Un acercamiento interdisciplinario al desarrollo del pensamiento y lenguaje algebraico

Departamento de Matemática Educativa
Área de Educación Superior

M. en C. Luis López-Acosta
Directora: Dra. Gisela Montiel Espinosa

lalopeza@cinvestav.mx

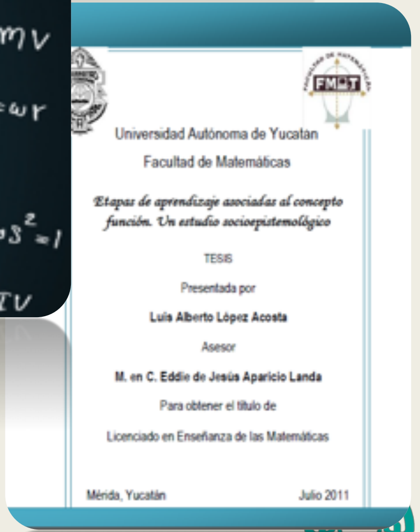
Orden de la presentación

1. Mi incursión a la Matemática Educativa
2. Mi visión sobre la Matemática Educativa y su objeto de estudio (algunas implicaciones)
3. La Interdisciplinariedad y su importancia
4. Mi investigación doctoral: El estudio del Pensamiento y Lenguaje Algebraico Simbólico (PyLAS)
5. La necesidad de una articulación entre Matemática Educativa y Lingüística
6. Diseño de la investigación
7. Problematizando el PyLAS
8. Momento actual de la investigación
9. Reflexión final

Mi inc sión a la Matemáti iva

Los porqués

- Las materias optativas e enciatura
- Mis profesores y los espacio mación complementaria en la Licenciatura
- Congresos de Matemática Educa
- Hacer una investigación
- Colaboración en proyectos de desarrollo



Universidad Autónoma de Yucatan

Facultad de Matemáticas

Etapas de aprendizaje asociadas al concepto función. Un estudio socioepistemológico

TESIS

Presentada por

Luis Alberto López Acosta

Asesor

M. en C. Eddie de Jesús Aparicio Landa

Para obtener el título de

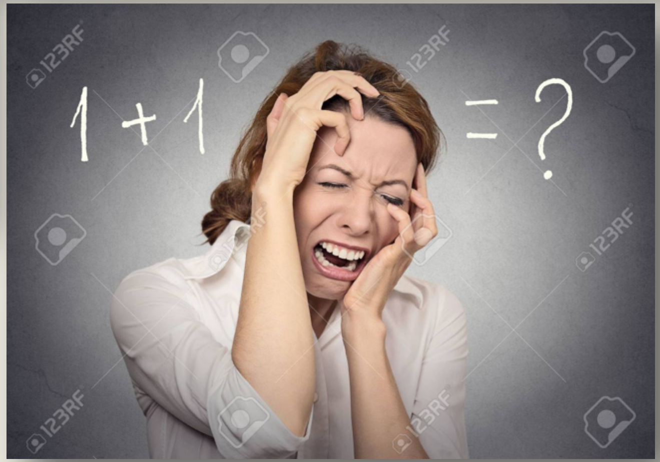
Licenciado en Enseñanza de las Matemáticas

Mérida, Yucatán Julio 2011

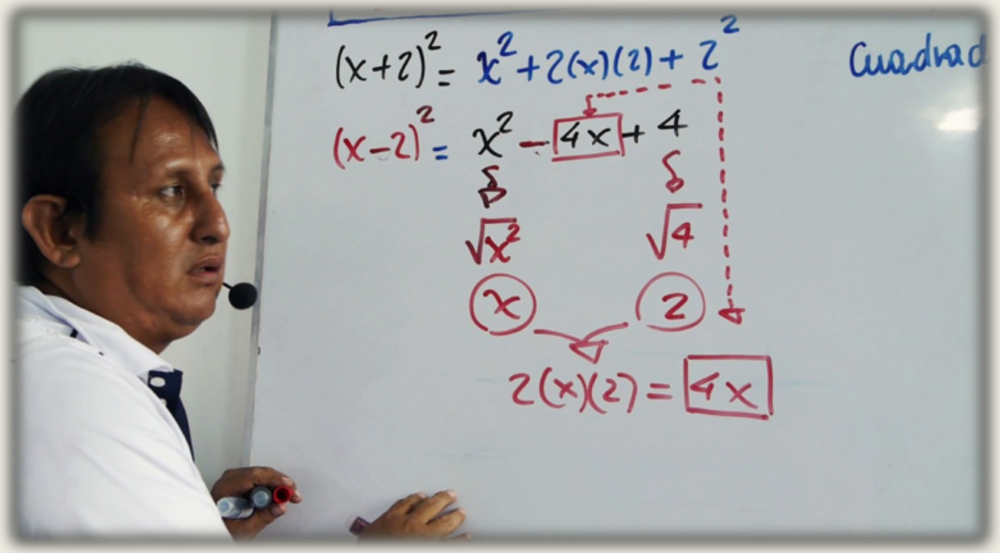
La ME y su objeto de estudio

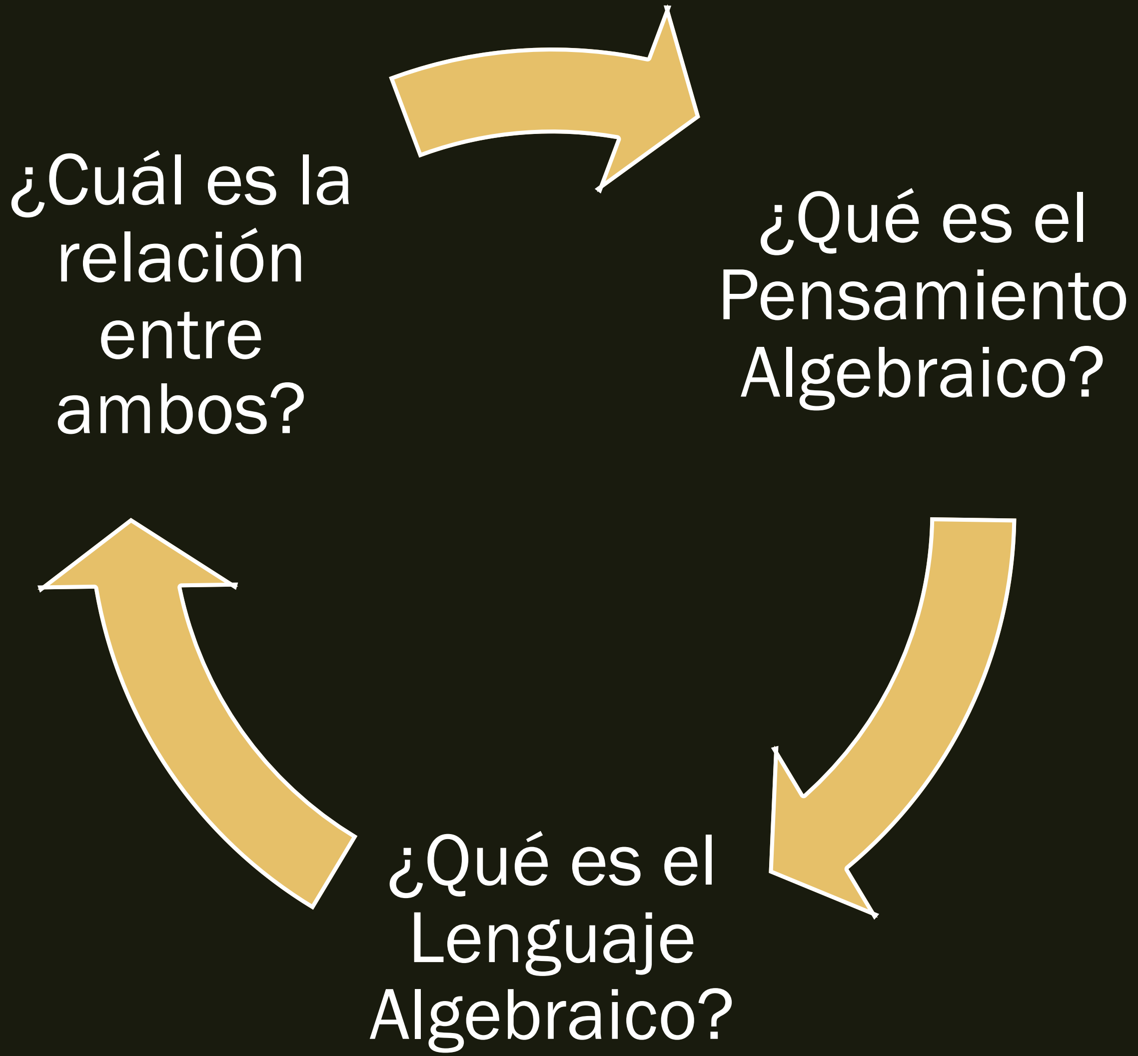
- La ME como campo de investigación desde sus inicios se ha caracterizado por tener una **naturaleza sistémica** y por **interactuar con otros dominios científicos** como, por ejemplo, ciencias educativas, epistemología, historia, semiótica, sociología y matemáticas (Bartolini y Bazzini, 2003).
- **En sus inicios**, alrededor de los años 60 y 70, se podia ver que **la ME dependía principalmente del préstamo de teorías de otros campos** . No se tenían como ahora una comunidad estable, en términos de teorías, metodologías y herramientas legítimas del objeto de studio. (Biehler et al. 1994)
- "La didáctica de las matemáticas se sitúa así en el marco de las **ciencias cognitivas** como **ciencia de las condiciones específicas para la difusión de los conocimientos matemáticos útiles para el funcionamiento de las instituciones humanas**" (Brousseau, 1994, p. 52).
- Godino y Batanero distinguen entre "**didáctica de las matemáticas**" y "**educación matemática**" pues el primero refiere al campo científico y académico que tiene como fin identificar, caracterizar, y entender los fenómenos y procesos que condicionan la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; mientras que el segundo refiere a los sistemas sociales complejos y heterogéneos que incluyen teoría, desarrollo, y práctica relativa a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Bartolini y Bazzini, 2003).

Implicacion



MI INVESTIGACIÓN DOCTORAL: EL ESTUDIO DEL PENSAMIENTO Y LENGUAJE ALGEBRAICO SIMBÓLICO (PYLAS)




¿Cuál es la relación entre ambos?
¿Qué es el Pensamiento Algebraico?
¿Qué es el Lenguaje Algebraico?

¿?

¿Por qué estudiar el Pensamiento y Lenguaje Algebraico?

- El álgebra escolar es un elemento de suma relevancia en el trayecto académico de las y los estudiantes.
- En la tesis de maestría se vio la importancia de “hacerle justicia” al Pensamiento Algebraico.
- Durante la revisión bibliográfica para el anteproyecto doctoral, se identifica que la naturaleza de lo que es el Pensamiento Algebraico es aún incierta, a pesar de la gran cantidad de investigación que se ha realizado en el campo de la Matemática Educativa (Socas, 2011; Radford, 2006).
  - ***¿Qué es el Pensamiento algebraico y cuáles son las razones esenciales de la actividad algebraica que deben constituir las metas que tenemos para el aprendizaje de los alumnos en este campo?*** (Socas, 2011, p. 26).

Sobre Pensamiento Algebraico...

- Aun cuando se posee un buen desempeño aritmético, esto no garantiza que el paso al Álgebra será sencillo, debido a que el Pensamiento Algebraico implica **un cambio en la forma de pensamiento** (Serres, 2007; Kieran, 2007; Kilpatrick, et. al. 2001 citado en Cai & Knuth, 2011).
- Kaput (2008) reporta que el Pensamiento Algebraico está centrado en dos núcleos fundamentales:
  - *Generalización y expresión de la generalización en sistemas de símbolos progresivamente sistemáticos y convencionales.*
  - *Acción sintácticamente guiada sobre los símbolos dentro de sistemas de símbolos organizados (p. 10)*

Sobre Pensamiento Algebraico...

- Radford (2006) propone tres aspectos que caracterizan la actividad algebraica:
  - *Sentido de indeterminación*
  - *Objetos indeterminados son manipulados analíticamente*
  - *Modo simbólico peculiar que tiene para designar sus objetos*
- Kieran (2004), considera que implica el desarrollo de formas de pensar que permitan "analizar las relaciones entre cantidades, observar la estructura, estudiar el cambio, generalizar, resolver problemas, modelar, justificar, probar y predecir" (p. 149).

Sobre Pensamiento Algebraico…

- Los estudios sobre el desarrollo conceptual del Álgebra han dejado ver que (Socas, Camacho, Palarea, & Hernández, 1989):
  - *El desarrollo del álgebra tal y como se ha podido evidenciar con las ideas antes expuestas, fue lento y complicado;*
  - *En su origen, el álgebra fue utilizada con la finalidad de resolver problemáticas particulares, las cuales dieron origen al concepto de ecuación. Sin embargo, en su robustecimiento como teoría, es decir, al centrar la atención en el estudio de las propiedades de las ecuaciones y sus soluciones perdió de manera sustancial su significado;*
  - *En contraposición con la pérdida de significado de la simbología algebraica, el proceso histórico de su desarrollo demuestra que se dio un cambio de la perspectiva procedimental a la estructural (Kieran 1995, citado en Socas, Camacho, Palarea, & Hernández, 1989; Sfard, 1995);*

Sobre Pensamiento Algebraico...

- Se reconocen tres etapas de desarrollo del Álgebra (Malissani, 1999):

Retórica
- Babilionios
- Egipcios
- Griegos
- Árabes

Sincopada
- Diofanto

Simbólica
- Vieta
- Descartes

El pensamiento Algebraico implica…

"la construcción y manipulación de **LENGUAJES** simbólicos que permiten describir, analizar, estudiar y manipular abstracciones de la realidad".

La necesidad de una articulación entre Matemática Educativa y Lingüística

- ¿Qué es el Pensamiento Algebraico?
- ¿Qué relación tiene el pensamiento algebraico con el lenguaje que emplea?
- ¿Qué es el lenguaje algebraico? ¿Es lo mismo que un conjunto de símbolos?
- ¿El “lenguaje algebraico” que se enseña en la escuela puede ser considerado en el estricto sentido Lenguaje?

El lenguaje matemático

- Los lingüistas que han dedicado parte de su trabajo a caracterizar el lenguaje científico han dejado ver que posiblemente una de las causas de las dificultades que se presentan en el aprendizaje de las ciencias, en particular de las matemáticas, es el hecho de que existe una inadvertencia y **falta de consideración sobre las características esenciales del lenguaje científico, como por ejemplo las estrategias gramaticales que cada disciplina ha construido para satisfacer la demanda de sus discursos** (Halliday, 1993; Pimm, 1987; Schleppegrell, 2004, 2007; Morgan, 2006; O'Halloran, 2000, 2005, 2007, 2015; Barwell, 2005; Hodgson-Drysdale, 2014).
- El lenguaje científico es denso, no solo lexicalmente, sino también gramaticalmente, por lo que consta de recursos lingüísticos que han sido creados para cumplir funciones muy específicas (Halliday & Martin, 1993). En este sentido,
  - *No sería posible representar el conocimiento científico por completo en términos de sentido común; los términos técnicos no son simplemente equivalentes extravagantes para las palabras comunes, y las estructuras conceptuales y los procesos de razonamiento de la física y la biología son muy complejos y muchas veces están muy alejados, en muchos niveles de abstracción, de la experiencia cotidiana. Por lo tanto, el lenguaje en el que se construyen es inevitablemente difícil de seguir (Halliday, 1993, p. 77).*

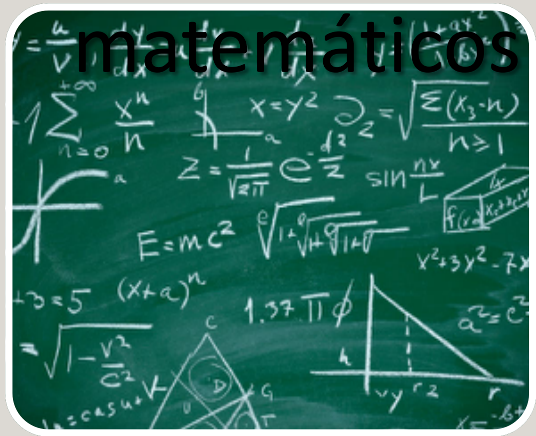
El lenguaje matemático

- Este hecho implica que el lenguaje científico, y en particular el matemático, esté caracterizado desde las perspectivas lingüísticas como un lenguaje que es autoritario y como un discurso de poder que excluye a aquellos que desconocen la funcionalidad y características lingüísticas de su lenguaje (O'Halloran, 2000, 2005; Schleppegrell, 2004; Halliday & Martin, 1993).
- Morgan (2014) menciona que el Lenguaje Matemático, como un tipo de lenguaje especializado (científico), "permite a los participantes comunicarse eficientemente acerca de los objetos peculiares relativos a su práctica y, para lograr esto, puede simultáneamente excluirse a otra gente que no es especialista en el dominio" (p. 388). El aspecto abstracto del Lenguaje Matemático, así como el uso de su forma especial de lenguaje puede causar dificultades y obstáculos para algunas personas (Morgan, 2014; Drouhard & Teppo, 2004; Pimm, 1987; Halliday, 1982).

El lenguaje matemático

- Desde la lingüística el Lenguaje Matemático está caracterizado como un sistema semiótico múltiple, es decir, multisemiótico, pues consiste en una articulación de al menos, tres sistemas semióticos: *representaciones gráficas*, *símbolos matemáticos* y por el *lenguaje natural* (Morgan, 2006; O´Halloran, 2000, 2005, 2007, 2015; Drouhard y Teppo, 2004; Schleppegrell, 2004, 2007; Moschkovich, 2018).
- Esto implica que el Lenguaje Matemático posea, en términos lingüísticos, una riqueza semántica importante (O'Halloran, 2000, 2005) y que "El análisis del lenguaje de las clases de matemáticas estará necesariamente incompleto a menos que las contribuciones e interacciones entre el simbolismo y las formas visuales sean tomadas en cuenta" (O'Halloran 2000, p. 360).

Símbolos matemáticos



El simbolismo matemático posee la función de reconfigurar patrones espaciales, temporales y relacionales que capturan significados para la resolución de problemas. En este sentido codifican el significado de manera precisa y económica (O'Halloran, 2000, 2005; Drouhard y Teppo, 2004).

Imágenes visuales

Son sistemas semióticos compuestos de más de un sistema de signos, tales como símbolos matemáticos, símbolos lingüísticos, elementos pictográficos, etc (Drouhard y Teppo, 2004; O'Halloran, 2005). Tienen como finalidad proveer de una carga perceptual a los elementos que son codificados a través del simbolismo matemático como una forma particular de representar la realidad; por lo tanto, son consideradas como un apoyo ante la casi invisible semántica del simbolismo matemático (O'Halloran, 2005).

Registro matemático

Lenguaje algebraico

Lenguaje común:	Lenguaje algebraico
Un número cualquiera	x
Dos números cualesquiera	x, y
La suma de dos números cualquiera	$x + y$
La adición de dos números cualquiera	$x + y$
La resta de dos números cualquiera	$x - y$
La diferencia de dos números cualquiera	$x - y$
El doble de un número cualquiera	$2x$
El duplo de un número cualquiera	$2x$
El triple de un número cualquiera	$3x$
El cuadrado de un número cualquiera	x^2
El cubo de un número cualquiera	x^3

El lenguaje matemático rescata del lenguaje natural ciertos significados que pertenecen al segundo con propósitos matemáticos. Es a partir de una serie de estrategias metafóricas (O'Halloran, 2005) que se producen ampliaciones de significados lo que conlleva al establecimiento de un *registro* de las matemáticas, en sentido de Halliday (1982). Dicho de otra forma, se produce un tránsito entre el lenguaje natural a un lenguaje matemático con su propio léxico y gramática.

Cinvestav

La conciencia metalingüística

Otro aspecto que se considera de suma importancia desde los estudios lingüísticos relativos al Lenguaje Matemático es la importancia de una conciencia metalingüística (Drouhard & Teppo, 2004; Halliday, 1993; Hodgson-Drysdale, 2014; Morgan, 2006, 2014; O'Halloran, 2000, 2005, 2007, 2015; Schleppegrell, 2004, 2007; Pimm, 1987), la cual según alude al **hecho de tener un grado de conciencia sobre las reglas y estructuraciones de los lenguajes que se usan** (Pimm, 1987).

Preguntas de investigación

- ¿Cuál es la **Socioepistemología del símbolo algebraico y su manipulación** y de qué manera este análisis **en articulación con el Sistémico-Funcional** constituye una **gramática funcional del lenguaje algebraico**? Esto para tratar de responder ¿**qué significa hablar y/o escribir en álgebra**?
- ¿Cómo se produce la **intersemiosis** (metáforas semióticas) **entre los tres elementos del lenguaje algebraico** en los estudiantes **ante situaciones socioepistemológicas relativas a lo algebraico**?
- ¿Cuál es la **naturaleza de la actividad algebraica** más **pertinente** para la **instrucción escolar**? ¿**Cómo diseñar la instrucción algebraica simbólica**?

Cinvestav

FASE 1

Problematización del Pensamiento y Lenguaje Algebraico

A partir de:

Historización y Análisis LSF de textos algebraicos del Renacimiento

Permitirá generar:

Hipótesis epistemológica (epistemología de prácticas del PA) Gramática Funcional del LA antiguo

Servirá como base para:

Planteamiento de una Investigación Basada en el Diseño (IBD) en situación controlada

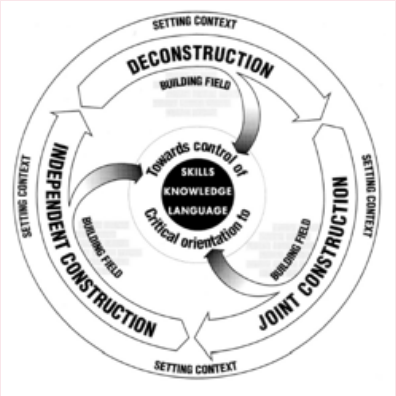
Con la que se analizarán:

Procesos de construcción del PyLA para contrastar con las hipótesis epistemológicas y la GF de partida

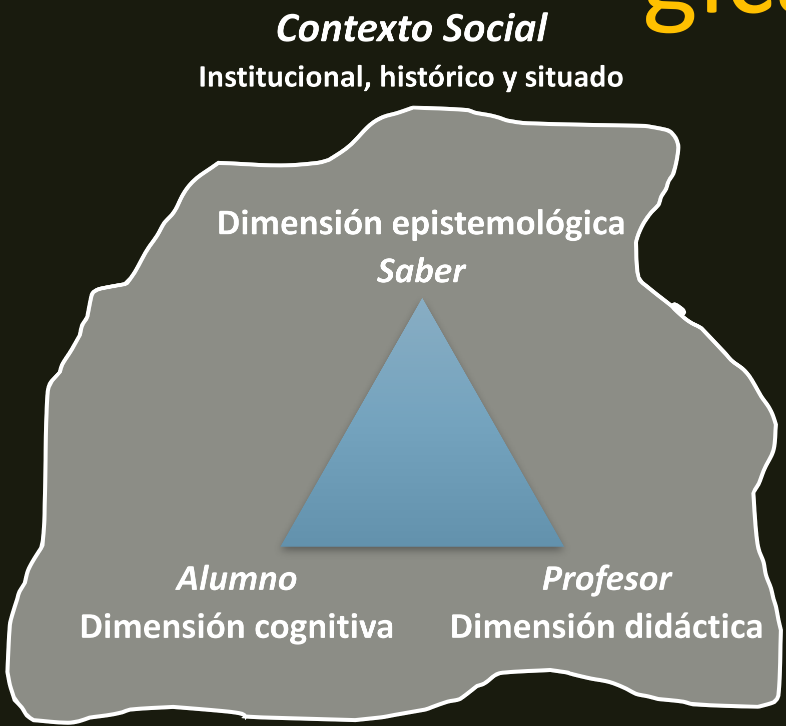
FASE 2

IBD basada en el ciclo enseñanza-aprendizaje de la *Pedagogía de género sobre el PyLA*

Desde el trabajo conjunto con un profesor



La Teoría Socioepistemológica



- La Teoría Socioepistemológica es un **enfoque teórico emergente** en el campo de la Matemática Educativa que se ha venido desarrollando a lo largo de más de 20 años de investigación (Cantoral, 2013).
- La tesis principal de la TSME señala que **el conocimiento matemático posee componentes sociales y culturales que le dan sentido, significado y un carácter situado**.
- **Estudiar el conocimiento matemático implica reconocer la relación dialéctica entre éste y el sujeto individual, colectivo e histórico** de modo que pueda desentrañarse la **naturaleza sociocultural que acompaña al conocimiento** (Cantoral, 2013). Es decir, analizar y comprender el conjunto de **paradigmas, transformaciones y progresos epistemólogicos sustentados en necesidades, usos, situaciones o experiencias de grupos humanos particulares que permitieron su desarrollo** (Cordero, Silva-Crocci y Soto, 2012).

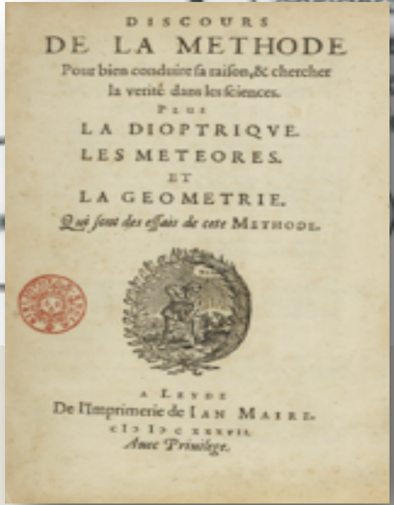
Método socioepistemológico

Montiel y Buendía (2012)

¿Porqué estudiar las ideas originales?

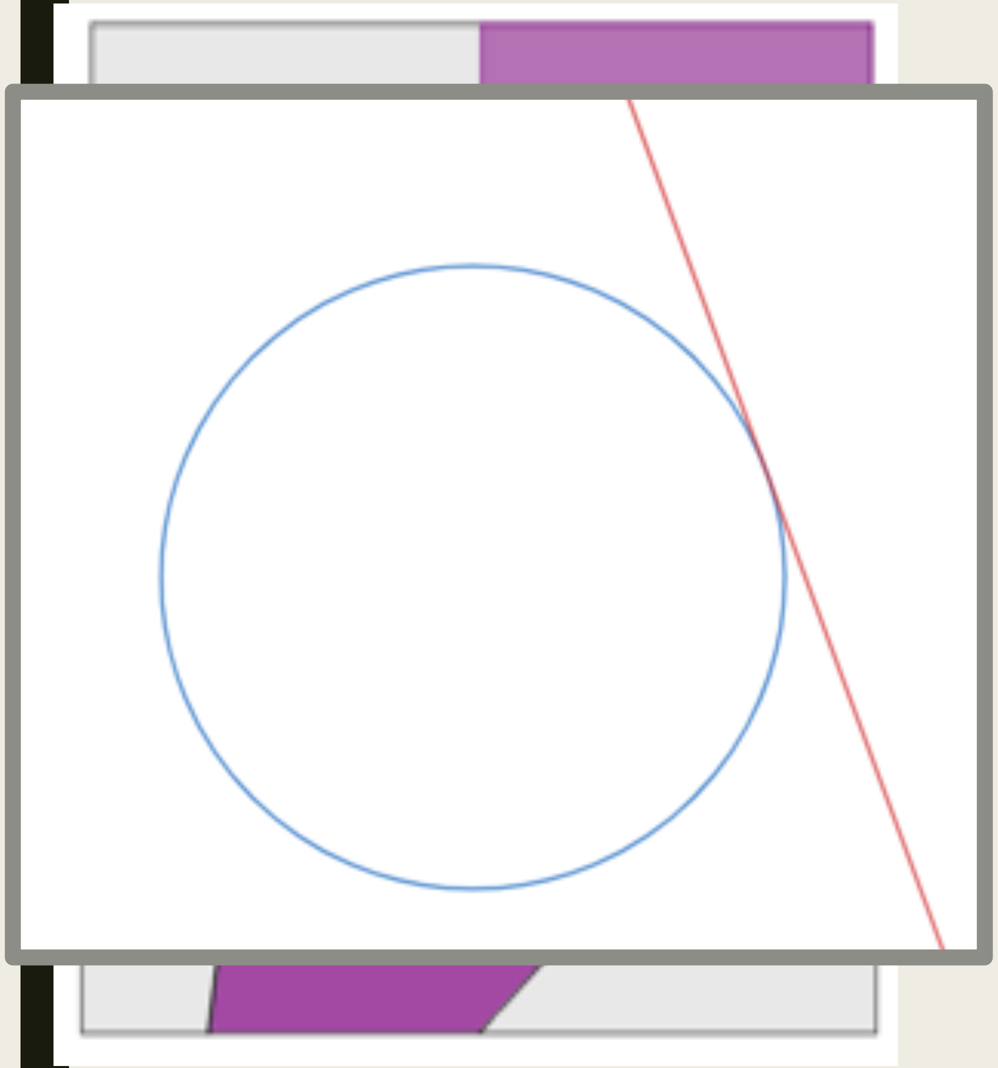
Bombelli (1572)

Viète (1591)

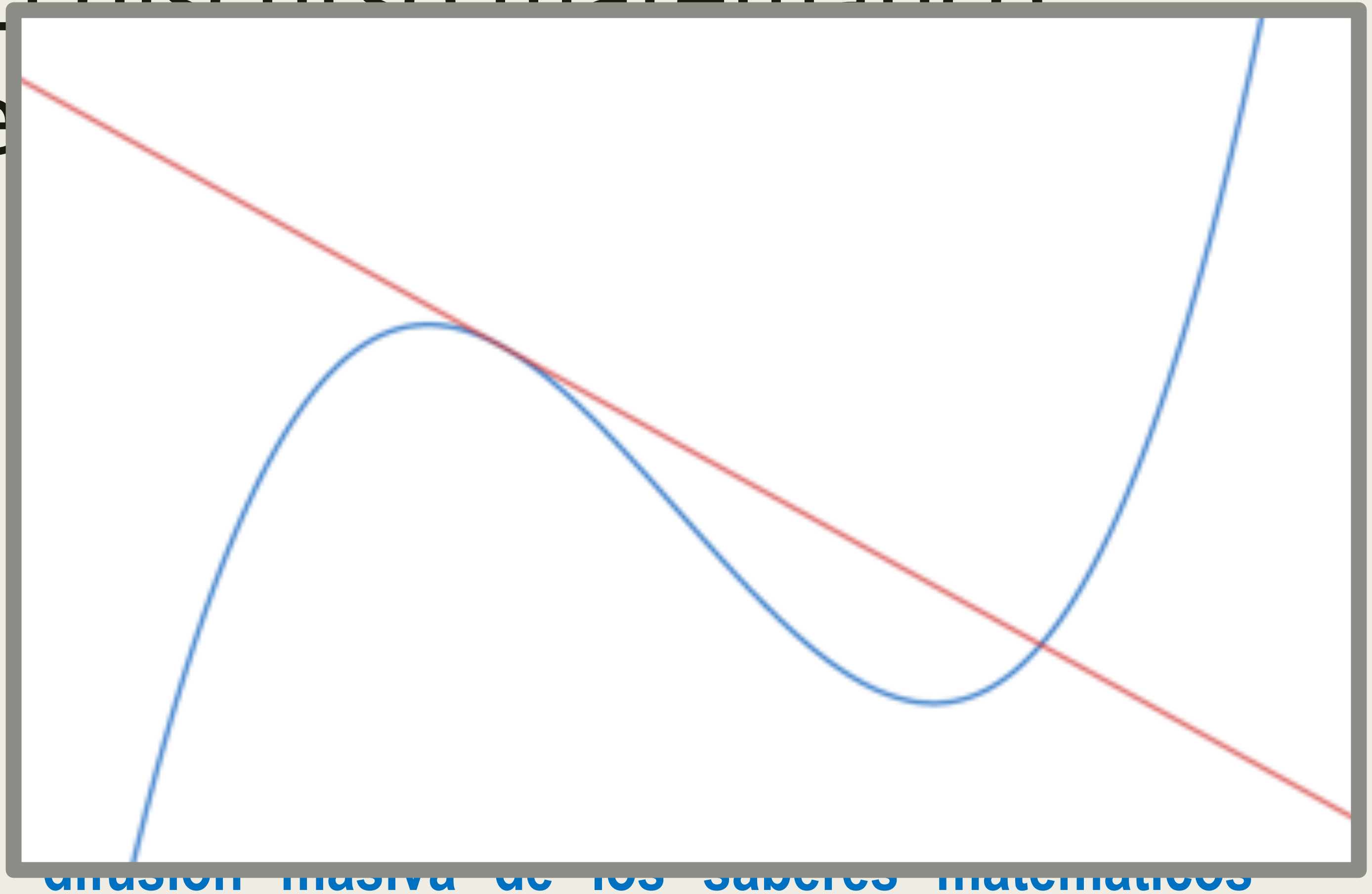


Descartes (1637)

Cinvestav



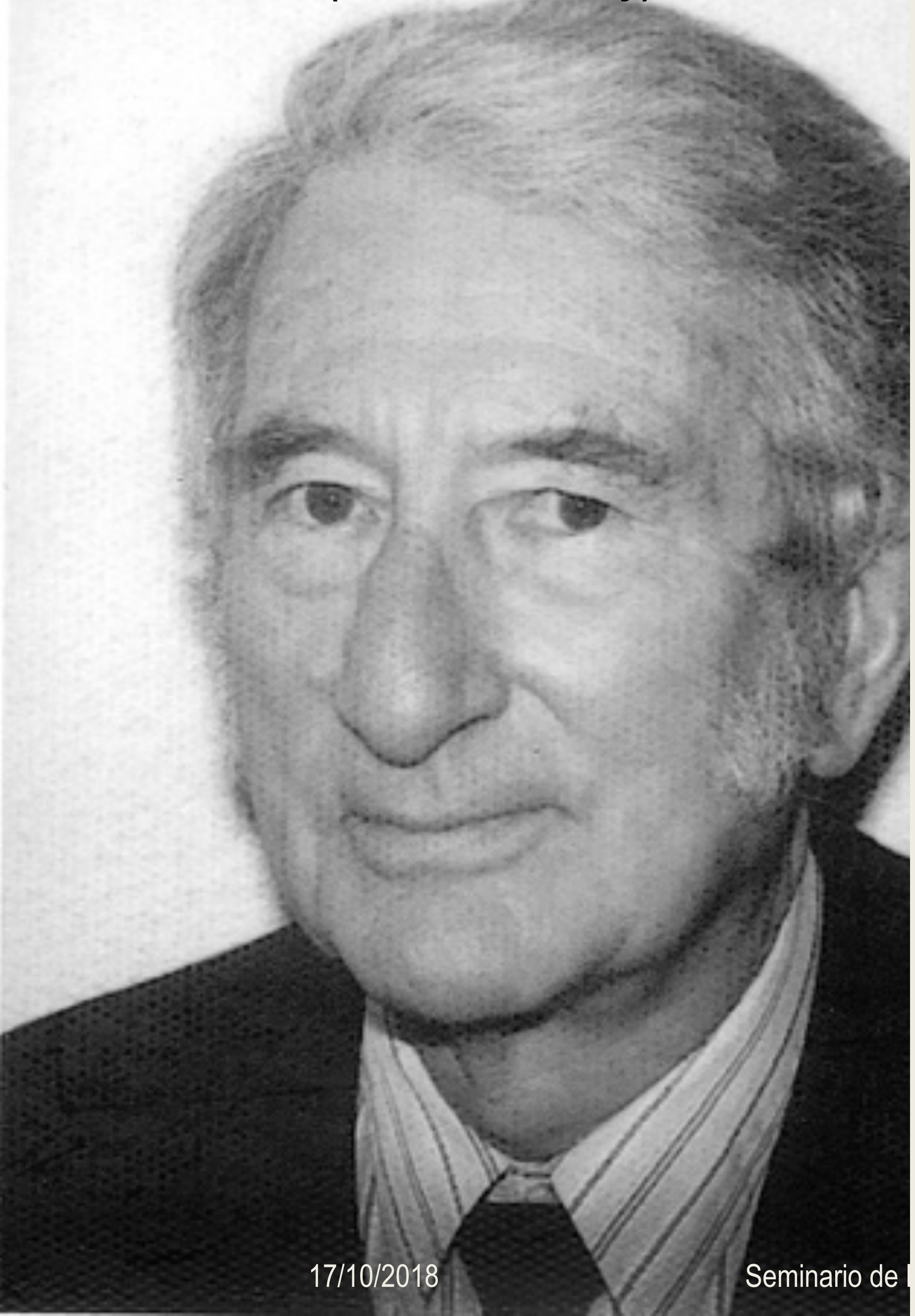
El discurso matemático e



- difusión masiva de los saberes matemáticos (Cantoral, Farfán, Lezama y Martínez-Sierra, 2006).

Cinvestav

Michael Alexander Kirkwood Halliday
(M. A. K. Halliday)



La Lingüística Sistémico-Funcional (LSF)

Es una teoría dentro de las **corrientes sociolingüísticas** centrada en un **criterio funcional de la lengua** (Halliday, 1982), lo cual significa que está interesada en develar aquello que la lengua puede hacer por el hablante, es decir, identificar las funciones que el lenguaje cumple para los individuos:

- *"Interesa lo que la lengua puede hacer, o mejor dicho, lo que el hablante, niño o adulto, pueden hacer con ella; y que se trata de explicar la naturaleza de la lengua, su organización interna y su conformación en términos de las funciones que ha desarrollado para servir" (Halliday, 1982, p. 27).*

Para la LSF el lenguaje es un sistema semiótico que permite construir y expresar la realidad de las personas. Por ello considera que el **lenguaje es un potencial de significado**, en tanto que, está sujeto a condiciones socioculturales que lo organizan.

La LSF se centra en describir el uso y las funciones del lenguaje que lo caracterizan como un sistema semiótico, es decir, como un sistema que produce y carga consigo significados

La cuestión no consiste en saber qué peculiaridades de vocabulario, de gramática o de pronunciación pueden considerarse directamente por referencia a la situación; la cuestión es qué tipos de factores de situación determinan cuáles tipos de selección del sistema lingüístico (Halliday, 1982, p. 47).

DADA LA DIFERENCIA ENTRE DOS RAÍCES Y LA SUMA PARA DETERMINAR LAS RAÍCES

Sea B la diferencia entre dos raíces y sea D su suma. Las raíces serán encontradas.

Sea A la raíz más pequeña. La mayor será entonces $A + B$. Entonces la suma de las raíces es $2A + B$. Pero esto ha sido dado como D. Por lo tanto

$$2A + B = D.$$

Relacional identificativo

Y, por transposición,

$$2A = D - B.$$

Habiendo divido todo por 2,

$$A = \frac{1}{2}D - \frac{1}{2}B.$$

Relacional Atributivo

Zetetic I²

nce between two roots and their sum, to find

ence between two roots and let D be their sum. The

t be A. The greater will then be $A + B$. So the sum
But this has been given as D. Hence

$$2A + B = D$$

$$2A = D - B.$$

by 2,

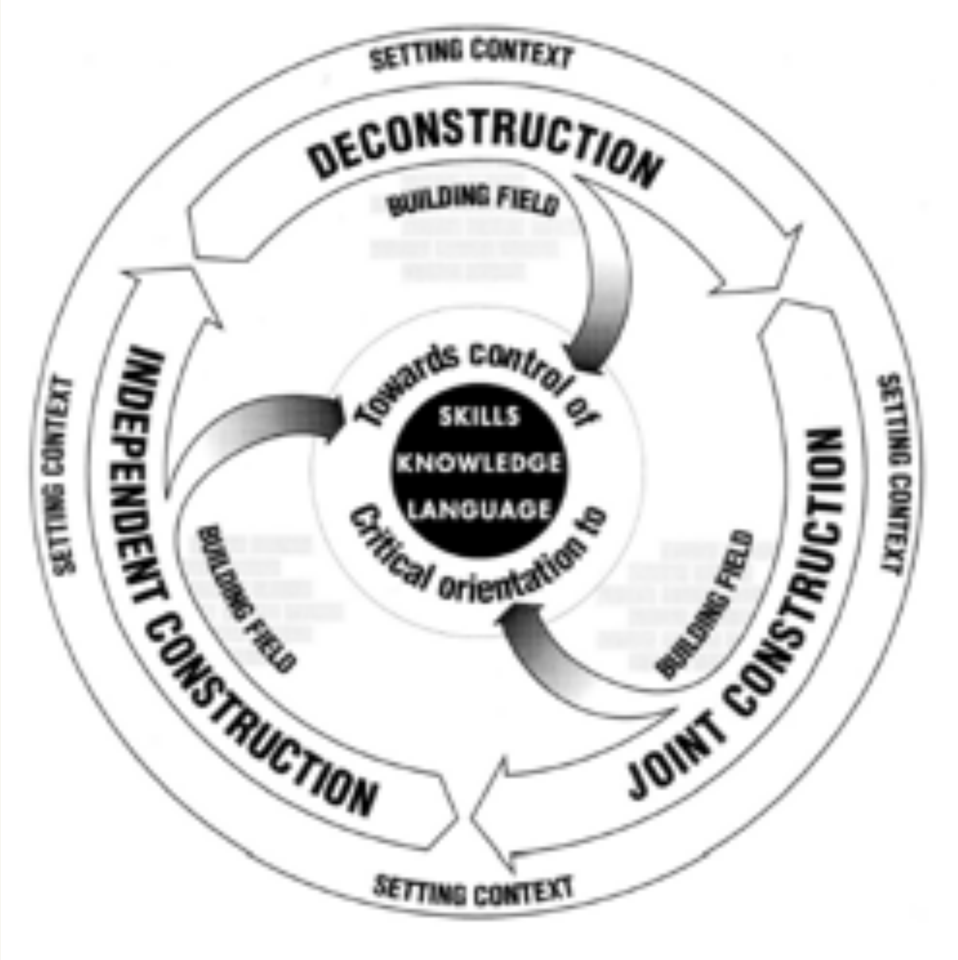
$$A = \tfrac{1}{2}D - \tfrac{1}{2}B.$$

Or let the greater root be E. The smaller will then be $E - B$. Therefore the sum of the roots is $2E - B$. But this has been given as D. Hence

$$2E - B = D$$

Cinvestav

Ciclo de Enseñanza-Aprendizaje (Rothery, 1996)



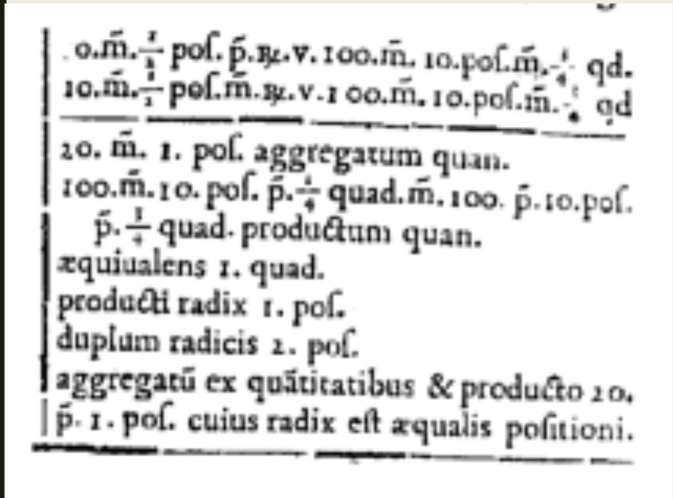
- El Ciclo de Enseñanza-Aprendizaje ha demostrado ser un **recurso poderoso para el aprendizaje de la escritura en contextos géneros específicos** (Humphrey y McNaught, 2011).
- Etapa de **deconstrucción** está diseñada para introducir a los estudiantes a modelar textos del género con el que se encuentran trabajando/lidiando y el campo que los estudiantes ya han explorado: El objetivo es **familiarizarse con el género de tal suerte que ellos puedan "leerlo" y deconstruirlo. Los estudiantes aprenden cómo funciona el género para lograr su propósito social a través de la función de sus etapas**.
- La etapa de deconstrucción permite la **construcción conjunta proveyendo, a través del metalenguaje, un andamiaje para que el profesor y los estudiantes lo usen en una construcción conjunta del texto.**
- La etapa final del ciclo de pedagogía es la **construcción independiente donde los estudiantes**, después de llevar a cabo la investigación del campo (si es requerida), **escriben sus propios textos**. Durante esta etapa hay la oportunidad de consultar con el profesor y los pares antes de escribir el borrador final.

Cinvestav

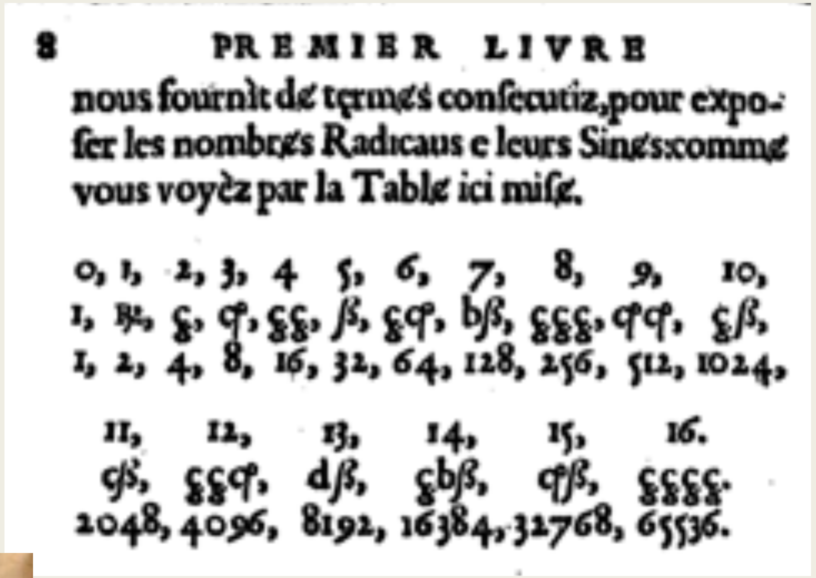
Hacia la SE de lo algebraico…

- Las condiciones socioculturales que permitieron el desarrollo del Pensamiento Algebraico y su Lenguaje son muy específicas, y en particular, **el lenguaje actual devino de la revolución cultural y social que se vivió en el Renacimiento Europeo, donde se da una búsqueda por hacer más científica la matemática y recuperar los conocimientos clásicos de los Griegos para renovarlos, o bien para construir conocimiento nuevo** (Humanismo).

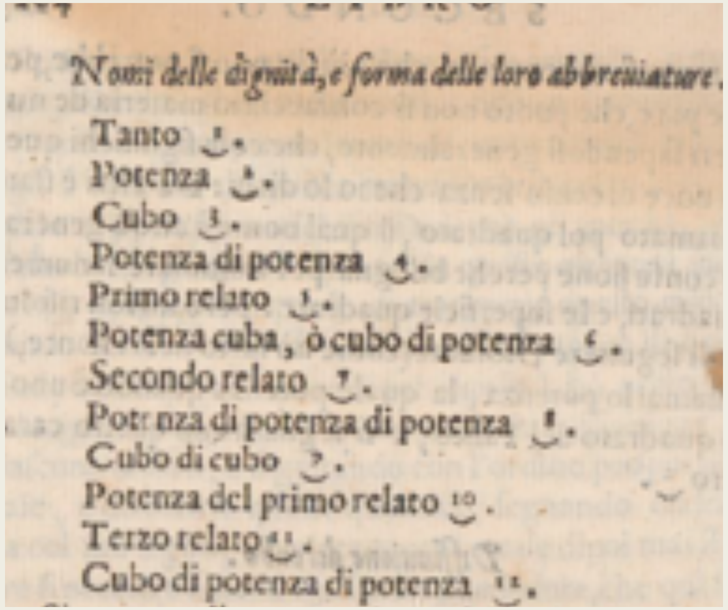
Cardano, 1545

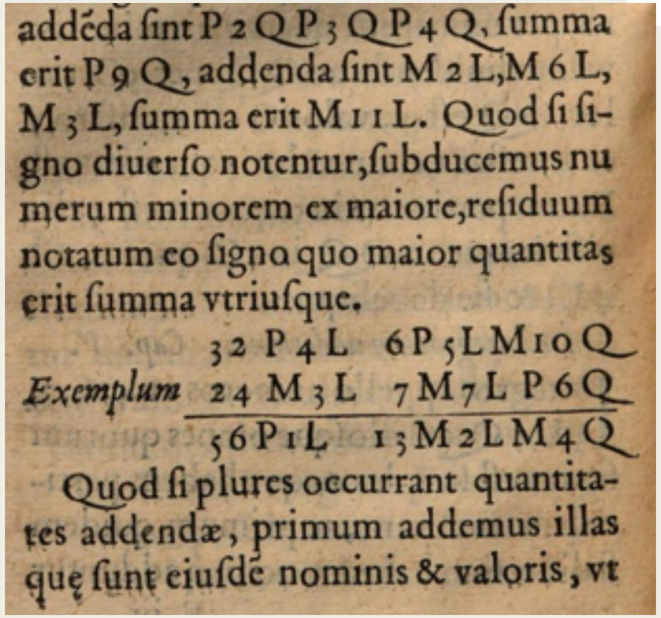


Peletier, 1554

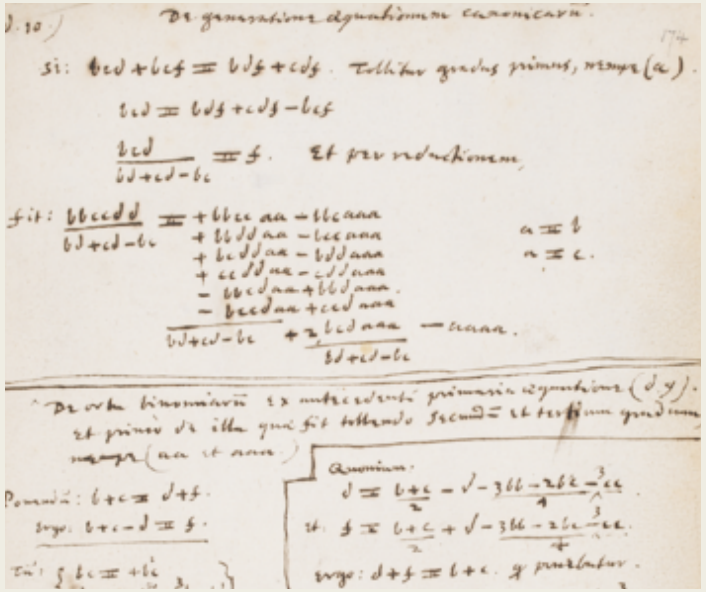


Bombelli, 1572

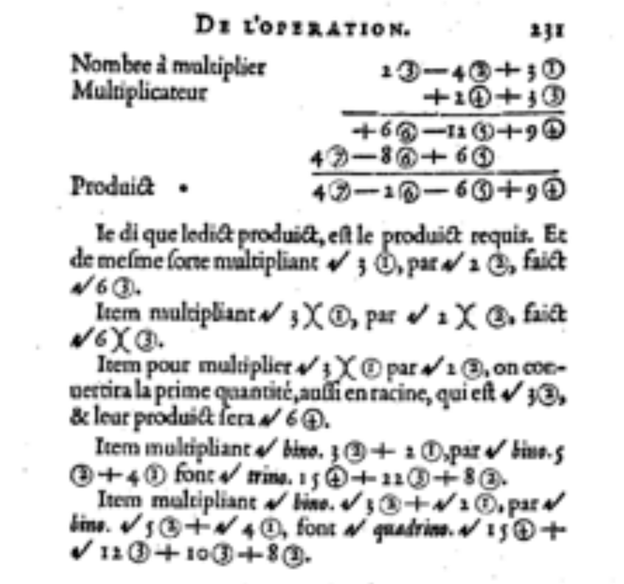




Gouselline, 1583



Harriot, 1554



Stevin, 1585

Cinvestav

Vieta, 1591

L'INTRODVCTION EN L'ART ANALYTIQVE. OV ALGEBRE NOVVELLE.

CHAPITRE PREMIER.

De la definition, & diuision de l'Analyse, & des choses qui seruent à la Zetetique.

Il se rencontre dans les Mathematiques vne certaine maniere & façon de rechercher la verité, laquelle on dit auoir esté premierement inuentée par Platon, que Theon a appellée Analyse, & par luy definie la supposition de ce que l'on cherche,

A

4 ALGEBRE NOVVELLE.

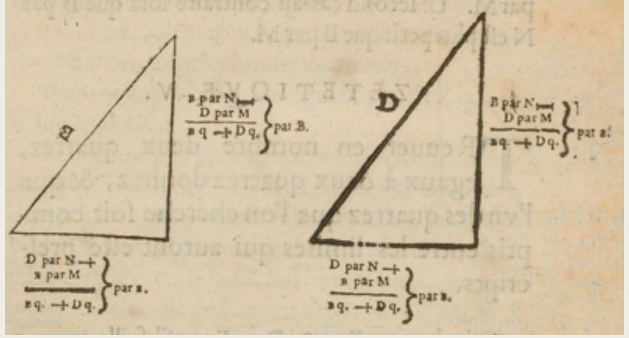
CHAPITRE II.

Des symboles, des æquations & proportions.

L'Analytique prend pour symboles des æquations & proportions, ceux qui sont les plus cognus, & qui se trouuent dans les elemens, comme demonstrés, tels que ceux qui suiuent.

1. Que le tout est égal à ses parties.
2. Que les choses qui sont egales à vne mesme, sont égales entr'elles.
3. Que si choses égales sont adjoustées à choses égales, que les tous sont égaux.
4. Que si de choses égales on oste choses égales, que les restes en sont égaux.
5. Que si on multiplie choses égales par choses égales, que les produicts en sont égaux.
6. Que si on diuise choses égales par choses égales, que les quotiens sont égaux.
7. Que si quelques choses sont proportionelles directement, qu'elles sont proportionelles à rebours & alternatiuement.

Au second cas le premier est. Le second.



Par la premiere maniere l'hypothenuse sera semblable à Z par X, le perpendicule à B par G + D par F. Et la base à B par F = D par G. Par la seconde l'hypothenuse sera semblable à Z par X. Le perpendicule à B par G = D par F. La base à B par F + D par G. Puis soient tous les plans semblables aux costez du triangle rectangle trouué appliquez à X. Doncques en la premiere methode l'hypothenuse demeurant Z, la base sera $\frac{\text{B par F} = \text{D par G}}{\text{X}}$ le perpendicule $\frac{\text{B par G} + \text{D par F}}{\text{X}}$. Ou bien par la seconde la base sera $\frac{\text{B par F} + \text{D par G}}{\text{X}}$ le perpendicule $\frac{\text{B par G} = \text{D par F}}{\text{X}}$. Partant ces deux quarrez des costez contenant l'angle droict, sont egaux au quarré de l'hypothenuse Z, auquel cy deuant D q. + B q. ont esté supposez egaux. Ce qu'il falloit faire.

Descartes, 1637

297

LA GEOMETRIE.

LIVRE PREMIER.

Des problesmes qu'on peut construire sans y employer que des cercles & des lignes droites.

Tous les Problesmes de Geometrie se peuuent facilement reduire a tels termes, qu'il n'est besoin par aprés que de connoistre la longeur de quelques lignes droites, pour les construire.

Et comme toute l'Arithmetique n'est composée, que de quatre ou cinq operations, qui sont l'Addition, la Soustraction, la Multiplication, la Diuision, & l'Extraction des racines, qu'on peut prendre pour vne espece de Diuision: Ainsi n'a-t'on autre chose a faire en Geometrie touchant les lignes qu'on cherche, pour les preparer a estre connuës, que leur en adiouster d'autres, ou en oster, Oubien en ayant vne, que ie nommeray l'vnité pour la rapporter d'autant mieux aux nombres, & qui peut ordinairement estre prise a discretion, puis en ayant encore deux autres, en trouuer vne quatriesme, qui soit a l'vne de ces deux, comme l'autre est a l'vnité, ce qui est le mesme que la Multiplication; oubien en trouuer vne quatriesme, qui soit a l'vne de ces deux, comme l'vnité

Pp est

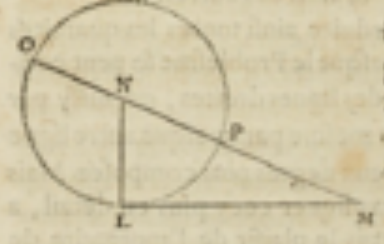
300 LA GEOMETRIE.

Au reste affin de ne pas manquer a se souuenir des noms de ces lignes, il en faut tousiours faire vn registre separé, à mesure qu'on les pose ou qu'on les change, escriuant par exemple.

AB ∞ 1, c'est a dire, AB esgal à 1.
GH ∞ a
BD ∞ b, &c.

Comment il faut venir aux Equations qui seruent a resoudre les problesmes.

Ainsi voulant resoudre quelque problesme, on doit d'abord le considerer comme desia fait, & donner des noms a toutes les lignes, qui semblent necessaires pour le construire, aussy bien a celles qui sont inconnuës, qu'aux autres. Puis sans considerer aucune difference entre ces lignes connuës, & inconnuës, on doit parcourir la difficulté, selon l'ordre qui monstre le plus naturellement de tous en qu'elle sorte elles dependent mutuellement les vnes des autres, iusques a ce qu'on ait trouué moyen d'exprimer vne mesme quantité en deux façons: ce qui se nomme vne Equation, car les termes de l'vne de ces deux façons sont esgaux a ceux de l'autre. Et on doit trouuer autant de telles Equations, qu'on a supposé de lignes, qui estoient inconnuës. Oubien s'il ne s'en trouue pas tant, & que nonobstant on n'omette rien de ce qui est desiré en la question, cela tesmoigne qu'elle n'est pas entierement determinée. Et lors on peut prendre a discretion des lignes connuës, pour toutes les inconnuës ausquelles ne correspond aucune Equation. Aprés cela s'il en reste encore plusieurs, il se faut seruir par ordre de chascune des Equations qui restent aussy, soit en la considerant toute seule, soit en la comparant auec les autres,



$z \infty az + bb$

ie fais le triangle rectangle NLM, dont le costé LM est esgal à b racine quarrée de la quantité connue bb, & l'autre LN est $\frac{1}{2}a$, la moitié de l'autre quantité connue, qui estoit multipliée par z que ie suppose estre la ligne inconnue. puis prolongeant MN la baze de ce triangle,

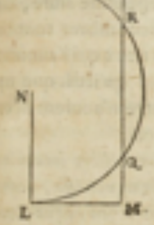
angle, iusques a O, en sorte qu'NO soit esgale a NL, la toute OM est z la ligne cherchée. Et elle s'exprime en cete sorte

$z \infty \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}$.

Que si iay $yy \infty -ay + bb$, & qu'y soit la quantité qu'il faut trouuer, ie fais le mesme triangle rectangle NLM, & de sa baze MN i'oste NP esgale a NL, & le reste PM est y la racine cherchée. De façon que iay $y \infty -\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}$. Et tout de mesme si i'auois $x^4 \infty -ax^2 + b$. PM seroit x^2. & i'aurois $x \infty \sqrt{-\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}}$ & ainsi des autres.

Enfin si i'ay

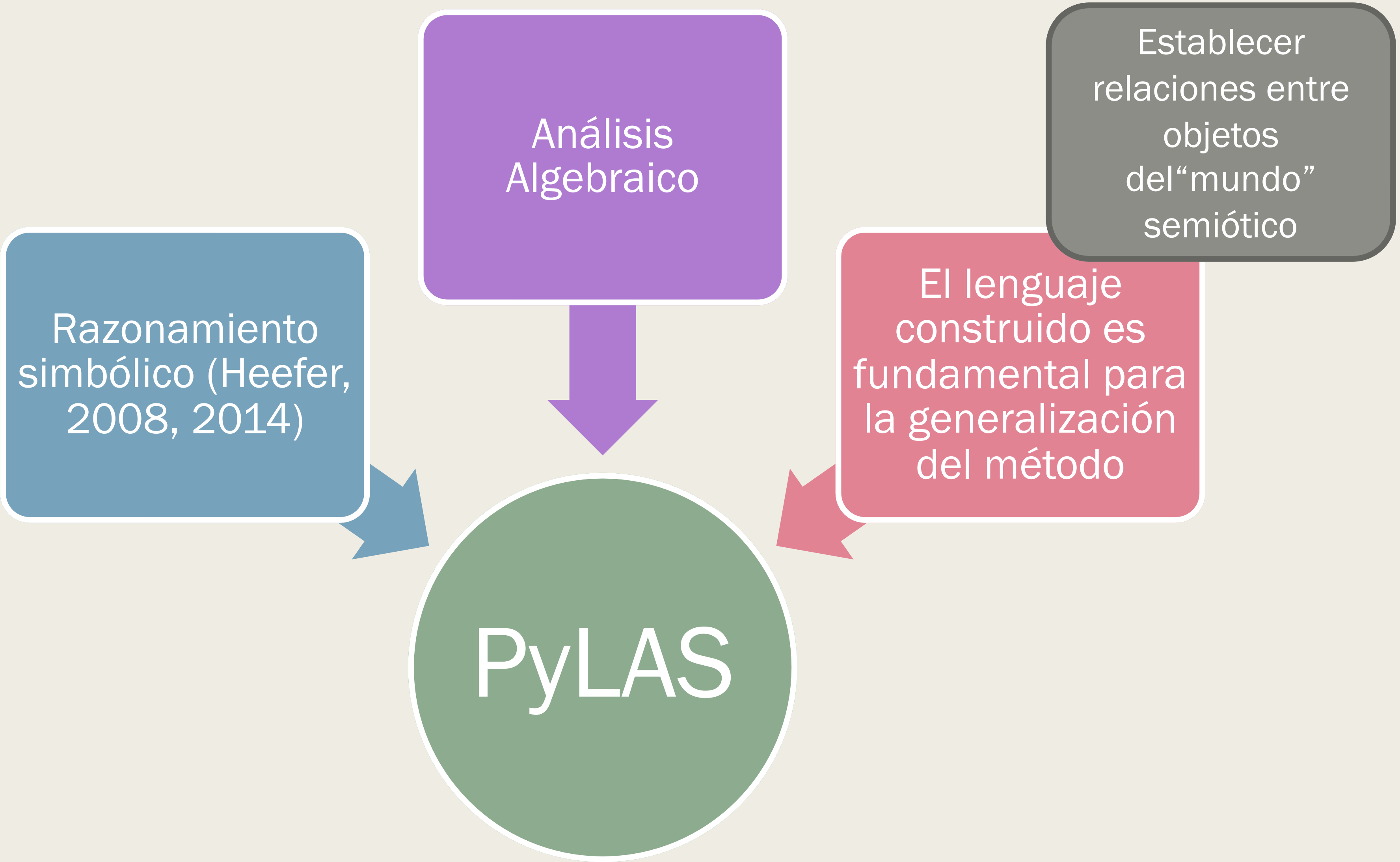
$z \infty az - bb$:



ie fais NL esgale à $\frac{1}{2}a$, & LM esgale à b côme deuant, puis, au lieu de ioindre les poins M N, ie tire MQR parallele a LN. & du centre N par L ayant descrit vn cercle qui la couppe aux poins Q & R, la ligne cherchée z est MQ, oubiē MR, car en ce cas elle s'exprime en deux façons, a sçauoir $z \infty \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$, & $z \infty \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$.

Et si le cercle, qui ayant son centre au point N, passe par le point L, ne couppe ny ne touche la ligne droite MQR, il n'y a aucune racine en l'Equation, de façon qu'on peut assurer que la construction du problesme proposé est impossible.

Hipótesis de la SE del PyLA



Momento actual de la investigación

FASE 1

- Curso de LSF en la ENALLT de la UNAM en el semestre Agosto-Diciembre 2018 a cargo del Dr. Daniel Rodríguez Vergara en la ENALT UNAM.
- Definición del método SE y LSF para el análisis de los tratados de Bombelli, Vieta y Descartes como parte de la problematización SE.
- Construcción de una hipótesis epistemológica del Pensamiento Algebraico

Reflexiones finales…

- Es necesario reconocer la complejidad de los saberes matemáticos para construir didácticas más robustas.
- El advenimiento de las posturas socioculturales (Lerman, 2000) respecto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas han implicado acercamientos más holísticos a la investigación en ME.
- Es importante hacer alianzas y articulaciones con profesionales de otros campos disciplinares para construir visiones más integrales sobre los fenómenos que se estudian.
- Otro aspecto importante que debe cuidarse en la investigación en ME es el de construir métodos *ad hoc* a los objetos de estudios de las investigaciones, así como de especificar y justificar la relevancia y/o limitaciones de los métodos empleados.
- ¿La ME debe ser LA disciplina de referencia para los profesores de matemáticas?

Referencias

- Austin, J., & Howson, A. (1979). Language and mathematics education. *Educational Studies in Mathematics, 10*, 161–197.
- Bartolini y Bazzini, (2003). Research, practice and theory in didactics of mathematics: towards dialogue between different fields. *Educational Studies in Methematics Education. 54,* 203-223
- Barwell, R. (2005). Integrating language and content: Issues from the mathematics classroom. *Linguistics and Education, 16*, 205-218.
- Bombelli, Rafael. 1572. L'algebra. Bologna.
- Cardano, Girolamo, 1545. *Artis magnae; sive, De regvlis algebraicis, Lib. unus. Qui & totius operis de Arithmetica, quod opvs perfectvm inscripsit, est in ordine decimus*. Nurnberg: Johann Petreius.
- Descartes, R. (1637). Discours de la me'thode pour bien conduire sa raison & chercher la varite' dans les sciences plus la diotrique, les meteores, et la geometrie, qui sont des essais de cete methode. Leyden: Ian Marie
- Drouhard, J.-P., & Teppo, A. (2004). Symbols and Language. In K. Stacey, H. Chick, & M. Kendal, *The future of the teaching and learning of Algebra* (pp. 227-264). Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Halliday, M. A. (1982). *El Lenguaje como semiotica social: La interpretación social del lenguaje y el significado.* México: Fondo de Cultura Económica.
- Halliday, M. A. (1993). Some Grammatical Problems in Scientific English. In M. A. Halliday, & J. R. Martin, *Writing Science: Literacy and Discursive Power* (pp. 69-85). London: Falmer.

Cinvestav

Referencias

- Halliday, M. A., & Matthiessen, C. (1999). *Construing Experience Through Meaning. A Language-based Approach to Cognition.* London/New York: Continuum.
- Harel, G., Fuller, E., & Rabin, J. (2008). Attention to meaning by algebra teachers. *The Journal of Mathematical Behavior*, 116-127.
- Heefer, A. (2008). The Emergence of Symbolic Algebra as a Shift in Predominant Models. Foundations of Science. 13(2), 149-161
- Hodgson-Drysdale, T. (2014). Concepts and language: Developing knowledge in Science. *Linguistics and Education, 27*, 54-67.
- Humphrey, S., & Macnaught, L. (2011). Revisiting joint construction in the tertiary context. *Australian Journal of Language and Literacy, 34*(1), 98–116.
- Kaput, J. (2008). What is Algebra? What is Algebraic Reasoning? In J. Kaput, D. Carraher, & M. Blanton, *Algebra in the Early Grades* (pp. 5-19). Lawrence: Erlbaum.
- Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It? *The Mathematics Educator, 8*(1), 139-151.
- Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels. In F. Lester Jr., *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.* Charlotte, NC: New Age Publishing.

Cinvestav

Referencias

- Kilpatrick, J. (2008). A history of algebra in the school curriculum. In C. Greenes, & R. Rubenstein, *Algebra and Algebraic Thinking in School Mathematics. 70th Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 3-18). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Malissani, E. (1999). Los obstáculos epistemológicos en el desarrollo del pensamiento algebraico. Una visión histórica. *Revista IRICE, 13*, 1-25.
- Malissani, E., & Spagnolo, F. (2009). Arithmetical Thought to Algebraic Thought: The Role of the “Variable”. *Educational Studies in Mathematics, 71*(1), 19-41.
- Morgan, C. (2006). What does social semiotics have to offer mathematics education research? *Educational Studies in Mathematics, 61*(1/2), 219–245.
- Morgan, C. (2014). Mathematical language. In S. Lerman, *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 388-391). Netherlands: Springer.
- Moschkovich, J. (2018). Recommendations for Research on Languaje and Learning Mathematics. In J. W. Moschkovich, *Language and Comunication in Mathematics Eduaction* (pp. 37-47). Dordrecht: Springer.
- O’Halloran, K. L. (2000). Classroom discourse in mathematics: A multisemiotic analysis. *Linguistics and Education, 10*(3), 359–388.
- O’Halloran, K. L. (2005). *Mathematical discourse: Language, symbolism and visual images.* . London/New York: Continuum.

Referencias

- O’Halloran, K. L. (2015). The language of learning mathematics: A multimodal perspective. *The Journal of Mathematical Behaviour, 40*, 63–74.
- O'Halloran, K. (2004). *Multimodal Discourse Analysis.* London/New York: Continuum.
- O'Halloran, K. L. (2007). The Role of Language, Symbolism and Images in Mathematics: A Systemic Functional Multimodal Discourse Analysis (SF-MDA) Approach. *New English Language Teacher, 1*(1), 73-89.
- Peletier, Jacques, 1554. *L’algebre de Iaques Peletier dv Mans, departie an deus liures*. Lyon: Jean de Tournes
- Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically: Communication in mathematics classrooms.* London, UK: Routledge & Kegan Paul.
- Radford, L. (1996a). The roles of geometry and arithmetic in the development of algebra: historical remarks from a didactic perspective. In N. Bednarz, C. Kieran, & L. Lee, *Approaches to Algebra* (pp. 39-54). Dordrecht: Kluwer.
- Rothery, J. (1996). Making changes: Developing an educational linguistics. In R. Hasan, & G. Williams, *Literacy in society* (pp. 86–123). Harlow, Essex: Addison Wesley Longman.
- Schleppegrell, M. (2004). *The language of schooling: A functional linguistics perspective.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Schleppegrell, M. (2007). The linguistic challenges of mathematics teaching and learning: A research review. *Reading and Writting Quarterly, 23*, 139-159.

Referencias

- Socas, M. (2011). La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. Aportaciones de la Investigación. *Números, 77*, 5-34.
- Stevin, Simon, 1585. *L'arithmetique de Simon Stevin de Brvges: contenant les computations des nombres Arithmetiques ou vulgaires: aussi l'Algebre, auec les equations de cinc quantitez. Ensemble les quatre premiers liures d'Algebre de Diophante d'Alexandrie, maintenant premierement traduicts en franc, cois. Encore un liure particulier de la Pratique d'arithmetique, contenant entre autres, Les Tables d'Interest, La Disme; Et vn traict´e des Incommensurables grandeurs: Avec l'explication du Dixiesme liure d'Euclide*. A Leyde: De l'imprimerie de Christophe Plantin, M.D. LXXXV
- Viète, F. (1591). In artem analyticam isagoge. Seorsim excussa ab Opere restituae mathematicae analyseos, seu algebra nova. Tournon: J. Mettayer.

Cinvestav

Un acercamiento interdisciplinario al desarrollo del pensamiento y lenguaje algebraico

Departamento de Matemática Educativa
Área de Educación Superior

¡GRACIAS!

M. en C. Luis López-Acosta
Directora: Dra. Gisela Montiel Espinosa

lalopeza@cinvestav.mx