

Sistemas dinámicos discretos

1 Enfoque y objetivos del curso

Este curso aborda los conceptos básicos de la teoría de sistemas dinámicos, restringiéndose al caso de sistemas que evolucionan de forma discreta en el tiempo. Esto permite utilizar sistemas dinámicos unidimensionales para estudiar las ideas centrales del tema: órbitas periódicas, hiperbolicidad, bifurcaciones, dinámica simbólica, conjugaciones topológicas, caos, estabilidad estructural, etcétera. Se espera que al finalizar el curso los alumnos puedan analizar el comportamiento de sistemas dinámicos sencillos, tanto analíticamente como con la ayuda de la computadora, explícitamente utilizando programas libres como Maxima, Geogebra y Octave.

2 Contenidos

1. Conceptos básicos.

- (a) Ejemplos de sistemas dinámicos.
- (b) Espacio fase y operador de evolución.
- (c) Órbitas y puntos periódicos.
- (d) Hiperbolicidad.
- (e) Prácticas de cómputo.

2. Algunos sistemas en la circunferencia y en la recta.

- (a) Mapeos en S^1 .
- (b) Los mapeos cuadráticos $F_k(x) = kx(1 - x)$
- (c) El mapeo casa de campaña y el mapeo del panadero.
- (d) Prácticas de cómputo.

3. Dinámica simbólica y conjugaciones topológicas.

- (a) *Shifts* y *subshifts*.
- (b) El sistema (Σ_2, σ) es “caótico”.
- (c) Conjugaciones topológicas.

4. Bifurcaciones.

- (a) Bifurcaciones de punto silla.
- (b) Bifurcaciones de periodo doble.
- (c) La transición al caos.

(d) Prácticas de cómputo.

5. **Caos y estabilidad estructural.**

(a) Caos.

(b) Expansividad y entropía topológica.

(c) Estabilidad estructural.

(d) El teorema de Sarkovskii.

3 Bibliografía

- R. Devaney (2003): An Introduction to Chaotic Dynamical Systems, 2dn. edition. Addison-Wesley.
- S. Lynch (2007): Dynamical Systems with Applications using Mathematica. Birkhauser.