

MÉTODOS DEL ANÁLISIS FUNCIONAL EN MECÁNICA CUÁNTICA

JOSÉ A. VALLEJO

RESUMEN. El curso estudia las bases de la Mecánica Cuántica desde una perspectiva matemáticamente rigurosa, pero atendiendo también a los cálculos explícitos con ejemplos físicamente relevantes.

TEMARIO

Fundamentos del Análisis Funcional. Espacios normados y de Banach. Espacios $L^p(\mathbb{R})$. Convolución y regularización. El método de truncamientos.

Operadores en espacios normados. Operadores lineales acotados. Los teoremas de la aplicación abierta y de la gráfica cerrada.

Espacios de Hilbert. Espacios prehilbertianos. Ortogonalidad y teorema de representación de Riesz. Bases ortonormales. La notación de Dirac.

Operadores en espacios de Hilbert. Operadores hermíticos y unitarios. Operadores no acotados. Operadores autoadjuntos. El teorema de Kato-Rellich. Operadores esencialmente autoadjuntos.

Teoría espectral. Teorema espectral para operadores hermíticos en dimensión finita. Teorema espectral para operadores autoadjuntos. Cálculo del espectro y resolvente. El teorema de Stone Von-Neumann.

Mecánica Cuántica. La ley de Planck y el efecto fotoeléctrico. La dualidad onda-corpúsculo. Experimento de Davisson-Germer. La ecuación de Schrödinger. La interpretación de Born. Aspectos matemáticos de la Mecánica Cuántica. Las relaciones de incertidumbre de Heisenberg.

Estudio de algunos potenciales. Preliminares matemáticos. Potencial escalón. Barrera de potencial. Efecto túnel. Pozo cuadrado infinito. Pozo cuadrado finito. El oscilador armónico. Potencial delta de Dirac. Potencial tridimensional con simetría esférica. El átomo de Hidrógeno.

El espín. El experimento de Stern-Gerlach. Descripción de partículas de espín $1/2$ en \mathbb{C}^2 . Formulación axiomática. Algunos ejemplos ilustrativos.

Estructura matemática de la Mecánica Clásica. Formulación Hamiltoniana. Estructura algebraica. Curvas integrales. El bivector de Poisson.

Precuantización y cuantización. Evolución de observables: la imagen de Heisenberg. El conmutador cuántico. Reglas de cuantización canónica de Dirac. Problemas con la cuantización canónica. Precuantización de Van Hove. Problemas con la precuantización de Van Hove.

Cuantización geométrica. Conexiones y curvatura en fibrados de línea complejos. Precuantización de Kostant-Souriau-Segal. Polarizaciones y semi-densidades.

REFERENCIAS

- [Con 90] J. B. Conway: *A course in functional analysis*. Springer (1990).
[FY 09] L. D. Fadeev, O. A. Yakubovskii: *Lectures on Quantum Mechanics for mathematics students*. AMS Publishing (2009).
[Hall 13] B. C. Hall: *Quantum theory for mathematicians*. Springer Verlag (2013).
[Pru] E. Prugovecki: *Quantum mechanics in Hilbert space*. Dover (2006).
[Sche 02a] M. Schechter: *Principles of Functional Analysis*. AMS Publishing (2002).
[Sche 02b] M. Schechter: *Operator methods in Quantum Mechanics*. Dover (2002).
[Tes 09] G. Teschl: *Mathematical methods in Quantum Mechanics*. AMS Publishing (2009).

FACULTAD DE CIENCIAS. UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ. LAT. AV. SALVADOR
NAVA S/N. COLONIA LOMAS. CP 78290 SAN LUIS POTOSÍ (SLP) MÉXICO
E-mail address: `jvallejo@fc.uaslp.mx`