

POLINOMIOS ORTOGONALES Y APLICACIONES

OBJETIVO: El curso consiste en una introducción a la teoría de los polinomios ortogonales, revisando las propiedades analíticas y algebraicas más importantes de los polinomios ortogonales sobre la recta real y la circunferencia unidad. También se brinda una introducción a otros modelos de ortogonalidad, tales como la ortogonalidad tipo Sobolev, matricial, y multivariada. Se discuten algunas de las aplicaciones más importantes.

1. **Polinomios ortogonales en la recta real**
 - 1.1 Introducción y relación con el problema de momentos
 - 1.2 Propiedades algebraicas: ceros
 - 1.3 Matrices de Jacobi
 - 1.4 Propiedades analíticas: asintóticas
 - 1.5 Ortogonalidad con respecto a funcionales: el teorema de representación.
 - 1.6 Polinomios clásicos

2. **Polinomios ortogonales en la circunferencia unidad**
 - 2.1 Introducción
 - 2.2 Propiedades algebraicas y analíticas
 - 2.3 Matrices de Hessenberg
 - 2.4 La representación CMV

3. **Ortogonalidad no estándar: Polinomios de Sobolev**
 - 3.1 Definición y propiedades
 - 3.2 Caso continuo
 - 3.3 Caso discreto

4. **Ortogonalidad matricial y multivariada**
 - 4.1 Ortogonalidad matricial: relación con el problema de momentos
 - 4.2 Propiedades algebraicas
 - 4.3 Ortogonalidad multivariada: sistemas de polinomios
 - 4.4 Propiedades generales

5. **Aplicaciones**
 - 5.1 Algunas aplicaciones de polinomios ortogonales clásicos
 - 5.2 Cuadratura y aproximación
 - 5.3 Aplicaciones en teoría de la señal y predicción lineal
 - 5.4 Procesamiento de imágenes

Bibliografía

1. T. S. Chihara, An introduction to orthogonal polynomials, Gordon and Breach, New York, 1978.
2. B. Simon, Orthogonal polynomials on the unit circle, 2 vols., Amer. Math. Soc. Coll, Publ. Series Vol. 54, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2005.
3. G. Szegő, Orthogonal polynomials, Amer. Math. Soc. Coll, Publ. Series Vol. 23, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 4th. Edition, 1975.
4. C.F. Dunkl and Y. Xu, Orthogonal polynomials of several variables, Encyclopedia of Mathematics and its Applications, Vol. 81, Cambridge University Press, Cambridge, 2001.