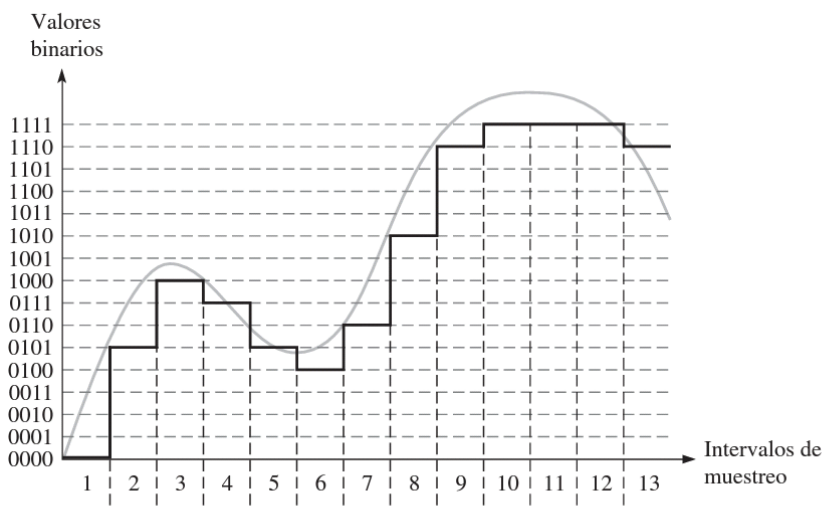
Gráfica 9: Cuantificación de una señal de sonido, utilizando cuatro bits. Tomado de (Floyd, 2006).

Como se logra apreciar, con cuatro bits se obtienen 16 niveles de cuantificación empezando el conteo desde cero, donde cada nivel corresponde a un código binario distinto. La tabla siguiente ilustra la asignación del código binario correspondiente a cada intervalo de muestreo.

Intervalo de muestreo	Nivel de cuantificación	Código
1	0	0000
2	5	0101
3	8	1000
4	7	0111
5	5	0101
6	4	0100
7	6	0110
8	8	1010
9	14	1110
10	15	1111
11	15	1111
12	15	1111
13	14	1110

Tabla 2: Tabla de asignación de códigos, utilizando cuatro bits.

Cuando utilizamos mayor número de bits, el código binario que describe la señal analógica se ajusta mejor a ésta, reduciendo los errores de representación, como se muestra en la siguiente figura:



Gráfica 10: Análisis de precisión de la señal con cuatro bits. Tomado de (Floyd, 2006).

En comparación con la gráfica 8, podemos ver que la aproximación de la señal analógica es de mejor calidad, porque se ajusta más a la señal empleando cuatro bits en su representación, dando menor margen de error y un mejor manejo de su información en los siguientes pasos de procesamiento de señal.

4.3 Etapa III

4.3.1 Análisis

La conversión de analógico/digital (A/D), así como el conocimiento matemático previo que se utiliza para su entendimiento, son parte de un conjunto de saberes matemáticos que cumplen un fin, el cual es dejar a la señal analógica en representación de un grupo de códigos binarios (lenguaje de computadora) con el propósito de modificar dicha señal.

La socioepistemología se encarga de encontrar dentro de los saberes matemáticos abstractos, el uso y significado que ese conocimiento matemático podría tener en alguna área de estudio o en la vida cotidiana. En esta investigación, nos centraremos en encontrar el uso y significado del proceso de conversión analógica/digital de sonido.

El proceso de conversión A/D tiene consigo una serie de saberes matemáticos que ayudan al entendimiento de éste proceso, estos se encuentran dentro de la clasificación de ondas, especialmente en el estudio de ondas analógicas. El saber cómo, para qué, por qué y en qué se usan los conocimientos matemáticos en este proceso de conversión A/D, es información esencial dentro de la socioepistemología, ya que en el aula, los saberes matemáticos que aquí se usan, se presentan de forma abstracta, reduciendo su significado a una serie de fórmulas matemáticas que traen consigo la explicación de un fenómeno físico, sin embargo, el alumno no está expuesto directamente al objeto de estudio, sino que se tiene que imaginar (en el mejor de los casos) qué efecto tendría la aplicación de esos saberes dentro del proceso de conversión A/D.

En la siguiente tabla, se muestran los saberes que ayudan a representar el sonido en términos matemáticos, que dan pauta al proceso de conversión A/D, ya que se obtiene una forma de onda analógica o señal analógica, que se utilizará posteriormente para poder realizar dicha conversión.

Conceptos	Implicación dentro de la representación analógica del sonido
Ley de Hooke $F_s = -kx$ $x(t) = Acos(\omega t + \phi)$	Se utiliza para representar la oscilación de las partículas del aire, al verse expuestas a onda sonora. La Ley de Hooke expresa matemáticamente las oscilaciones de una partícula, dando como resultado una onda analógica de sonido de forma sinusoidal.
Amplitud de una onda A	En ondas de sonido, indica el volumen del sonido y se mide en decibeles, mientras más grande sea la amplitud, mayor será el volumen del sonido y viceversa.
Frecuencia $f = \frac{\omega}{2\pi}$	La frecuencia se mide en Hertzios (Hz), y cada uno de éstos equivale a un ciclo por segundo o un periodo T. Un oído humano saludable, percibe sonidos desde 20 Hz a 20 000 Hz.
Periodo $T = \frac{1}{f}$	El periodo T, es el inverso de la frecuencia, y éste indica un periodo de oscilación de las partículas.

Tabla 3: Conceptos utilizados en el tema de Ondas.

Ahora bien, dentro de esta investigación el análisis que se realizará será de manera cualitativa, en el que observaremos en una práctica de referencia los usos de los saberes matemáticos dentro del proceso de conversión A/D, y cómo es que este proceso cambia la realidad en un contexto determinado, para finalmente poder responder las preguntas del para qué se utiliza, cómo se utiliza y por qué se utiliza la conversión A/D.

Descripción de una señal digital de sonido

Una señal sonora de origen analógico, es convertida en una señal digital para que pueda ser admitida por un sistema informático. Esta pasa de ser una señal continua a una señal discreta, a la cual se le asignan códigos como medio de representación en lenguaje binario.

Una forma básica para poder matematizar una onda de sonido, es por medio de un transceptor (micrófono), que logra representar una onda de presión a una señal eléctrica analógica de sonido, esto para poder ser amplificada (en algunos casos) o para poder ser convertida en una señal digital, que pueda ser procesada y almacenada.

Antes de hacer la conversión A/D, se toman en consideración los pasos de muestreo y retención, que hacen de la señal analógica de entrada una señal discreta, obteniendo cada punto de la señal por medio de intervalos de muestreo, reteniéndolos para su mejor tratamiento en la conversión digital, como se vio anteriormente en la explicación de muestreo y retención.

Calidad de una señal digital de sonido

La calidad de una señal digital de sonido, depende de la calidad de la señal de origen o la señal analógica de sonido de entrada. Sin embargo, la calidad de una señal digital también viene dada por el número de bits que se utilice para poder asignar un código dentro del proceso de muestreo, retención y codificación, normalmente.

Cuando se dice que una señal digital de sonido es de mala calidad, significa que dentro de ella hay distorsiones que hacen que el sonido no se logre escuchar claramente, a este tipo de distorsiones se les llama ruido.

Para medir la calidad de una señal digital, se compara dicha señal con su señal de origen, o sea, para estimar la calidad del sonido digital se analiza la diferencia entre el sonido original y el sonido reproducido a partir de su representación digital.

La importancia de la digitalización de una señal analógica de sonido.

La importancia del proceso de conversión A/D, radica en que es útil para poder procesar o analizar una señal analógica de sonido, lo que significa que puede ser modificada y mejorada o en algunos casos únicamente ser analizada, dependiendo de los fines que se le quiera dar.

En el siguiente figura se muestran las ventajas que tiene digitalizar una señal analógica de sonido.

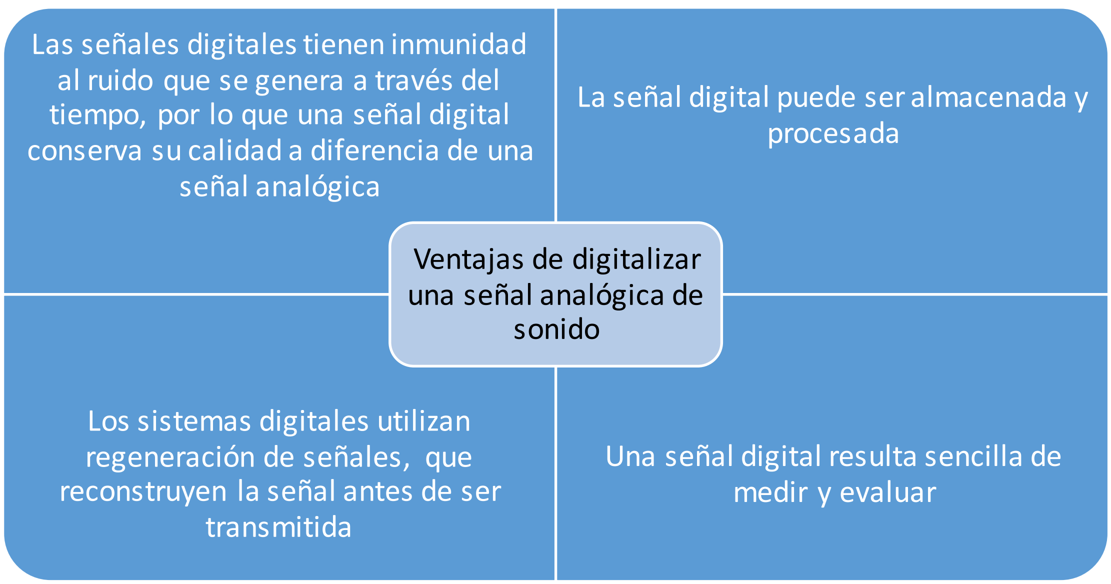


Figura 21: Ventajas de digitalizar una señal analógica de sonido.

Sin embargo, no todas son ventajas, también existen desventajas al digitalizar una señal analógica, como se muestra en la siguiente figura:

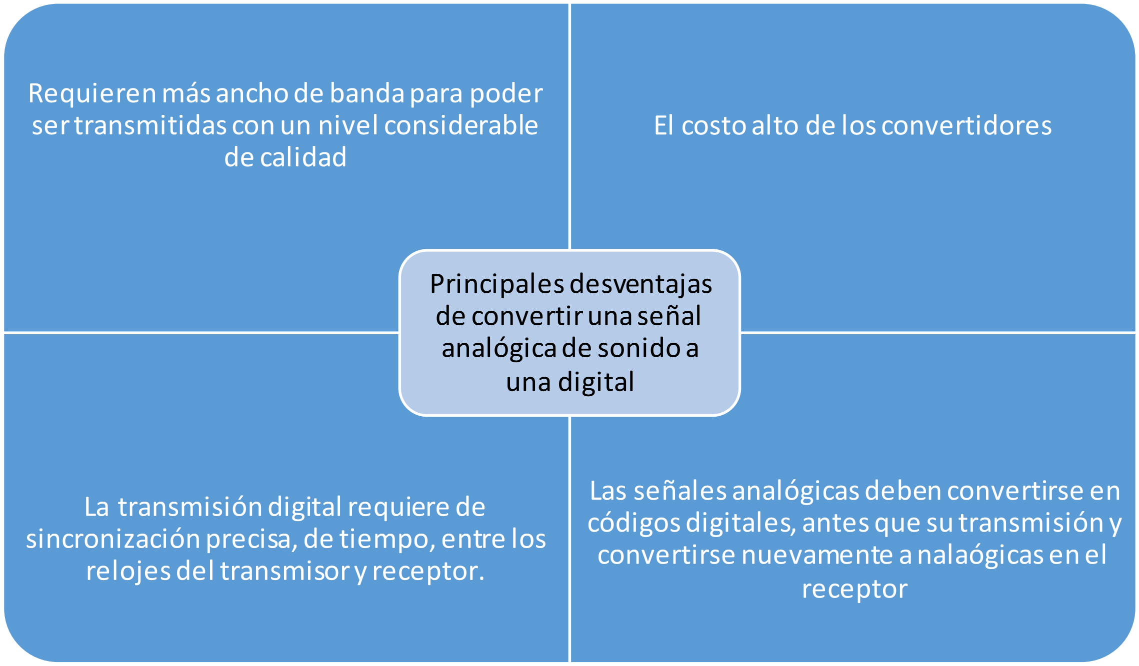


Figura 22: Principales desventajas de convertir una señal analógica de sonido a una digital.

Como podemos ver, las señales digitales tienen tanto ventajas como desventajas. Sin embargo, las ventajas que se obtienen cobran mucho más peso y facilitan considerablemente el tratamiento de dichas señales, por lo que es preferible en la actualidad trabajar con señales digitales, por su fácil manejo en los dispositivos electrónicos actuales, como para obtener una señal de mayor calidad que no le afecte el ruido y no se deteriore en el trascurso del tiempo.

La socioepistemología y la conversión A/D

La importancia de realizar un análisis socioepistemológico para describir el proceso de conversión A/D, como ya se mencionó, radica en identificar los usos y significados de los saberes matemáticos en juego por parte de una comunidad científica, en un contexto determinado.

Descripción general de la situación

La situación que se analizará será un proyecto realizado por un alumno (sujeto de estudio) en clase de señales, que es una materia que se lleva a cabo en quinto semestre en las carreras de ingeniería en telecomunicaciones y en electrónica, en la Facultad de Ciencias de la UASLP. El proyecto consta de procesar una señal analógica de voz, con el fin de poder comprimir el archivo, es decir, crear un archivo más ligero y con la misma calidad que su señal analógica original.

La voz que utiliza nuestro sujeto de estudio, tiene una duración de 5 segundos, fue grabada utilizando un micrófono, y a su vez procesada a través del programa Matlab, que es un programa de computadora que sirve para programar las acciones que se necesitan para procesar una señal analógica de sonido, entre otras cosas. Éste facilita los cálculos, otorgándole a nuestro sujeto de estudio una mejor representación de la señal analógica en digital, aportándole una representación con mayor número de bits, lo que significa, una mejor calidad de la señal analógica de sonido en digital.

Descripción de la situación utilizando Matlab

Como ya se mencionó, Matlab es una herramienta de cálculos matemáticos que nuestro sujeto de estudio utiliza para facilitar los cálculos relacionados con el procesamiento de una señal analógica de sonido. Específicamente nos interesa observar, qué sentido y significado cobra la matemática que usa.

En las siguientes figuras, se muestra el código de programación que utilizó nuestro sujeto de estudio para procesar los cinco segundos de grabación de sonido utilizados en su proyecto.

voz.m | practicavoz.m

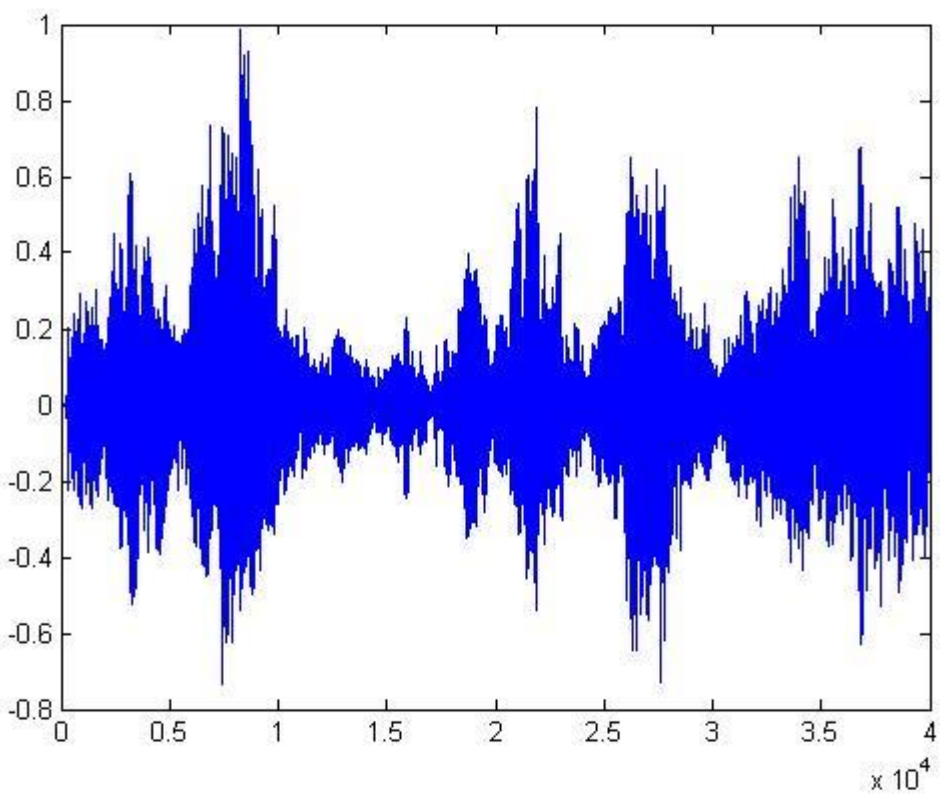
```

Fs = 8000;
V = wavrecord(5*Fs, Fs, 1);
plot(V);
wavwrite(V,Fs,16,'Muestra de voz.wav');
```

Figura 23: Programa de capturación del archivo de audio voz.m | practicavoz.m

```
fs=8000;
N=1024;
X=fft(V,N);
F=fs*[-N/2:((N/2)-1)]/N;
Y=fftshift(abs(X));
plot(F,Y);
```

Figura 24: Programa de conversión del audio de analógico/ digital

La figura 23 se refiere, al programa para capturar el archivo de audio, y que el programa Matlab lo tenga presente para poder utilizar dentro de los demás programas donde sea necesario su información. Este programa de tan solo cuatro líneas, nos ayuda también a representar el sonido grabado de modo gráfico como se ve en la siguiente gráfica:



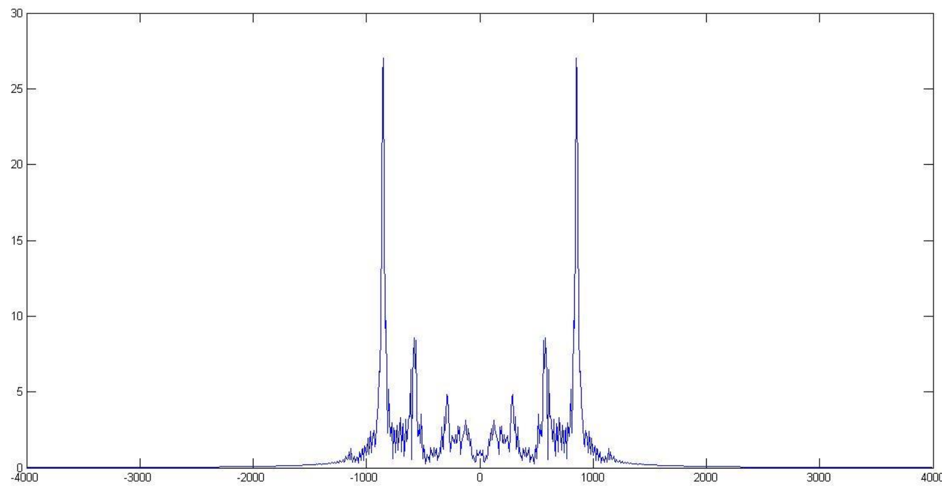
Gráfica 11:Gráfica de la señal analógica de sonido.

Ahora bien, el segundo programa de la figura 24, lo que hace es ya convertir la señal analógica a una señal digital de sonido. A continuación explicamos cada línea de este programa para darle un poco más de sentido al procedimiento que utiliza nuestro sujeto de estudio.

Linea	Significado
2. fs	fs se refiere al número de frecuencia de Nysquist, como la voz humana tiene una frecuancia de 4000 Herdz, nuestro sujeto de estudio fijo la conversión a una frecuencia de 8000 Herdz para cumplir el teorema tratado anteriormente.
3. N	La N se refiere al número de bits que utiliza nuestro sujeto de estudio para hacer la conversión A/D. En este caso utilizó 1024 bits para tener una mejor representación en el proceso de muestreo.
4.- X	X muestra la orden de hacer la conversión digital de la señal analogica de sonido (V), que se muestra en la figura a), utilizando un número de bits (N), donde al terminar esta orden, tenemos ya nuestra señal analogica representada en un conjunto de números binarios. Las demás indicaciones se refieren a la graficación de dicha señal digital.

Tabla 4: Significado de los códigos del programa de conversión A/D.

En el proyecto, nuestro sujeto de estudio tenía como fin comprimir el archivo para que ocupara menos espacio de memoria, pero sin dañar su calidad, para esto cortaba información de la señal digital, conservando su tiempo de duración, lo que al final le resultó una señal analógica modificada, que ocupa menos espacio a comparación de la señal original. En la siguiente figura se muestra la gráfica de la voz ya digitalizada.



Gráfica 12: Gráfica del archivo de sonido digital.

En la gráfica del sonido digital, vemos que va de $-4000\ a\ 4000\ hdz$, y se representa de esta manera, porque si vemos el segundo programa que utilizó nuestro sujeto de estudio, fija $8000\ hdz$ lo que equivale a los 4000 del lado izquierdo y los 4000 del lado derecho.

Dicho proyecto da pauta para resolver algunas cuestiones que nos interesan, en términos de las preguntas de investigación que nos planteamos al principio. En la siguiente tabla damos respuesta a las preguntas de investigación y las matemáticas que encontramos inmersas dentro del proceso de conversión A/D.

<table>
<tr><td colspan="2">Preguntas de investigación</td><td colspan="2">Respuestas</td></tr>
<tr><td colspan="2">¿Qué hace?</td><td colspan="2">Convierte una señal analógica de sonido a una señal digital.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Nuestro sujeto de estudio toma una señal analógica de voz, de una duración de 5 segundos, convirtiendo esa señal de A/D, utilizando 1024 bits, con la ayuda de una computadora.</td></tr>
<tr><td colspan="2">¿Para qué lo hace?</td><td colspan="2">Para procesar el archivo de sonido.</td></tr>
<tr><td colspan="4">El fin de convertir una señal de sonido de A/D, según nuestro sujeto de estudio, lo realiza para poder procesar dicha señal, modificándola, de tal manera que el producto final, sea una señal analógica comprimida y conservando su calidad de sonido.</td></tr>
<tr><td colspan="2">¿Con qué lo hace?</td><td colspan="2">Utiliza un programa de computadora llamado Matlab en el que genera comandos ya establecidos en dicho programa</td></tr>
<tr><td colspan="4">El programa de computadora Matlab es utilizado por muchos ingenieros, para facilitar los cálculos y obtener representaciones más precisas de las señales de sonido, así como su fácil procesamiento.</td></tr>
<tr><td colspan="2">¿Cómo lo hace?</td><td colspan="2">A través de una serie de algoritmos programados en Matlab</td></tr>
<tr><td colspan="4">Nuestro sujeto de estudio escribe una serie de algoritmos ya establecidos en el lenguaje de programación de Matlab.</td></tr>
<tr><td colspan="3">¿Qué matemática hay dentro de la conversión analógica-digital?</td><td>Temas de matemáticas</td></tr>
<tr><td>Función de correspondencia</td><td colspan="2">$f: \mathit{Intervalo\ de\ muestreo} \rightarrow \mathit{código\ binario}$</td><td>Funciones continuas de variable real positiva
Intervalos de la recta real (finito</td></tr>
</table>

		e infinito numerable) • Diferenciabilidad de funciones • Números binarios

Tabla 5: Preguntas de investigación y sus respuestas.

La matemática que se observa, es una función de correspondencia, a la que para cierto intervalo de muestreo, se le asigna un código binario, que depende del número de bits que utilicemos para digitalizar la señal. En esta función, vienen implícitos algunos temas de matemáticas que vale la pena aclarar antes de seguir haciendo nuestro análisis.

Temas de matemáticas dentro de la conversión A/D

En el proceso de conversión A/D, aparte de utilizar los conceptos propios de fenómeno de ondas, también se deben considerar conceptos propios dentro de la matemática, como el concepto de función continua y discreta, intervalos de la recta real y números binarios.

Empezaremos por entender lo que es una función. Una función es considerada como "*Una correspondencia entre un conjunto X de números reales x a un conjunto Y de números reales y, donde cada valor de x corresponde a un solo valor de y*" (Leithold,1998, p.42). Esto quiere decir que a una función otorga a cada valor del dominio, un único valor del rango, si a cada valor del dominio le corresponde dos o más valores del rango, no es considerada función. Un ejemplo se encuentra en la siguiente figura:

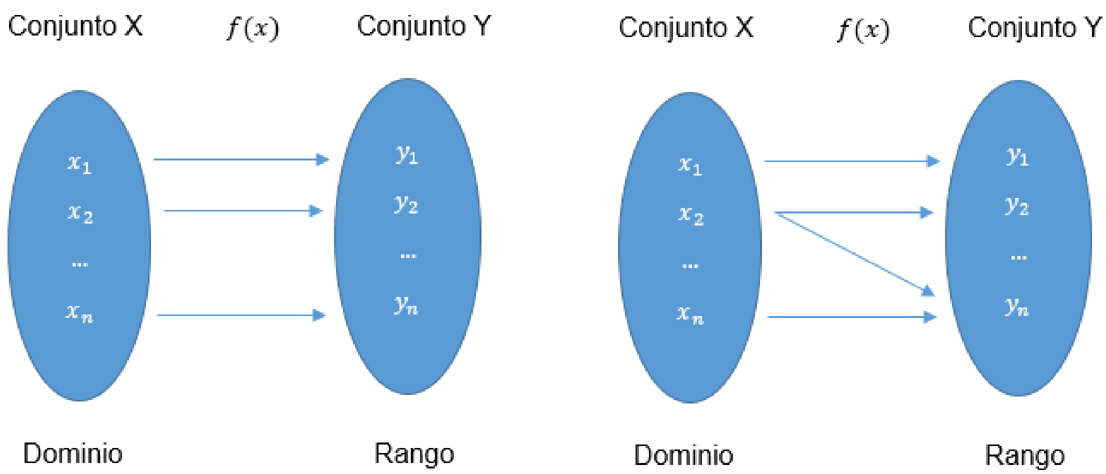


Figura 25: Funciones y no funciones.

Como se logra apreciar, el primer diagrama refleja lo que es considerado como una función, lo que significa que a cada valor del conjunto Y le corresponde un único valor del conjunto X; sin embargo, en el segundo diagrama se muestra que x_2 no le corresponde un único valor del conjunto Y, por lo tanto no se considera una función.

Las funciones tienen varias formas de clasificarse, aunque las que más nos interesan son las funciones continuas y funciones discretas, que a continuación explicaremos brevemente cada una de éstas, con el fin de que el lector identifique posteriormente, las matemáticas que están inmersas en el proceso de conversión A/D.

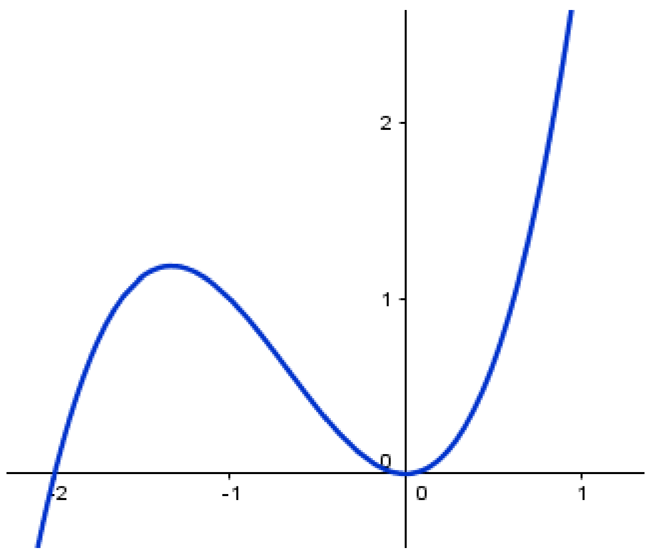
Funciones continuas

Una función es llamada continua en un número a si cumple las siguientes tres condiciones:

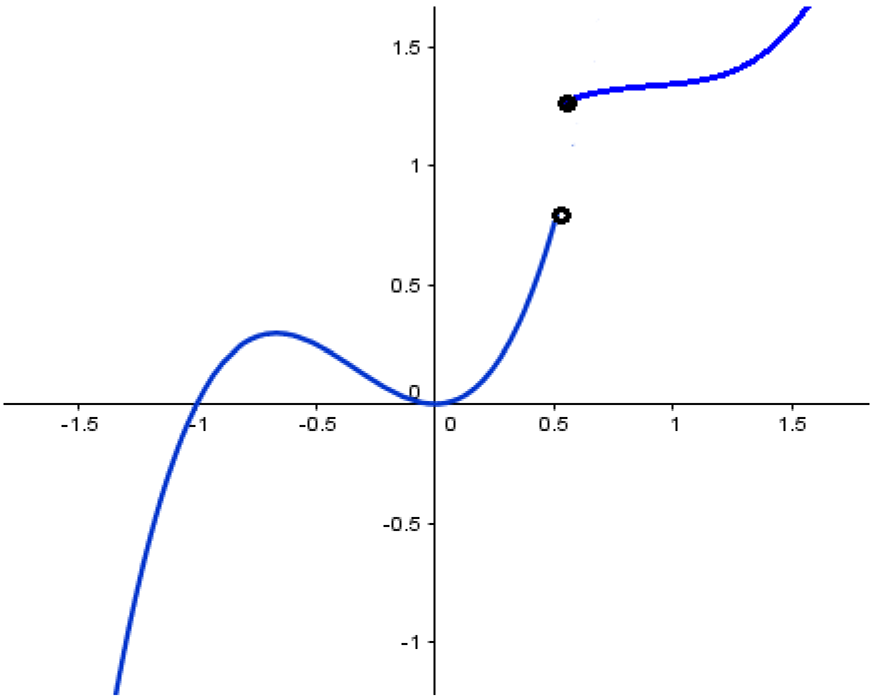
1. $f(a)$ $existe$
2. $\lim_{x \to a} f(x)$ $existe$
3. $f(a) = \lim_{x \to a} f(x)$

Esto nos lleva a un caso más general, donde podemos decir que "*Una función es continua en un intervalo abierto si y solo si es continua en cada número del intervalo abierto*" (Leithold,1998, p.78), esto quiere decir que para cualquier número a_n que nosotros tomemos de un intervalo abierto, éstos deben cumplir las tres condiciones de continuidad, si esto se cumple para cualquier número entonces la función es continua sobre ese intervalo. En caso contrario, si esas tres condiciones no se cumplen para todo número de un intervalo abierto, se dice que la función es discontinua en ese intervalo.

El las siguientes figuras se muestra el gráfico que corresponde a una función continua y a una función discontinua.



Gráfica13: Gráfica de una función contínúa



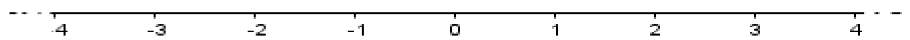
Gráfica 14: Gráfica de una función discontinua

Como podemos ver, la gráfica 13 representa la gráfica de una función continua en todo el intervalo de 2 a 1, mientras que en la gráfica 14 se presenta la gráfica de una función discontinua en el punto $x = 0.5$, lo que conlleva a un “salto” en la función, por lo tanto la función no es continua en el intervalo de -1 a 1, ya que no todos los puntos que están entre esos números cumplen las tres condiciones de continuidad.

Una señal de sonido se representa con una sola variable independiente t, esta variable es el tiempo en la recta real, en donde $t \geq 0$, por lo que nos detendremos a explicar el concepto de recta real.

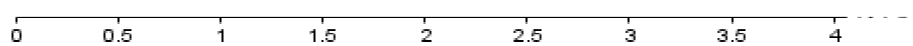
Intervalos de la recta real (finito e infinito numerable)

El conjunto de números reales $\mathbb{R} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, abarca todos los números que estén entre el intervalo de $(-\infty, \infty)$, donde los conjuntos de números enteros ($\mathbb{Z}$), naturales ($\mathbb{N}$), racionales ($\mathbb{Q}$) e irracionales ($\mathbb{R} - \mathbb{Q}$), son subconjuntos de los reales, por tanto los números reales se pueden representar sobre una recta, llamada recta real, como se ilustra en la siguiente gráfica:



Gráfica 15: Recta Real.

En nuestra investigación, la recta real se reduce únicamente a los valores mayores o iguales que cero. Pues una grabación se genera en un intervalo desde $t_0 = 0s$ hasta t_f (Tiempo final) fijo.



Gráfica 16: Recta Real Positiva.

Los intervalos de la recta real positiva que tomemos, ya sea de 0 a 5 segundos como es el caso de nuestra situación, o si se quiere procesar únicamente una parte de 3 a 4 segundos, es importante observar que entre estos valores existe una infinidad de valores de tiempo, ya que como vimos en la parte de magnitudes continuas, el conjunto de números reales que están entre 3 y 4 son una infinidad. Para estos casos existen dos clases de conjuntos con cardinalidad infinita: Los conjuntos infinitos numerables y no numerables.

- Infinitos numerables:

  Los conjuntos infinitos, se les llama numerables si el conjunto es diferente de cero y si a cada valor del conjunto se le puede asociar un numero natural $\mathbb{N}$, esto es en particular, que existe inyectivad del conjunto de los valores entre 3 y 4, hacia el conjunto de los naturales.

- Infinitos no numerables:

  Son todos aquellos conjuntos que como su nombre lo dice, no se pueden numerar, esto es, que no hay una biyección entre éste conjunto y los números naturales.

Omitiremos el tema de números binarios, dado que ha sido ya explicado en el apartado de análisis, por lo cual concluimos la explicación de cada uno de los temas de matemáticas encontrados dentro del análisis, para que el lector sea capaz de identificar cada uno de éstos en la siguiente parte de nuestra investigación.

Capítulo 5

Conclusiones

Cada una de las etapas que se realizaron nos proporcionan información que muestran la importancia de la matemática dentro del contexto de conversión de una señal analógica de sonido a una digital, mostrando sus significados y el sentido que adquiere dentro de esta área de estudio, que puede ser de gran ayuda para futuros diseños didácticos que busquen una construcción del conocimiento más que una memorización y mecanización de los contenidos matemáticos, esto se puede hacer ya que con la información obtenida de este análisis, aportaríamos a la comunidad de matemáticos educativos no solo cuestiones teóricas, sino, un análisis real de cómo vive la matemática en el área de señales, logrando así abordar los temas matemáticos comúnmente vistos en clase de una manera totalmente diferente, como lo haría nuestro sujeto de estudio.

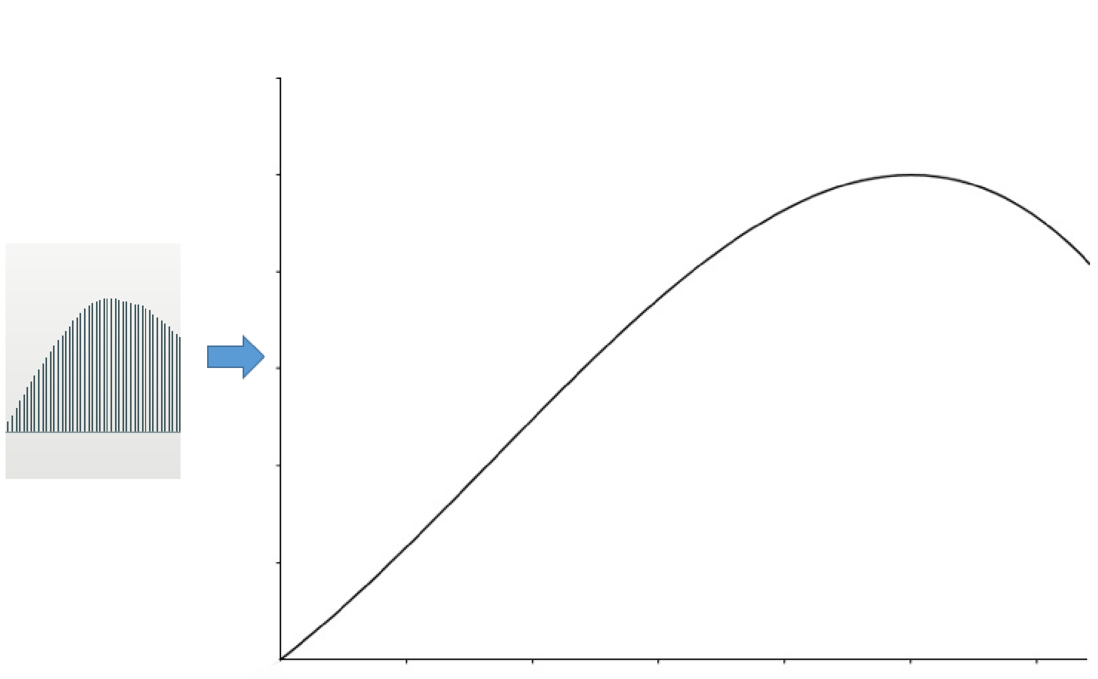
Como se logró observar, las matemáticas que pudimos encontrar fueran diversas y significativas para la realización del proyecto por parte de nuestro sujeto de estudio, sin embargo, una de las más importantes fue la función de correspondencia que asigna a cada elemento de su dominio (intervalo de muestreo) un código binario, denotado de la siguiente forma:

$$f\!: Intervalo\ de\ muestreo\ \rightarrow código\ binario \quad (24)$$

Sin embargo, dentro de esta función, encontramos algunos conceptos matemáticos que influyen en la realización de dicha correspondencia, así como algunas propiedades que es importante mencionar después de haberlas explicado al final del capítulo anterior. Para darle sentido a cada una de las propiedades y temas de matemáticas tratados anteriormente, formulamos un ejemplo reducido que tiene como finalidad mostrar que la teoría mostrada en el capítulo anterior tiene influencia dentro del proyecto de nuestro sujeto de estudio.

Extracción del análisis a un ejemplo reducido

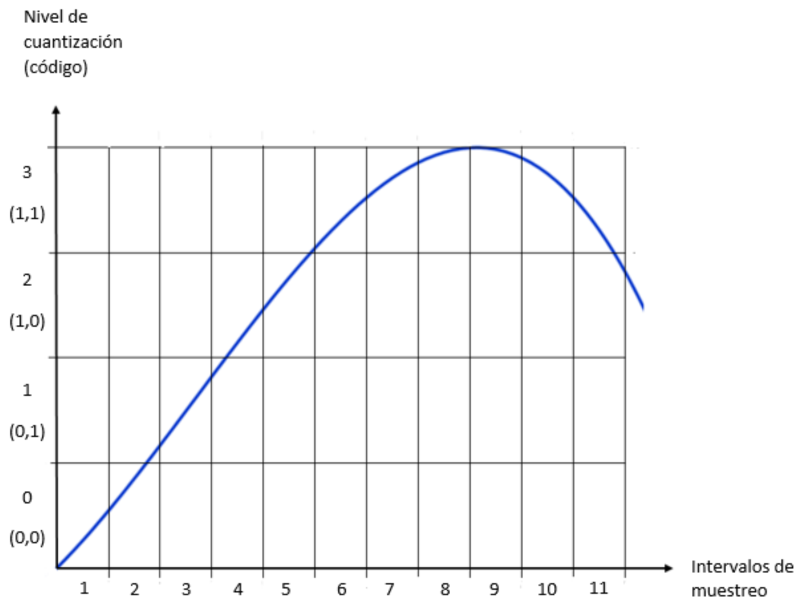
Supongamos que en lugar de tomar los 5 segundos completos de nuestro archivo de sonido, tomamos únicamente un intervalo muy reducido de solo un milisegundo, lo que gráficamente se vería de la siguiente manera.



Gráfica 17: Gráfica de una señal analógica de sonido, con un milisegundo de duración

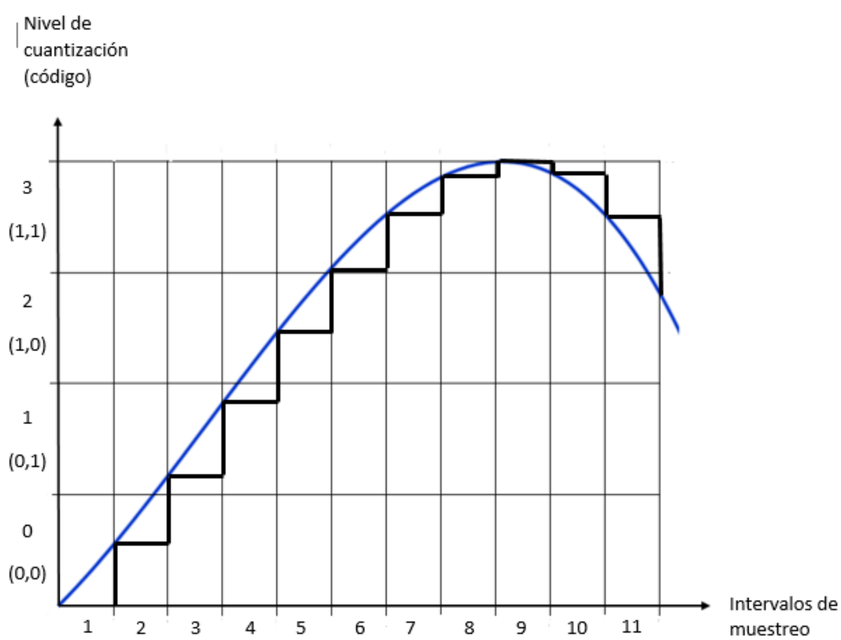
Como se logra ver, la gráfica que tenemos se asocia con una función continua $f(t)$ (a la izquierda se representa de forma más pequeña), que a pesar de haber tomado un intervalo muy pequeño de tiempo, sigue existiendo al interior de este intervalo, un número infinito de números reales o valores de $t \geq 0$, por lo que el dominio en esta interpretación gráfica del sonido corresponde a un conjunto infinito pero numerable de números reales.

Ahora se convertirá la señal analógica reducida, a un código digital o código binario, esto es, se pasa de una magnitud continua a una magnitud discreta, por lo que en lugar de tomar 1024 bits, únicamente se trabajará con 2 bits y 11 intervalos de muestreo, para que se logre ver cómo se da la correspondencia entre el dominio y el rango de f.



Gráfica 18: Gráfica con particionada en intervalos de muestreo

A continuación, se genera a partir de los intervalos de muestreo, el nivel de muestreo y retención, donde se representa la forma de onda en escalera, como se muestra en la siguiente figura.



Gráfica 19: Muestreo y retención de la señal analógica de sonido

Posteriormente se le asigna el código binario correspondiente al intervalo de muestreo, generando la tabla de códigos que ya habíamos explicado antes en la tabla 1 y 2.

Intervalo de muestreo	Código binario correspondiente
1	00
2	00
3	01
4	01
5	10
6	11
7	11
8	11
9	11
10	11
11	11

Tabla 6: Asignación de códigos binarios a cada intervalo de muestreo.

Por lo que queda explícitamente representada la función de correspondencia entre el intervalo de muestreo y el código binario asociado. Finalmente da como resultado un código binario, que representa la forma de onda analógica, haciendo de ésta una señal digital, para su posterior procesamiento y análisis. Debemos de tomar en cuenta que solo utilizamos 2 bits, por lo que la precisión que tienen las computadoras o mejor aún la precisión que tuvo nuestro sujeto de estudio utilizando 1024 bits en su programa de Matlab fue por mucho, más precisa.

Ahora bien, las funciones de la práctica de referencia analizada, quizá no sean del todo explicadas al momento de obtener nuestro ejemplo reducido, por lo que la siguiente tabla muestra la vinculación de cada una de estas funciones, que están dentro de la práctica social.

Funciones de la Práctica Social	Preguntas	Respuestas
Función Identitaria	¿Qué es lo que hace nuestro sujeto de estudio?	La conversión de señales analógicas de sonido a digitales, lo cual es importante dentro de su área porque lo que lo identifica de otros grupos sociales, es que es esencial para llevar a cabo un procesamiento o modificación de dichas señales.
Función Pragmática	¿Cómo lo hace?	Lo hace con la ayuda de un programa llamado Matlab, donde con la ayuda de una serie de algoritmos, puede convertir una señal de sonido analógico a una señal digital para que sea comprensible para la computadora.

Función Reflexiva-Discursiva	¿Para qué lo hace?	Lo hace para poder utilizar la información para su posterior procesamiento y análisis de la señal analógica.
Función Normativa	¿Qué guía su práctica y por qué lo hace como la hace?	Nuestro sujeto es guiado a través de una serie fundamentos matemáticos como conocimiento sobre funciones de correspondencia, magnitudes continuas y discretas, así como también números binarios, etc. Y éste eligió la forma en que lo hace, para poder hacer cálculos en menor tiempo, utilizando herramientas computacionales para facilitar la conversión A/D.

Tabla 7: Funciones de la práctica social asociadas a la práctica de nuestro sujeto de estudio.

Como podemos observar, estas funciones ya habían sido expuestas anteriormente en la tabla 5, pero solo como preguntas de investigación, por lo que es importante especificar a qué tipo de función corresponde, y que el lector logre apreciar la implicación directa de la teoría que respalda nuestra investigación.

La importancia de analizar una práctica social en contextos científicos, tecnológicos o de la vida cotidiana, es la de poder dotar de sentido y significado a la matemática escolar que lleven a un rediseño del dME en un futuro, ya que dentro la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en nuestro sector educativo en México, los diseños empleados hasta ahora no han sido del todo significativos, omitiendo el uso que podría tener la matemática dentro de las vidas profesionales de los alumnos o en sus vidas cotidianas, así como también la omisión de una construcción del conocimiento que es esencial para poder entender cualquier concepto matemático en su totalidad.

Los profesores nos daremos cuenta, que es difícil replantear el dME, ya sea por tendencias o tradición de los profesores por dar sus clases de la misma manera en que se las enseñaron cuando fueron estudiantes, centrándose en lo abstracto más que en el significado real de la matemática; sin embargo, no cabe duda de que es importante cambiar esas tendencias, innovar la manera en la que se lleva la matemática dentro de las instituciones educativas, para crear alumnos cada vez más preparados para desarrollarse en su vida profesional, y esto podría ser posible si se crean investigaciones que analicen las prácticas sociales de una cultura determinada, rescatando el su uso y significado de las matemáticas, para que posteriormente se tenga información suficiente para poder rediseñar el dME con diseños didácticos que hagan ver a la matemática como algo vivo dentro del contexto del alumno o del individuo.

Referencias

- Asinsten, J. C. (2009). El Sonido: Edición de sonido en computadora, para proyectos de Clic, multimedia y otras actividades educativas.

- Cantoral, R. (2013). Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento. México: Editorial Gedisa.

- Floyd, T. L. (2006). Fundamentos de Sistemas Digitales. Madrid: Pearson Educación S.A.

- Gómez, D. (2015). Usos de los Saberes Matemáticos en la Actividad Profesional de un Ingeniero Electrónico. Tesis de Licenciatura no publicada. Facultad de Ciencias-UASLP, México.

- Herder, V. (1972). Física. Alemania: RIODUERO.

- INEE. (01 de 08 de 2016). *Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación*. Obtenido de http://www.inee.edu.mx/index.php/bases-de-datos/bases-de-datos-pisa

- Leithold, L. (1994). El cálculo. México: HARLA.

- López, L. (2011). Etapas de Aprendizaje Asociadas al Concepto Función. Un Estudio Socioepistemológico. Tesis de Licenciatura no publicada. Facultad de Matemáticas-UADY, México.

- Montiel, G. (2005). Estudio Socioepistemológico de la Función Trigonométrica. Tesis de Maestría no publicada. Cinvestav-IPN, México.

- Moya, J. P. (2011). Procesamiento Digital de Señales. Costa Rica: Técnologico de Costa Rica.

- Obando, F. R., Monsegny, A. M., Gómez, O. G., Mellado, A. G., Arana, M. T., Arias, C. R., & Gómez, J. A. (2004). Audiología Básica. Colombia: Olga Gómez Gómez.

- Reyes, D. (2011). Empoderamiento docente desde una visión socioepistemológica: Estudio de los factores de cambio en las prácticas del profesor de matemáticas. Tesis de Maestria no publicada. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.

- Serway, R. A., & Jawett, J. W. (2009). Física para ciencias e ingeniería. Cengage Learning.

- Soldovieri, T. (2011). Física General. Venezuela: Preprint.

- Soto, D. (2010). El Discurso Matemático Escolar y la Exclusión. Una Visión Socioepistemológica. Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.

- Tovar, O. (2015). Un Estudio de Caso: Los Usos del Conocimiento Geométrico del Diseñador. Tesis de Licenciatura no publicada. Facultad de Ciencias-UASLP, México.

- Tuyub, I. (2008). Estudio Socioepistemológico de la práctica toxicológica: un modelo en la construcción social del conocimiento. Tesis de maestría no publicada. México: Cinvestav.

- Young, H. D., & Freedman, R. A. (2009). Física Universitaria. México: PEARSON EDUCACIÓN.